# UNIDADE 2

## *Validade formal e verdade de fato*

Vimos que somente argumentos dedutivos podem ser chamados de válidos ou inválidos, já que argumentos indutivos, por serem prováveis, podem conter premissas verdadeiras e uma conclusão falsa. Recordemos: um argumento é *válido* quando a conclusão decorre necessariamente das premissas. Assim, mesmo que a conclusão seja falsa, é possível que o argumento seja válido, se uma ou mais premissas também forem falsas. E um argumento pode ter premissas verdadeiras e conclusão verdadeira e ainda assim ser *inválido*, isto é, se a conclusão não for uma consequência necessária das premissas. A única combinação entre premissas e conclusão que invalida totalmente um argumento é a seguinte: *um argumento é inválido se as premissas forem verdadeiras e a conclusão falsa*.

Para saber se um argumento é válido ou inválido, temos de perguntar: a conclusão decorre necessariamente ou não das premissas? Ou seja, é *possível* que as premissas sejam todas verdadeiras e a conclusão falsa? Se sim, o argumento é inválido; se não, ele é válido.

Chegamos, com isso, à discussão sobre a diferença entre verdade e validade: a *validade lógica* de um argumento nada diz sobre a *verdade de fato* das sentenças ou asserções que o compõe. A única coisa que interessa, nesse caso, é a correção formal do argumento. Vejamos um argumento construído com sentenças do poema *O Jaguadarte*, de Lewis Carroll.

**Exemplo 1:**

1: Ou as lesmolisas são touvas ou as pintalouvas são mimsicais.

2: Não é verdade que as lesmolisas são touvas.

---

3: As pintalouvas são mimsicais.

Como podemos saber se as sentenças 1 e 2 são verdadeiras? Embora seja possível encontrar alguém em algum lugar (não necessariamente neste planeta) que consiga indicar os entes a que as palavras acima referem, essa não é a questão mais interessante no contexto de nosso estudo da lógica (pode interessar à biologia dos entes imaginários, por exemplo...). A um lógico, interessa fundamentalmente determinar se o argumento é válido ou não. E isso ele faz observando a *forma*, isto é, a *estrutura* do argumento, pois é ela que nos indica se o argumento é lógico ou não, se é válido ou não.

Assim, não faz sentido falar sentenças ou asserções válidas ou inválidas, da mesma maneira como argumentos não são verdadeiros ou falsos. Somente sentenças e asserções são verdadeiras ou falsas, somente argumentos são válidos ou inválidos. Entendemos melhor a discussão tomando conhecimento de certos pontos básicos sobre sentenças e *conectivos* lógicos. Vejamos isso mais detidamente.

## 2.1. Introdução à lógica sentencial: sentenças, conectivos e tabelas de verdade

Como estamos vendo, o estudo lógico dos argumentos é uma tarefa fundamental da lógica. Esse estudo, como já deve ter ficado mais ou menos claro, busca estabelecer quando um argumento é legítimo ou não. Essa tarefa é facilitada quando decompomos os argumentos em sentenças declarativas e termos conectivos, para estudá-los separadamente. O estudos das sentenças declarativas e dos termos conectivos que as relacionam é chamado de *cálculo proposicional* ou *sentencial*. No estudo do cálculo sentencial, aprendemos também a organizar as sentenças em *tabelas de verdade*. A construção das tabelas de verdade permite estabelecer unicamente pela lógica se as sentenças são verdades lógicas, isto é, sentenças que podem ser determinadas como verdadeiras ou falsas, ou não. A origem desse método pode ser retraçada a Charles S. Peirce, mas o método só se tornou amplamente conhecido depois da publicação do *Tractatus Logico-Philosophicus*, de Ludwig Wittgenstein, em 1919, e de *Introduction to a general theory of elementary propositions*, de Emil Leon Post, em 1921. Todos esses autores desenvolveram seus trabalhos independentemente, sem ter, ao que se saiba, conhecimento dos trabalhos uns dos outros.

O estudo de sentenças, conectivos e tabelas de verdade é importante para vários campos: na engenharia elétrica, por exemplo, ou na ciência da computação, para construir correntes e circuitos. O que oferecemos aqui é apenas uma brevíssima introdução aos fundamentos mais básicos da teoria, sem nos preocuparmos com a sua história.[7]

De início, é preciso ter claro que formamos argumentos usando sentenças declarativas bem formadas em alguma linguagem, que pode ser uma linguagem natural qualquer, como a língua portuguesa, por exemplo, ou uma linguagem formal, como a da matemática, por exemplo. Uma sentença é uma série ou conjunto de palavras em alguma linguagem[8]. Mesmo uma única palavra pode configurar uma sentença (caso em que temos um conjunto unitário formando uma sentença). Por exemplo, a exclamação "Sopa!" pode ser uma sentença, tanto quanto a declaração "A sopa está fria." A linguagem pode ser uma linguagem natural, como o português ou o inglês, o francês, o mandarim etc., ou uma linguagem artificial, como a da matemática, por exemplo. As sentenças não precisam ser significar nada de realmente efetivo, por assim dizer; basta que sejam bem formadas de acordo com as regras da linguagem. Assim, "Chove" e "Não chove" formam sentenças, mas "Sopa fria no prato" não, pois a ausência de verbo impossibilita ela ser afirmada ou negada. Segundo as regras da linguagem, este é um caso de má formação.

Chama-se *valor de verdade* ou *valor lógico* de uma sentença tanto o fato de ela poder ser verdadeira, quanto o fato de ela poder ser falsa. Toda sentença bem formada pode ser *ou* verdadeira *ou* falsa. É possível a uma sentença ser *simultaneamente* verdadeira *e* falsa? Na lógica que estudamos, que é chamada de *trivial* ou *clássica*, essa situação é impossível – não há meia-verdade, nem verdade-e-meia. Por isso, na lógica clássica, valem três

7 Para tanto, o leitor pode consultar I. Anellis (2004), "The Genesis of the Truth-Table Device". A referência completa é encontrada na *Bibliografia*.

