

Aula 2

CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS EM PAPEL MONOLOG (MONO-LOGARÍTMICO)

META

Expandir o estudo da utilização de gráficos em escala logarítmica.

OBJETIVOS

Ao final desta aula, o aluno deverá:
Construir gráficos em escala mono-logarítmica; reconhecer a melhor escala (tipo de papel) na construção de gráficos para equação $y = e^x$ e observar a linearização de curvas.

PRÉ-REQUISITOS

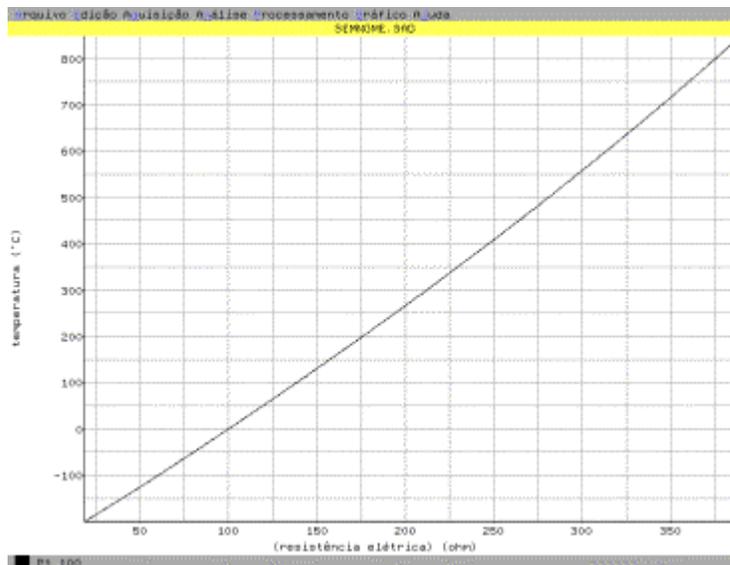
Ser capaz de utilizar gráficos em papel milimetrado.
Ser capaz de trabalhar com logaritmo.

INTRODUÇÃO

Olá, caro aluno! Esperamos que tenha gostado da nossa primeira aula e que esteja animado para prosseguir com os estudos desta disciplina.

Nesta aula, vamos estudar a utilização do papel MONOLOG para construção de gráficos aplicados nos eixos cartesianos. Esse tipo de papel é utilizado quando são apresentadas grandezas físicas que variam exponencialmente e o desejo é de obter uma linearização da curva. Quando essa curva é construída em papel milimetrado, temos a figura de uma curva exponencial. Para a Ciência Física o que interessa é a parte que a grandeza varia linearmente, por isso utilizamos um papel que tem uma escala conveniente, tendo a vantagem de facilitar a determinação dos parâmetros.

O papel de gráfico monolog é assim chamado porque a escala do eixo dos Y é logarítmica enquanto a escala do eixo dos X é decimal, como no caso do papel milimetrado. Da definição de logaritmo, fica claro que essa escala contempla somente valores positivos de uma grandeza. Entretanto, devemos observar que essa escala admite pontos à esquerda da origem quando os valores da grandeza são encontrados entre zero e um. A grandeza física que necessita utilizar papel monolog na construção e obtenção de uma reta obedece à equação $Y = f(x) = K e^{-\lambda x}$.



(Fonte: <http://www.pgie.ufrgs.br>).

ESTUDO E APLICAÇÃO DO PAPEL MONOLOG

Para desenvolvermos o estudo e aplicação do **papel monolog**, primeiro vamos acompanhar a aplicação da propriedade de logaritmo na equação $Y = K e^{-AX}$.