8 Muitos autores preferem usar *proposição* em lugar de *sentença*; outros chegam a identificar *proposição* com o pensamento ou a informação veiculada por meio de sentenças declarativas. Aqui, não faremos distinção entre proposições e sentenças, preferindo sempre o último termo. Isso não quer dizer, contudo, que a distinção não seja importante ou problemática. Sobre o assunto, consulte-se, por exemplo, A. C. Grayling, *An Introduction to Philosophical Logic*, cap. 2: "The proposition"; Irving M. Copi, *Introdução à Lógica*, p. 22. As referências completas são encontradas na *Bibliografia*.

princípios básicos:

**Princípio de identidade:** uma sentença é equivalente a si própria, isto é, se ela é verdadeira, ela é verdadeira, se é falsa, é falsa!

**Princípio de não-contradição:** nenhuma sentença bem formada pode ser *simultaneamente* verdadeira *e* falsa.

**Princípio do terceiro excluído:** uma sentença bem formada ou é verdadeira ou é falsa e não há outra possibilidade.

Vamos introduzir algum simbolismo para compreender a construção de tabelas de verdade. Um *operador* é uma palavra ou símbolo que liga sentenças, construindo sentenças *compostas* (ou *moleculares*) a partir de sentenças *simples* (ou *atômicas*), isto é, desacompanhadas de outras. A *negação* é chamada de *operador monádico*, isto é, um operador que quando aplicado a uma única sentença gera outra sentença. Os demais operadores são chamados de *conectivos*, pelo fato de gerarem novas sentenças quando aplicados a *duas* sentenças dadas. A presença de conectivos identifica as sentenças compostas. Assim, a sentença "Hoje fui ao estádio de futebol e estava chovendo" é uma sentença composta de duas sentenças simples, quais sejam, "Hoje fui ao estádio de futebol" e "Estava chovendo". Os conectivos também são chamados, às vezes, de *operadores*, embora essa terminologia não seja universalmente aceita. Trabalharemos com os seguintes conectivos:

| | | |
|---|---|---|
| Negação: | Conectivo: *não* | Símbolos: $\neg$ ; $\sim$ |
| Conjunção: | Conectivo: *e* | Símbolos: $\wedge$ ; & |
| Disjunção inclusiva: | Conectivo: *ou* | Símbolo: $\vee$ |
| Disjunção exclusiva: | Conectivo: *Ou... ou...* | Símbolo: $\underline{\vee}$ |
| Implicação material: | Conectivo: *Se..., então...* | Símbolos: $\rightarrow$; $\supset$ |
| Equivalência ou bi-implicação: | Conectivo: *se e somente se* | Símbolo: $\leftrightarrow$ |

Em lógica, os conectivos ligam apenas *sentenças declarativas*, isto é, sentenças que podem ter valor de verdade, que podem ser *afirmadas* ou *negadas*. Sentenças declarativas, assim sendo, são aquelas que podem ter um *valor lógico*, ou *valor de verdade*, ou seja, podemos dizer que são verdadeiras ou falsas. Uma exclamação, uma pergunta, uma ordem, ou uma sentença sem verbo, portanto, ficam de fora de nosso estudo. Por exemplo, dizer que a pergunta "Que horas são?" é *falsa* ou *verdadeira* não faz sentido, *é ilógico*, dizemos comumente. Dessa forma, nosso âmbito de estudo é bastante reduzido, restringindo-se apenas às sentenças que efetivamente asserem algo, isto é, sentenças declarativas afirmativas ou negativas. Sentenças declarativas simples, nesta Unidade, serão sempre simbolizadas por letras minúsculas acompanhando a sequência do alfabeto a partir da letra $p$: $p$, $q$, $r$ etc. A simbolização é importante para mostrar que não se trata de analisar o *conteúdo* das sentenças, mas a *forma* como estão conectadas umas com as outras.

Dissemos anteriormente que sentenças que não são bem formadas não podem ser analisadas logicamente. Ora, o que é, então, uma sentença bem formada em linguagem lógica? À semelhança da matemática, sentenças bem formadas são fórmulas; para serem consideradas bem formadas, devem ser passíveis de uma única interpretação, sem ambiguidade, para podermos determinar qual seu valor de verdade. Uma sentença isolada, simbolizada por uma letra, é bem formada, por exemplo: $p$. Se $p$ é uma sentença bem formada, então $\neg p$ (a negação de $p$) também é. A fórmula $p \wedge q$ ($p$ e $q$) é uma sentença bem formada. Mas a fórmula $s \supset p \wedge q \supset r$ não é bem formada, pois admite mais de uma leitura. Por exemplo, as duas seguintes:

- $s \supset [p \wedge (q \supset r)]$
- $(s \supset p) \wedge (q \supset r)$

Depreende-se do exemplo a importância do uso dos parênteses, principalmente na construção de novas sentenças a partir de uma já dada. Pois os parênteses indicam o propósito e o âmbito dos operadores, isto é, para qual ou quais sentenças os operadores valem. O mesmo vale para colchetes e chaves. Por exemplo:

- $\neg p \wedge (q \supset r)$: a negação vale somente para $p$;
- $\neg(p \wedge q) \supset r$: a negação vale para a conjunção de $p$ e $q$;
- $\neg[(p \wedge q) \supset r]$: a negação vale para toda a fórmula.

Cada operador tem uma característica diferente. Comecemos pela negação.