Ver glossário no final da Aula

Aplicando logaritmo em ambos os membros na equação $Y = K e^{-AX}$, obtemos a seguinte equação: $\log Y = \log (K e^{-AX})$

$$\begin{aligned} \log Y &= \log K - AX \log e \\ \log Y &= \log K - 0,434 AX \end{aligned}$$

A relação entre Y e X pode ser observada na equação $\log Y = \log K - 0,434 AX$, o que nos mostra que o gráfico de **Y vs. X** em papel monolog, com a escala logarítmica atribuída a Y e escala decimal a X, é uma reta com coeficiente angular igual a $-0,434 A$. Para encontrar o valor de **A**, temos que calcular primeiro a tangente ou coeficiente angular da reta escolhendo dois pontos dela. Escolhendo os pontos (X_1, Y_1) e (X_2, Y_2) , a tangente torna-se:

$$\text{Tangente} = \frac{X_2 - X_1}{Y_2 - Y_1}$$

Fazendo o valor da tangente = $0,434 A$, o valor do parâmetro **A** é calculado.

Para calcularmos o valor do parâmetro K, conhecido como coeficiente linear, utilizamos o valor do ponto da reta que toca o eixo dos Y, ou seja, é o valor de Y para $X = 0$. Outra maneira de encontrarmos o valor do parâmetro K é escolher um ponto da reta para substituir o valor de X e de Y na equação $\log Y = \log K - 0,434 AX$. O valor do parâmetro A é conhecido.

Observe com atenção o papel monolog que está anexo a esta aula. Como a escala no eixo dos Y é logarítmica, não precisamos calcular os valores do logaritmo de Y para colocar no gráfico. Marcam-se os valores como estão na tabela, sem logaritmar.

EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO PAPEL MONOLOG.

1- Seja a tabela a seguir, de corrente versus o tempo de carga de um capacitor num circuito RC. Trace o gráfico I vs. t em papel monolog e papel milimetrado. O gráfico I vs. t é regido pela lei de acordo com a função $I = I_0 \exp(-t/\tau)$. Determine no gráfico o valor da corrente inicial I_0 e da constante de tempo τ .

Tabela

| $(t \pm 0,5) \text{ s}$ | $(I \pm 0,5) \mu \text{ A}$ |
|-------------------------|-----------------------------|
| 20,0 | 42,0 |
| 40,0 | 33,0 |
| 60,0 | 27,0 |
| 80,0 | 22,0 |
| 110,0 | 16,0 |
| 140,0 | 11,0 |

a) Com base nos dados anteriores, faça o que se pede a seguir:

- construa o gráfico e calcule os parâmetros I_0 e τ ;
- compare o gráfico construído com o gráfico apresentado na seção de atividade desta aula, como também os seus resultados.

Ver glossário no final da Aula

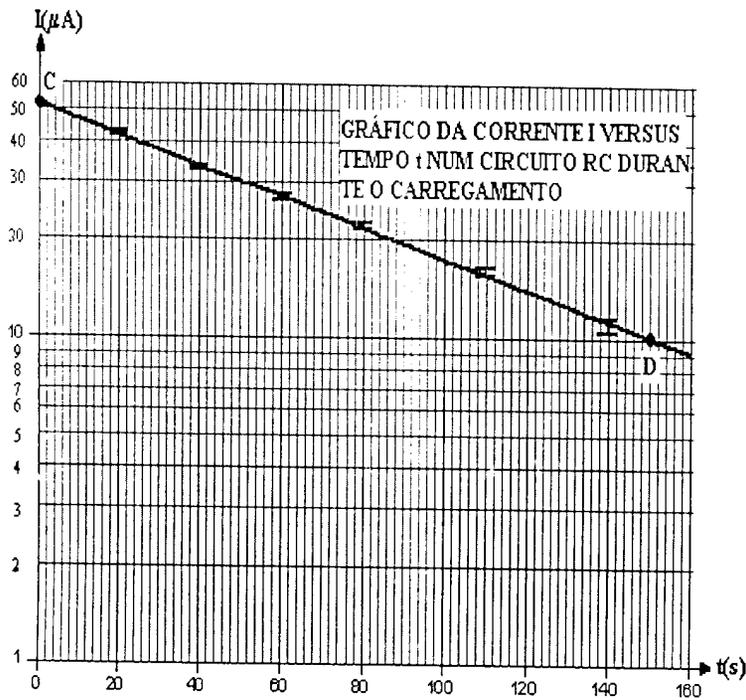


Figura D.2: Gráfico da função $i = i_0 \exp(-t/\tau)$ em papel monolog

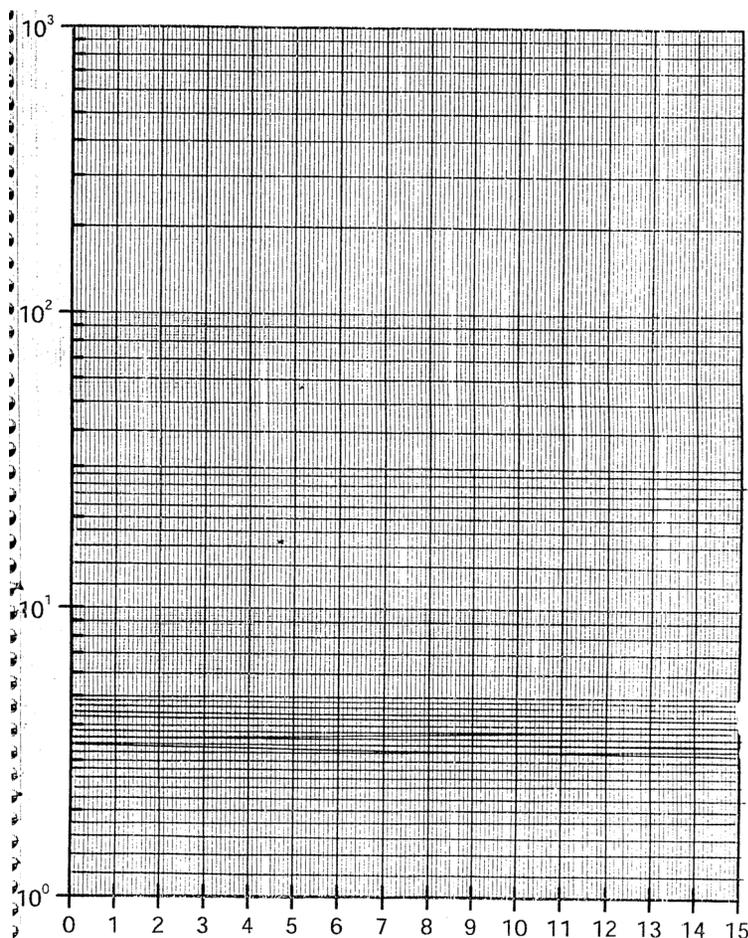


ATIVIDADES

Caro aluno, nesta seção, você vai colocar em prática o que aprendeu ao longo desta aula. Mas antes de começar a desenvolver as atividades, gostaríamos de chamar a sua atenção para alguns pontos que são fundamentais ao seu bom desempenho na realização das atividades.

Evite escrever os valores de X e de Y no papel gráfico. Nesse papel, marque somente os valores das escalas escolhidas; faça a curva passando pelo maior número de pontos de acordo com as escalas escolhidas e com a equação. Não ligue ponto a ponto.

Agora quero que todos preste bem atenção para o gráfico abaixo, por que ele corresponde ao que vocês construíram.



Observe que a função em questão é semelhante a:

$$Y = K e^{-AX}$$

$$\log Y = \log K - 0,434 AX \quad \text{ou}$$

Seja: $I = I_0 \exp(-t/\tau)$

$$\log I = \log I_0 - \log e (t/\tau)$$

$$\log I = \log I_0 - 0,434 (t/\tau)$$

$$\log I = \log I_0 - 0,434/t \cdot t$$

Fazendo $t = 0$

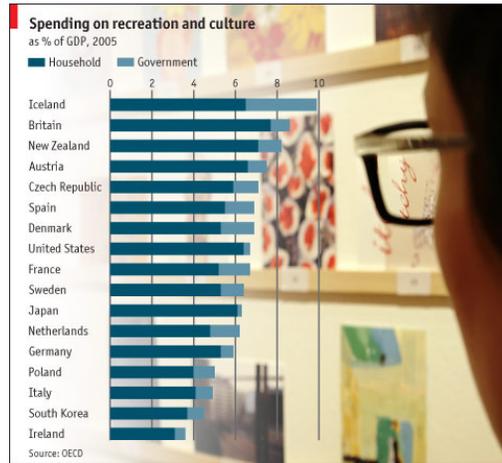
$$\log I = \log I_0 - 0,434/t \cdot 0$$

$$\log I = \log I_0$$

$$I = I_0$$

Vamos observar no gráfico anterior o ponto em que a reta toca o eixo da corrente I.