## Negação

Para negar uma sentença, basta tirar-lhe ou acrescentar-lhe a palavra “não”. Por exemplo, a negativa de “Pedro é médico” é “Pedro não é médico”; a negativa de “Pedro não é médico” é “Pedro é médico”. Podemos ainda usar as expressões “não é verdade que”, “é falso que”, dentre outras, para construir negações. Assim, se uma asserção qualquer é verdadeira, sua negação será falsa, e vice-versa; em outras palavras, *a negação de uma sentença verdadeira é falsa, e a negação de uma sentença falsa é verdadeira*. Veja-se na *tabela de verdade* da negação:

| $p$ | $\neg p$ |
|---|---|
| V | F |
| F | V |

A tabela de verdade é, de fato, um diagrama que nos permite ver quando uma sentença é verdadeira e quando é falsa. No caso da negação, vemos que a negação de uma sentença inverte o valor lógico da sentença. Uma dupla negação, por exemplo, reduz-se a uma afirmação, isto é: Se $p$ é V, então $\neg \neg p$ também é V. Qualquer número par de negações tem essa mesma propriedade. E qualquer número ímpar altera o valor de verdade de uma sentença, isto é, funciona como uma negação simples. Em outras palavras, *negamos a verdade de uma sentença ao afirmarmos a sua negação*.

## Conjunção

Com a palavra "e", ligamos duas sentenças para formar outra, que é chamada *conjunção* das anteriores. Por exemplo, a sentença composta "Vou ao supermercado e à academia" é a conjunção de duas sentenças simples: "Vou ao supermercado" e "Vou à academia". Como é possível saber se eu disse a verdade? Ora, se eu fui ao supermercado, mas não à academia, eu não disse a verdade. Isso nos mostra que a conjunção em questão só pode ser verdadeira se ambas as suas componentes forem verdadeiras. Para que seja falsa, basta que ao menos uma de suas componentes seja falsa. Assim, no exemplo dado, a *conjunção* das duas sentenças só será verdadeira quando "Vou ao supermercado" e "Vou à academia" puderem ser ambas verdadeiras. Em resumo, *uma conjunção de duas sentenças é verdadeira se e somente se ambas as sentenças que a compõem puderem ser ambas verdadeiras. Em todos os demais casos, a conjunção será falsa*.

Isso fica mais claro quando fazemos a tabela de verdade da conjunção. Assim, convencionemos:

"Vou ao supermercado" = $p$

"Vou à academia" = $q$

Se *p* e *q* são ambas verdadeiras, a conjunção é verdadeira. Assim:

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |

Se *p* é verdadeira e *q* é falsa, a conjunção é falsa. Assim:

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ |
|---|---|---|
| V | F | F |

Se *p* é falsa e *q* é verdadeira, a conjunção é falsa. Assim:

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ |
|---|---|---|
| F | V | F |

Se *p* e *q* são ambas falsas, a conjunção é falsa. Assim:

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ |
|---|---|---|
| F | F | F |

A tabela de verdade da conjunção, dessa maneira, mostra-se completa assim:

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

## Disjunção

Uma disjunção serve para separar alternativas. Essa separação pode ter um sentido exclusivo ou um sentido inclusivo.

Na disjunção exclusiva, dizemos que ou uma alternativa é verdadeira ou a outra alternativa é verdadeira, *mas não ambas*. Por exemplo, quando dizemos que "O Corinthians ou ganhou ou empatou o jogo", trata-se de uma disjunção exclusiva, uma vez que, se ganhou, não pode ter empatado, e, se empatou, não pode ter ganhado. Assim, na disjunção exclusiva, lidamos com situações mutuamente excludentes. A disjunção exclusiva só é verdadeira quando ou uma ou outra das alternativas é ou verdadeira ou falsa, mas não ambas. Quando ambas *as alternativas forem igualmente verdadeiras ou igualmente falsas, a disjunção exclusiva é falsa*.

Repetindo os passos da construção da tabela de verdade da conjunção, chegaremos à da disjunção exclusiva. No fim, o resultado é a seguinte tabela de verdade:

| $p$ | $q$ | $p \veebar q$ |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

A principal característica da disjunção *inclusiva* é que, para ser verdadeira, basta que *apenas uma única* de suas componentes seja verdadeira. Assim, *a disjunção inclusiva de duas sentenças é falsa sempre que ambas forem simultaneamente falsas*. *Em todos os demais casos, a disjunção inclusiva será verdadeira*.

Por exemplo, quando indagamos "Será que o carro é preto ou importado?", trata-se de uma disjunção inclusiva, uma vez que não parece ser uma situação mutuamente excludente o carro ser preto (ou vermelho, ou azul ou qualquer outro colorido) e ser importado (ou nacional). No entanto, se o carro não for nem preto, nem importado, a disjunção cai por terra. Uma disjunção inclusiva só será verdadeira se tiver *ao menos uma* de suas componentes verdadeira.

A tabela de verdade da disjunção inclusiva fica assim:

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

## Implicação material

A implicação material, também chamada de condicional material, é expressa por meio de sentenças condicionais. Ao usarmos as palavras "se" e "então" , cada uma antes de uma sentença declarativa, ligamo-las formando uma sentença condicional. A primeira sentença, imediatamente depois de "se", é chamada de *antecedente* ou *hipótese* da implicação; a segunda sentença, imediatamente depois de "então", é chamada de *consequente* ou *conclusão* da implicação. Por exemplo, imaginemos uma situação em que um pai promete a seu filho:

1. "Se você for aprovado, iremos à praia nas férias."

A hipótese, ou antecedente, é o filho ser aprovado; a conclusão, ou consequente, é que as férias serão na praia (note-se que "então" está implícito nesse exemplo, o que não influi em nada). Assim, a condição do filho ser aprovado implica uma viagem ao litoral. Imaginemos, agora, as circunstâncias em que essa implicação pode ser verdadeira.