É observado que a corrente toca o eixo no valor aproximado de 52, portanto, a corrente inicial é $I_0 = 52 \text{ m A}$, porque $I = I_0$.



(Fonte: <http://bp1.blogger.com>)

O outro parâmetro a ser calculado é o coeficiente angular, que é determinado pelo cálculo da tangente e na função utilizada é igual a $-0,434/t$.

$$\text{Tangente} = \frac{\log Y_2 - \log Y_1}{X_2 - X_1}$$

$$\text{Tangente} = \frac{\log I_2 - \log I_1}{T_2 - t_1} \quad \text{Vamos escolher os pontos E e D}$$

$$\text{Tangente} = \frac{\log 20 - \log 10}{6 - 152}$$

$$\text{Tangente} = \log ((2 \times 10) - \log 10) / (-66)$$

$$\text{Tangente} = (\log 2 + \log 10 - \log 10) / (-66)$$

$$\text{Tangente} = \log 2 / (-66)$$

O coeficiente angular da reta = tangente = $-4,7 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ou outro valor aproximado

$$\text{Tangente} = \log 2 / (-66) = -0,434 / t$$

Resolvendo a equação para $t = -0,434 \times (-66) / \log 2$, o valor da constante de tempo será aproximadamente $t = 92 \text{ s}$

CONCLUSÃO

O valor do coeficiente linear K é o próprio valor de Y , por que para $X = 0$ implica que $\log Y = \log K$, o que implica que $Y = K$. Para a linearização da curva $Y = K e^{-AX}$, é preciso utilizar papel gráfico MONOLOG.



RESUMO

Nesta aula, aprendemos a manejar esse tipo de papel especial para linearizar curvas que obedecem à equação $Y = K e^{-AX}$ que, normalmente em papel

NOTA EXPLICATIVA

É importante observar que os números que são localizados entre duas potências de 10 que correspondem a um ciclo, tem valores diferentes para cada ciclo. Por exemplo, entre 10^0 e 10^1 observe em escala logarítmica os números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Agora quando usamos o ciclo seguinte, entre 10^1 e 10^2 (intervalo de 10 a 100) onde era 2 agora o valor é 20 e assim sucessivamente, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.

Portanto é fácil perceber que no próximo ciclo teremos, os valores 200, 300, 400, ...

É de bom alvitre lembrar que esse tipo de papel apresenta os dois eixos em escala logarítmica, portanto comportamento matemático semelhante.



PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, prezado aluno, você vai continuar aprender a utilizar outro tipo de papel especial para a construção de gráficos de funções não lineares. Esse papel é chamado dilog (dilogarítmo), usado para equações do tipo $y = b x^a$.

Leia com atenção como foi utilizado o papel monologarítmo, para entender com mais facilidade esse tipo de papel gráfico.

REFERÊNCIAS

MORETTO, Vasco Pedro; LENZ, Urbano. Mecânica – **Física em Módulos de Ensino**. 2º grau. São Paulo: Editora Ática S.A. (FALTA ANO DE PUBLICAÇÃO)

OKUNO, Emico; CALDAS, Iberê; ROBILLOTA, Cecil. **Física Para Ciências Biológicas e Biomédicas**. São Paulo: Harper & Row, 1982.

PUGLIESI NETTO, Humberto; SUAREZ, Francisco; Carneiro Neto; Oscar de Sá; Rodrigues. **Física Experimental**. São Paulo: Nobel, 1975

GLÓSSARIO

Papel Monolog: Papel para construção de gráficos que tem uma escala logarítmica no eixo dos Y e uma escala decimal no eixo dos X.
Y vs. X

Y vs. X, lê - se Y versus X

t: Tau (τ) Letra grega que representa a constante de tempo do circuito.

e: Exp corresponde à letra e. Lê – se exponencial.