**Circunstância 1:** O filho é aprovado; a família viaja ao litoral. Promessa mantida, implicação verdadeira.

**Circunstância 2:** O filho é aprovado; a família não viaja ao litoral. Promessa quebrada, implicação falsa.

No nosso dia-a-dia, essas parecem ser as situações mais comuns para dizer quando uma implicação é verdadeira e quando é falsa. Mas há ainda duas outras circunstâncias que não são tão óbvias, a saber: se o filho for reprovado e a família não viajar ao litoral, a implicação é verdadeira ou falsa? E, por fim, uma possibilidade ainda menos óbvia, se o filho for reprovado e a família mesmo assim viajar ao litoral, a implicação é verdadeira ou falsa? Para entender o problema, pensemos em termos da promessa que o pai fez ao filho. Assim, teremos:

**Circunstância 3:** O filho é reprovado; a família não viaja ao litoral. Promessa mantida, implicação verdadeira.

**Circunstância 4:** O filho é reprovado; a família viaja ao litoral. Ora, a família pode ter viajado por outros motivos. E como a condição obrigatória para o cumprimento da promessa do pai não se verificou, ele não quebrou promessa alguma, não contrariou nenhuma condição definida antes. A implicação é *verdadeira*.

Podemos, agora, enunciar a seguinte regra: *a implicação será falsa se a antecedente for verdadeira e a consequente for falsa. Em todos os outros casos, a implicação é verdadeira.*

Designemos, então, a antecedente de $p$ e a consequente de $q$ para construir a tabela de verdade da implicação.

| $p$ | $q$ | $p \supset q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | F | V |

O exemplo da promessa do pai ao filho é bastante útil para nos fazer compreender a implicação. No entanto, não há obrigatoriedade de ligação entre antecedente e consequente. Uma implicação verdadeira pode ser, por exemplo, “Se a baleia é um mamífero, então 7 + 5 = 12”. É evidente que essa é uma declaração contra-intuitiva, isto é, parece ser muito difícil entender qualquer relação de dependência lógica entre antecedente e consequente. Entretanto, lembremos que não se trata de *verdade de fato*, mas de uma declaração *hipotética*. Nessa situação hipotética, a antecedente é *condição suficiente* para a consequente, e a consequente é *condição necessária* para a antecedente. Assim sendo, há diversas maneiras de se enunciar uma implicação:

- Se *p*, então *q*
- *p* implica *q*
- *p* é uma condição suficiente para *q*
- *q* dado que *p*
- *q* é uma condição necessária para *p*
- *q* é uma *conditio sine qua non* de *p*
- *p* somente se *q*
- *Todo p é q*

## Equivalência ou bi-condicional

A relação de equivalência material, ou bi-implicação, é expressa por sentenças *bi-condicionais*. As duas sentenças ligadas por meio desse conectivo são chamadas de *membro direito* e *membro esquerdo da equivalência.* Usando a linguagem cotidiana, vejamos um exemplo de sentença bicondicional.

**Exemplo 4:** "Cassiano fica contente se e somente se o Corinthians ganha um jogo."

Isso significa que, se o Corinthians ganhou o jogo, Cassiano está contente; *e* que, se Cassiano está contente, foi porque o Corinthians ganhou o jogo. Em outras palavras, uma sentença bicondicional é equivalente à conjunção de duas sentenças condicionais. Em termos exclusivamente simbólicos, temos:

$$p \leftrightarrow q = [(p \supset q) \wedge (q \supset q\ )]$$

A relação estabelecida entre as duas condicionais unidas pela conjunção é *comutativa*, ou seja, a sentença da direita é condição *necessária e suficiente* para a da esquerda *e vice-versa*.

Tomemos o exemplo acima e designemos a sentença da esquerda de $p$ e a da direita de $q$. Dessa forma, dizer

1. $p$ se e somente se $q$

quer dizer a mesma coisa que

2. $p$ se $q$, e $p$ somente se $q$.

Esta sentença 2, por sua vez, é equivalente a

3. Se $p$ então $q$, e se $q$ então $p$.

Se lembrarmos das regras de verdade para a conjunção e para a implicação material, temos que 3 é verdadeira quando $p$ e $q$ forem ambas verdadeiras ou ambas falsas. Daí tiramos a seguinte regra para a bicondicional: *uma sentença bicondicional é verdadeira se e somente se as duas sentenças que a compõem forem ambas ou verdadeiras ou falsas*. Quando uma sentença for verdadeira e a outra for falsa, a equivalência necessariamente é falsa.

A tabela de verdade fica assim:

| $p$ | $q$ | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

Há diversas maneiras de enunciar a equivalência material. Algumas delas são:

- *p* se e somente se *q;*
- Se *p* então *q* e se *q* então *p;*
- *p* somente se *q* e *q* somente se *p;*
- *p* é condição suficiente e necessária para *q;*
- *q* é condição suficiente e necessária para *p;*
- *p* implica *q* e *q* implica *p;*
- *q* dado que *p* e *q* dado que *p;*
- Todo *p* é *q* e todo *q* é *p.*

Podemos, agora, resumir todas as tabelas em uma só. Com isso, temos:

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $p \vee q$ | $p \underline{\vee} q$ | $p \supset q$ | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | F | V | V |
| V | F | F | V | V | F | F |
| F | V | F | V | V | V | F |
| F | F | F | F | F | V | V |

Se resumirmos em outra tabela todas as condições de verdade ou falsidade dos conectivos vistos, teremos:

| **Conectivo** | **É *verdadeiro* quando** | **É *falso* quando** |
|---|---|---|
| *Conjunção* [$p \wedge q$] | *p* e *q* são ambas verdadeiras. | Uma das duas for falsa, ou ambas. |
| *Disjunção inclusiva* [$p \vee q$] | Uma das duas for verdadeira, ou ambas. | *p* e *q* forem ambas falsas. |
| *Disjunção exclusiva* [$p \veebar q$] | *p* e *q* tiverem valores lógicos diferentes. | *p* e *q* tiverem valores lógicos iguais. |
| *Implicação material* [$p \supset q$] | Em todos os casos, exceto... | ... quando *p* for verdadeira e *q* for falsa. |
| *Equivalência ou bi-implicação* [$p \leftrightarrow q$] | *p* e *q* tiverem valores lógicos iguais. | *p* e *q* tiverem valores lógicos diferentes. |

A construção de tabelas de verdade com duas sentenças simples é bastante fácil, como vimos. Mas como construímos tabelas de verdade para sentenças compostas de três ou mais sentenças simples? De início, lembremos que uma sentença simples pode ter dois valores de verdade possíveis: verdadeiro ou falso.

Ora, temos sempre dois valores de verdade possíveis para cada sentença, de modo que, se tivermos duas sentenças, teremos quatro possibilidades de combinação. A tabela de verdade de sentença composta por duas sentenças simples deve conter, portanto, quatro linhas: já que cada sentença simples tem dois valores de verdade possíveis, há quatro situações possíveis em que uma sentença composta de duas simples pode ser verdadeira ou falsa. Se tivermos três sentenças simples, as possibilidades serão oito; se quatro, dezesseis; se cinco, trinta e duas possibilidades; e assim sucessivamente. Se tivermos *n* sentenças, teremos $2^n$ possibilidades de combinação para dois valores de verdade. Daí que o número de linhas da tabela de verdade seja dado pela seguinte fórmula:

***Número de linhas da tabela de verdade = $2^n$***

Onde $n$ = número de sentenças simples constituintes da composta.

Assim sendo, vejamos a tabela de verdade para uma sentença composta de três sentenças simples:

| $p$ | $q$ | $r$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | V | F |
| V | F | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | V | F |
| F | F | V |
| F | F | F |

Note-se: na coluna da última sentença, os valores de verdade se alternam um a um. Assim, para construir uma tabela de verdade, devemos colocar tantas colunas quantas forem as sentenças simples. Em seguida, preenchemos a última coluna com os valores alternados (V e F, na maioria dos casos; 1 e 0 também são bastante comuns), colocando, no total, $2^n$ linhas. Como mostra a tabela acima, a penúltima coluna deve ser preenchida com duas vezes sucessivas cada valor; a antepenúltima, com quatro vezes sucessivas cada valor; e assim em diante até a primeira proposição. Uma vez determinado o tamanho da coluna, resta saber como as sentenças se relacionam, isto é, se o que os conectivos asserem é verdadeiro ou falso. Para exemplificar, vamos construir a tabela de verdade da seguinte sentença:

$$(p \wedge q) \supset r.$$

São três sentenças simples. Já sabemos que a tabela deverá ter oito linhas. Em seguida, em primeiro lugar, começamos com o que estiver *dentro* dos parênteses; dessa maneira, determinamos primeiro os valores de verdade da conjunção ($p \wedge q$). Sabemos que uma conjunção é verdadeira quando ambas as sentenças que a compõem são verdadeiras. A quarta coluna da esquerda para a direita mostra os valores de verdade da conjunção. Depois de ter esgotado as possibilidades do que está dentro dos parênteses, passamos, por fim, a trabalhar com o que está fora deles. Dessa forma, no caso em questão, determinamos os valores da implicação toda $(p \wedge q) \supset r$. Assim, temos :

| $p$ | $q$ | $r$ | $(p \wedge q)$ | $(p \wedge q) \supset r$ |
|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V |
| V | V | F | V | F |
| V | F | V | F | V |
| V | F | F | F | V |
| F | V | V | F | V |
| F | V | F | F | V |
| F | F | V | F | V |
| F | F | F | F | V |

Seguindo esses procedimentos passo a passo, é possível construir qualquer tabela de verdade.

Passemos agora aos conceitos de tautologia, contradição e contingência.

## Tautologia

Diz-se que uma sentença é uma *tautologia*, ou *verdade lógica*, quando for composta por duas ou mais sentenças simples *p*, *q*, *r* etc. e for sempre verdadeira, independentemente do valor de verdade das sentenças simples que a compõem. Um exemplo simples:

**Exemplo 2:** "O Corinthians ou será campeão ou não será."

Em outras palavras, a disjunção de uma sentença e sua própria negação é sempre uma tautologia: $(p \vee \neg p) = V$. Vale aqui, portanto, o princípio de terceiro excluído. A tabela de verdade desta tautologia é:

| $p$ | $\neg p$ | $(p \vee \neg p)$ |
|---|---|---|
| V | F | V |
| F | V | V |

## Contradição

Diz-se que uma sentença é uma *contradição*, ou *falsidade lógica*, quando for composta por duas ou mais sentenças simples *p*, *q*, *r* etc. e for sempre falsa, independentemente do valor de verdade das sentenças simples que a compõem. Um exemplo pode ser:

**Exemplo 3:** "O Palmeiras perdeu o jogo e não perdeu o jogo."

Em outras palavras, uma contradição acontece sempre que alguém assere uma sentença e a sua negativa: $(p \wedge \neg p) = F$. Valem aqui, portanto, os princípios de identidade e não-contradição. A tabela de verdade da contradição é:

| $p$ | $\neg p$ | $(p \wedge \neg p)$ |
|---|---|---|
| V | F | F |
| F | V | F |

## Contingência

Já uma *contingência* é toda sentença que não for nem tautologia, nem contradição. Isto é, ela pode ser verdadeira ou falsa. É o caso da maioria das sentenças, como várias que vimos nesta unidade. A sua tabela de verdade terá, na coluna da sentença, ambos os valores de verdade: verdadeiro *e* falso. Assim, podemos dizer que uma sentença atômica é sempre contingente, pois ela sempre pode ser verdadeira ou falsa; mas nunca podemos determinar, sem articulá-la com alguma outra, se é uma tautologia ou uma contradição. Assim:

| *p* |
|---|
| V |
| F |

É possível dizer que sentenças tautológicas e sentenças contraditórias são verdades lógicas e falsidades lógicas porque, independentemente dos fatos, elas mantêm sempre o mesmo valor de verdade. São sentenças *formalmente verdadeiras e formalmente falsas*: quaisquer que sejam os fatos, uma sentença tautológica é sempre verdadeira e uma sentença contraditória é sempre falsa. Ora, parece claro que uma sentença que sempre seja verdadeira ou que sempre seja falsa não tem muita utilidade, seja na pesquisa científica, seja na vida prática. No entanto, nem sempre sua identificação é imediata. É função da lógica identificar as "verdades" e as "falsidades formais", de modo a podermos dizer em quais circunstâncias quais asserções podem ser sempre verdadeiras ou sempre falsas.

## 2.2. Formas de argumentos: validade e invalidade

Sentenças podem ser ou verdadeiras ou falsas, mas não é a sua verdade ou falsidade que torna os argumentos válidos ou inválidos. É *a forma como as sentenças são combinadas* que valida ou invalida um argumento. Vejamos.

Retomando o Exemplo 1 do começo da Unidade, sublinhemos cada sentença declarativa com um traçado diferente de modo a realçar sua forma:

1. Ou as lesmolisas são touvas ou as pintalouvas são mimsicais.
2. Não é verdade que as lesmolisas são touvas.
3. - As pintalouvas são mimsicais.

Apagando apenas as asserções, vemos surgir a seguinte forma:

1. Ou ____________________ ou _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _.
2. Não é verdade que ____________________.
3. _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _.

*Sempre* que preenchermos as lacunas iguais com expressões iguais – iguais entre si, bem entendido – teremos um argumento dedutivamente válido. Caso contrário, teremos formas inválidas de argumentos. Vejamos alguns exemplos para esclarecer esse ponto.

Note-se que no Exemplo 1, a premissa maior é uma disjunção. Em quase todos os exemplos a seguir, (à exceção do Exemplo 9) a premissa maior será uma sentença composta por algum conectivo.

**Exemplo 5:**

1. Ou choverá ou fará sol.
2. Não é verdade que choverá.

3. Fará sol.

**Exemplo 6:**

1.Ou o PT ganhará as eleições ou o PSDB ganhará as eleições.
2. Não é verdade que o PT ganhará as eleições.

3. O PSDB ganhará as eleições.

**Exemplo 7:**

1. Se o PT ganhar as eleições, então um traidor assumirá o cargo.

2. O PT ganhou as eleições.

3. Um traidor assumirá o cargo.

**Exemplo 8:**

1. Se o PSDB ganhar as eleições, então um corrupto assumirá o cargo.

2. O PSDB ganhou as eleições.

3. Um corrupto assumirá o cargo.

Já deve ter ficado evidente que os exemplos 2 e 3 partilham a mesma forma entre si, assim como os exemplos 4 e 5. E também que os exemplos 2 e 3 possuem uma forma diferente que a dos exemplos 4 e 5. Observando as formas dos argumentos, vemos que o conteúdo das asserções pouco importa para determinar se os argumentos são válidos ou não. Em outras palavras, *é a forma, e não o conteúdo, que torna impossível os argumentos acima terem todas as premissas verdadeiras e uma conclusão falsa*.

Mas isso não é tudo. Se um argumento dedutivo tiver a conclusão falsa, ainda assim ele pode ser válido, se uma ou mais premissas também forem falsas. Da mesma maneira, um argumento pode ter todas as premissas verdadeiras e a conclusão ser igualmente verdadeira e ser inválido. Um argumento será inválido *somente se as premissas forem verdadeiras e a conclusão falsa*. Ora, falar de *validade* lógica significa determinar se a conclusão decorre das premissas, isto é, se é *possível* que as premissas sejam todas verdadeiras e, ainda assim, que a conclusão seja falsa. É aqui que a análise da forma nos ajuda a avaliar a validade do argumento. Para determinarmos se um argumento é *falacioso ou não*, se o raciocínio está *mal ou bem construído*, se a inferência é *legítima ou ilegítima*, temos de saber se *é possível que* as conclusões contradigam as premissas. Esse também é o limite da análise lógica: se sabemos que um argumento é válido, esse saber por si só não nos diz mais nada acerca da verdade *de fato* das premissas e conclusões – a única coisa que sabemos é que, *se* as premissas forem verdadeiras, *então* a conclusão também tem de ser necessariamente verdadeira. Vejamos os exemplos.

**Exemplo 9:** Argumento válido com premissas e conclusão verdadeiras:

1. Se o Corinthians vencer o jogo, sagrar-se-á campeão.
2. O Corinthians venceu o jogo.

---

3. O Corinthians sagrou-se campeão.

**Exemplo 10:** Argumento válido com premissas falsas e conclusão verdadeira:

1. Lula é político e é jogador de basquete.

---

2. Lula é político

**Exemplo 11:** Argumento válido com premissas e conclusão falsas:

1. Pelé é presidente do Brasil e artista plástico.

---

1. Pelé é presidente do Brasil.

**Exemplo 12:** Argumento inválido com premissas e conclusão verdadeiras:

1. A África é um continente.
2. Getúlio Vargas foi presidente do Brasil.

---

3. Baleias são mamíferos.

O exemplo mostra que é muito fácil construir argumentos inválidos com *qualquer* combinação de premissas e conclusão. Basta combinar asserções *sem lógica alguma*, isto é, sem qualquer ligação entre si. Por mais banal que pareça, o exemplo serve para mostrar um ponto importante: *do fato de o argumento ser inválido, não podemos concluir nada acerca da verdade ou da* *falsidade das premissas ou da conclusão*.

O próximo exemplo mostra como um argumento pode parecer válido sem o ser, mesmo com premissas e conclusão verdadeiras.

**Exemplo 13:** Argumento inválido com premissas e conclusão verdadeiras:

1. Se você está lendo esta página, então não está com sono.
2. Você não está com sono.

3. Então você está lendo esta página.

Este exemplo é um caso da *falácia da afirmação do consequente*. O argumento é inválido porque a conclusão *pode* ser falsa *mesmo que* as premissas sejam verdadeiras. Melhor dizendo, o fato de você estar lendo esta página não é uma razão suficiente para não estar sonolento pois outros fatores podem explicar o fato de você estar bem desperto; você pode ter dormido muito bem, por exemplo, ou bebido uma boa quantia de café. Veremos, posteriormente, que essa forma lógica pode ainda ser útil, embora não válida, quando estudarmos a teoria da *abdução* segundo Charles S. Peirce.

**Exemplo 14:** Argumento inválido com premissas verdadeiras e conclusão falsa:

1. Se Guimarães Rosa é o autor de *Dom Casmurro*, então ele não é mais velho que Machado de Assis.
2. Guimarães Rosa não é mais velho que Machado de Assis.
3. Guimarães Rosa é o autor de *Dom Casmurro*.

**Exemplo 15:** Argumento inválido com premissas falsas e conclusão verdadeira:

1. Se Pelé foi futebolista, então ele não jogou no Santos F.C.
2. Pelé não jogou no Santos F.C.

3. Pelé foi futebolista.

**Exemplo 16:** Argumento inválido com premissas e conclusão falsas:

1. Ou Pelé não jogou no Santos F.C. ou Guimarães Rosa é o autor de *Dom Casmurro*.

2. Guimarães Rosa é o autor de *Dom Casmurro*

3. Pelé não jogou no Santos F.C.

Nos exemplos **9** a **16** acima, *todas* as premissas são ou verdadeiras ou falsas.

Mas é possível construir formas válidas e inválidas *misturando* premissas verdadeiras com premissas falsas. Assim:

**Exemplo 17:** Argumento válido:

1. Ou Lula é filiado ao PT ou é pernambucano (verdadeiro).

2. É falso que Lula é filiado ao PT (falso).

3. Lula é pernambucano (verdadeiro).

**Exemplo 18:** Argumento inválido:

1. Se Guimarães Rosa é autor de *Dom Casmurro*, então Pelé é artista plástico (verdadeiro).

2. Pelé é artista plástico (falso).

3. Guimarães Rosa é autor de *Dom Casmurro* (falso).

Os exemplos **17** e **18** mostram que *a única combinação de premissas e conclusão* ***impossível*** *de ser feita é um argumento ser válido* ***e*** *ter premissas* ***verdadeiras*** *e conclusão* ***falsa***.

## 2.3 Correção e consistência

A essa altura, cabe perguntarmos se é *exclusivamente* a forma que faz um argumento ser um bom argumento. A maioria das pessoas provavelmente diga “não!”, e com boas razões. A principal é que um argumento pode ser válido e ainda assim ser ruim por conter uma ou mais premissas falsas. Nesse caso, a forma pode estar bem construída, mas o argumento é *incorreto*. Assim, as duas condições básicas para que um argumento seja correto são, em primeiro lugar, que ele seja *válido*, isto é, que não extraia uma conclusão falsa de premissas verdadeiras; em segundo lugar, *todas* as suas premissas devem ser verdadeiras. Basta um argumento não cumprir uma só dessas exigências para ele ser *incorreto*. Vejamos os exemplos.

**Exemplo 19:** Argumento válido e correto

1. Ou em 2006 Lula foi eleito com mais votos do que todos os outros candidatos juntos ou em 2006 Lula foi eleito por maioria não qualificada.
2. É falso que em 2006 Lula foi eleito com mais votos do que todos os outros candidatos juntos.

---

3. Em 2006 Lula foi eleito por maioria não qualificada.

**Exemplo 20:** Argumento válido, mas incorreto

1. Se morangos são frutas, então crescem em árvores.
2. É falso que morangos crescem em árvores.
3. É falso que morangos são frutas.

Os exemplos **19** e **20** mostram que só a lógica não basta para determinar se argumentos são corretos ou incorretos. É preciso algum tipo de conhecimento *factual* para isso. No exemplo 16, além de ser necessário saber o que é uma maioria qualificada, precisamos saber, dentre outras coisas, qual o número de votos de cada candidato nas eleições gerais de 2006, a qual cargo Lula concorreu, se ganhou mesmo e até *se* chegou a concorrer! Vejamos mais um argumento:

**Exemplo 21:** Argumento válido, mas cuja correção é impossível decidir apenas pela lógica

1.Ou Deus existe, ou uma cadeia infinita de entes sempre existiu.

2. É falso que sempre existiu uma cadeia infinita de entes.

3. Deus existe.

Que tipo de conhecimento seria necessário para determinar a correção do argumento no exemplo 21?

Esse tipo de indagação talvez encontre melhor contexto nas aulas de metafísica. A lógica, além da validade, consegue lidar melhor com problemas relativos à *consistência* dos argumentos. A consistência define qualquer conjunto de sentenças ou asserções em que todas as sentenças ou asserções são verdadeiras em algum momento. Assim sendo, podemos precisar a definição nos seguintes termos: *um conjunto de sentenças é consistente se e somente se for possível que em ao menos uma situação todas as sentenças sejam verdadeiras*. Se não for possível, ele é inconsistente. Então, é consistente o seguinte conjunto de asserções:

1. A grama é verde.
2. Os aracnídeos têm oito patas.
3. Os seres humanos não são imortais.
4. O S.C. Corinthians Paulista é o maior ganhador de títulos de futebol do mundo.
5. Pão de queijo de Minas é gostoso.

É evidente que nem todas as asserções acima são verdadeiras, já que o maior conquistador de títulos do futebol mundial não é o S.C. Corinthians Paulista. No entanto, *se* o Corinthians fosse o maior conquistador mundial de títulos futebolísticos, isso em nada afetaria a verdade das outras asserções. É nesse sentido que se deve entender a definição de consistência: há ao menos uma *situação possível* em que todas as asserções são verdadeiras.

O exemplo mais óbvio de inconsistência talvez seja o de uma contradição manifesta:

**Exemplo 22:**

1. Getúlio Vargas foi o maior presidente do Brasil.
2. Getúlio Vargas não foi o maior presidente do Brasil.

É claro que nem todas as inconsistências são tão evidentes. Por exemplo, se tomarmos um conjunto unitário com uma única sentença, que seja “2 + 2 = 5”, teremos uma inconsistência, já que não há situação possível que torne 2 + 2 = 5 verdadeira. Assim, no caso de conjuntos com mais de uma sentença ou asserção, tal conjunto se torna inconsistente quando possui ao menos duas sentenças *contraditórias* entre si.

**Exemplo 23:**

1. Os aracnídeos têm oito patas.
2. Os seres humanos não são imortais.
3. O S.C. Corinthians Paulista é o maior ganhador de títulos de futebol do mundo.
4. Pão de queijo de Minas é gostoso.
5. Pão de queijo de Minas não é gostoso.

As asserções **4** e **5**, tomadas individualmente, não são inconsistentes, pois há situações possíveis em que podem ser verdadeiras (ambas podem ser verdadeiras ou falsas). Mas, fazendo parte do mesmo conjunto de sentenças, elas tornam o conjunto inconsistente. Assim, a presença delas no mesmo conjunto torna impossível serem ambas simultaneamente verdadeiras ou simultaneamente falsas, pois uma contradiz a outra.

Nem sempre a inconsistência é tão evidente. Veja-se:

**Exemplo 24:**

1. São Paulo é uma cidade com um bom padrão de vida.
2. São Paulo é uma das cidades mais violentas do Brasil.
3. Nenhuma cidade muito violenta pode ter um bom padrão de vida.

Podemos resumir dizendo que um conjunto inconsistente de sentenças *sempre* terá *ao menos uma* sentença falsa. Como sabemos *qual* delas é falsa? Ora, isso a lógica não nos diz. A única coisa que o estudo da lógica nos diz, nesse caso, é que *se há inconsistência, ao menos uma sentença é falsa*, pois, se todas as sentenças fossem simultaneamente verdadeiras ou simultaneamente falsas, não haveria inconsistência. Assim como é impossível um argumento ser válido se suas premissas são verdadeiras e sua conclusão falsa, é impossível um conjunto de sentenças verdadeiras – *todas* – ser inconsistente. Todas as outras combinações são possíveis.

Há uma única exceção, na qual usando *somente a lógica* conseguimos determinar a verdade ou a falsidade das sentenças. Trata-se do caso de sentenças *logicamente* verdadeiras ou *logicamente* falsas, das tautologias e contradições, como vimos.

O último exemplo apresenta um caso bastante conhecido de inconsistência.

**Exemplo 25:**

1. Ari, o barbeiro, só faz a barba daqueles que não se barbeiam.
2. Ari, o barbeiro, faz a barba de todos aqueles que não se barbeiam.

*Pergunta*: Ari se barbeia?

## 2.4 Validade e consistência

Vimos como a análise da forma lógica pode nos ajudar a determinar a validade e a consistência dos argumentos. Na verdade, a validade de um argumento está ligada muito fortemente à sua consistência. Dizer que um argumento é *válido* significa que é impossível as premissas serem verdadeiras e a conclusão ser falsa. Ou seja, significa que é impossível o argumento ser *inconsistente*. Ele pode ser incorreto, mas isso, na maioria dos casos, não é possível determinar logicamente. Analogamente, dizer que um conjunto de sentenças é inconsistente significa que é impossível serem verdadeiras *todas* as sentenças que o compõem. Em ambos os casos, estamos lidando com a forma dos argumentos e com a forma de um conjunto de sentenças. Em suma: *um argumento é válido se e somente se é inconsistente dizer que todas as suas premissas são verdadeiras e sua conclusão é falsa.* Vejamos um exemplo.

**Exemplo 26:**

*Argumento*: 1. Se Deus existe, a vida tem um sentido.

2. Ora, Deus existe.

---

3. Portanto, a vida tem um sentido.

O argumento acima é válido se e somente as três sentenças a seguir forem inconsistentes:

1. Se Deus existe, a vida tem um sentido.
2. Deus existe.
3. *É falso que* a vida tem um sentido.

No exemplo 26, a conclusão do argumento original foi negada. Esse procedimento de *negar a conclusão* mostra que o teste da validade também pode ser usado para checar a consistência, e vice-versa. Para tanto, basta comparar a negação da conclusão com as premissas. Se houver contradição entre as premissas originais e *a negação da conclusão*, o argumento original é *válido*, pois, negando a conclusão, teremos um conjunto inconsistente de asserções, de modo a mostrar ser impossível o argumento original ter premissas verdadeiras e conclusão falsa. Se *não* houver contradição entre as premissas originais e a *negação da conclusão*, não teremos inconsistência, e, portanto, o argumento original é *inválido*, pois não é impossível que suas premissas sejam verdadeiras e que sua conclusão seja falsa.

O estudo da lógica de sentenças e argumentos, do qual fizemos apenas uma brevíssima introdução, relaciona-se com muitas áreas de conhecimento. Na verdade, sempre que alguém faz uma afirmação e diz que é verdadeira, cabe perguntar: quais as razões para que essa afirmação seja aceita como verdadeira? Como essa pessoa chegou a essa conclusão? O que é que justifica essa afirmação? Essas perguntas são feitas sempre que se investiga o *contexto de descoberta* e o *contexto de justificação*. A lógica dedutiva está intimamente ligada a contextos de justificação, como fica claro. Mas, em investigações científicas, assim como na vida cotidiana, nem sempre a diferença entre descoberta e justificação é evidente. Estudaremos como os processos lógicos de descoberta e justificação se sobrepõem a seguir, estudando a teoria do método científico proposta por Charles S. Peirce.

**ATIVIDADES AVA**

Após a leitura da Unidade 2, acesse o Ambiente Virtual de Aprendizagem e desenvolva as atividades referentes a esta Unidade.