Unidade 5

Resolução das Equações Algébricas

Muito bem, continuando a História da Matemática, você conhecerá como ocorreu a transição entre o período de ouro da matemática grega para a época do renascimento cultural e científico vivido na Europa no século 16.

Durante toda a Idade Média, o conteúdo matemático alcançado pelos gregos foi preservado e enriquecido pelos árabes.

É um longo capítulo da História da Matemática marcado pelo respeito que a cultura árabe teve pelos resultados obtidos anteriormente.

Mas não foi só isso, neste período também ocorreram grandes contribuições de matemáticos indianos.

Texto 16: Há Mouros na Costa!

Uma das maneiras de perceber a influência de uma certa cultura em nossas vidas é a presença de suas palavras no dia-a-dia.

> Azeite, alfazema, beringela, algarismo, mesquinho, arroz, decifrar, algarve, laranja, zero, alicate, javali, oxalá, refém, até, alicerce...

Responda depressa: o que todas essas palavras têm em comum?

Acertou quem disse: são todas provenientes do árabe!

Elas chegaram até o nosso idioma devido à ocupação da Península Ibérica pelos árabes, que resultou num período de convivência de duas culturas.

Com o declínio das civilizações grega, e depois romana, foi a vez dos árabes se expandirem. Em 711 eles cruzaram o Estreito de Gibraltar e ocuparam Córdoba e Toledo, na Espanha. Até o século 12 permaneceram também em território português e só saíram de Granada, na Espanha, em 1492.

Tinham uma cultura rica e eram capazes de absorver e transformar os conhecimentos dos povos que dominavam ou das culturas com que mantinham contato. Por exemplo, conhecemos o livro do astrônomo grego Cláudio Ptolomeu, escrito no século 2, por *Almagesto*, devido à sua tradução árabe. Além disso, os árabes usaram idéias gregas para construir o astrolábio, que permitiu maior segurança na navegação.

Os livros sobre medicina, escritos por Al Razi (864 - 930) e Avicena (980 - 1037), foram usados na Europa até o século 17. Mais ainda, os árabes difundiram o uso do papel no lugar do papiro, que eles trouxeram da China. Isso tornou a produção de livros mais barata, facilitando a difusão de conhecimento.

Como os árabes eram originários de regiões de clima inóspito, tinham grande conhecimento sobre irrigação e semeadura.

Além de tudo isso, o amor que tinham pela abstração e pelos números deixou uma marca forte na Matemática. Da Índia trouxeram o zero, aperfeiçoaram os *algarismos* e contribuíram para a parte mais abstrata da Matemática, que leva um nome árabe – a Álgebra.

Mas, vamos começar falando de um número muito especial – o zero.

Texto 17: Decifrando o Zero

A maioria dos nossos alunos ficaria surpresa ao saber quanto tempo demorou para que o zero se estabelecesse no cenário matemático. Para entender um pouco melhor essa história, é preciso lembrar que o zero tem duas funções a desempenhar no sistema numérico. Veja, usamos o zero para expressar certos números, uma vez que nosso sistema numérico é *posicional*. Assim, os números 272, 2720 e 2072 podem ser diferenciados uns dos outros. A outra função é ser um número em si mesmo.

Já os babilônios usavam um sistema numérico posicional, mas mesmo assim o zero não se estabeleceu nessa cultura. Também alguns gregos, astrônomos, usavam um sistema numérico posicional, mas isso ficou restrito a um número muito pequeno de pessoas.

O zero se estabeleceu, definitivamente, como um símbolo para representar números num sistema posicional, na Índia. Inscrições que datam do ano 876 descrevem um problema (sobre plantações de flores, para a produção de guirlandas) em que os números 270 e 50 são denotados como o fazemos hoje.

Já sua outra função, como número, deu mais trabalho aos matemáticos. Foi um longo caminho do concreto para o abstrato. Veja, partir de idéias tais como quatro irmãos, quatro objetos, para chegar à idéia do número 4, exige um enorme esforço de abstração. Daí para o zero, que representaria o nada, assim como números negativos, exige uma maior abstração. Como se isso não fosse o bastante, há ainda a questão de *estender* a esses *novos números* a aritmética já estabelecida para os positivos.

Bhaskara (1114 - 1185) é o nome que associamos a fórmula que resolve a equação do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Ele também era conhecido por Bhaskaracharya, que significa Bhaskara, o professor.

Alguns matemáticos da Índia definiram regras para as operações aritméticas envolvendo números positivos, zero e números negativos. Primeiro Brahmagupta e depois Mahavira e, perto de 500 anos depois de Brahmagupta, Bhaskara. Tudo funcionou bem, a menos da operação de divisão, onde eles tentavam estabelecer o resultado de uma divisão por zero.

Bhaskara tentou resolver o problema da seguinte forma:

> Uma quantidade dividida por zero se torna uma fração cujo denominador é zero. A essa fração é atribuída uma quantidade infinita. Esta quantidade (aquilo que tem zero como seu divisor) não é alterada, independentemente de quanto a ela seja acrescentado ou subtraído, assim como não há mudanças no infinito e imutável Deus quando mundos são criados ou destruídos, apesar de inúmeras ordens de seres serem absorvidos ou criados.

Em 1655, por sugestão de John Wallis, um dos precursores do Cálculo, o símbolo ∞ passou a ser usado para indicar infinito. Anteriormente era usado como uma alternativa para M, que representa $1\,000$ em algarismos romanos.

Usando a notação atual, Bhaskara estava tentando resolver o problema colocando

$$\frac{n}{0} = \infty.$$

Por mais tentadora que pareça essa solução, ela acarreta vários problemas. Primeiro, introduz um *número* extra, o ∞. Isso já condena a fórmula. Mas, o pior ainda está por vir, pois ela implica que $0 \times \infty$ é igual a qualquer número n, provocando a contradição de que todos os números seriam iguais.

É difícil crer que a solução para o problema seja tão simples: basta estabelecer que *não se divide por zero*, e pronto! De qualquer forma, esta questão afeta muitos iniciantes na Matemática, até hoje. Precisamos lembrar nossos alunos constantemente que não se divide por zero.

Estender certas definições tais como elas valem para um dado conjunto de objetos matemáticos, para um conjunto maior, pode ser uma dura tarefa. Esse foi, de certa forma, o problema enfrentado pelos matemáticos da Índia, quando tentavam definir as operações aritméticas, conhecidas para o caso de números positivos para incluir o zero e os negativos.

Veja a atividade.

Atividade 20

Veja o que está errado com a seguinte prova de que 1 é igual a 2:

$$\begin{aligned}
1 &= 1+0+0+0+\ldots = \\
&= 1+(1-1)+(1-1)+(1-1)+\ldots = \\
&= 1+1+(-1+1)+(-1+1)+(-1+1)+\ldots = \\
&= 1+1+0+0+0+\ldots = \\
&= 2.
\end{aligned}$$

Seria possível definir uma adição que incluísse uma infinidade de parcelas?

A representação dos números por um sistema posicional, que demanda dez algarismos, *bem como as regras que definem as operações básicas da Aritmética, envolvendo o zero e números negativos, é um importante avanço matemático que foi transmitido para a cultura árabe e, posteriormente, para as culturas européias.*

Os algarismos hindu-arábicos, com o sistema numérico posicional e as frações decimais, são provas de que nossa cultura deve muito aos esforços das gerações anteriores. De qualquer forma, esse sistema não foi rapidamente absorvido e, por muito tempo, o sistema posicional e o sistema numérico representado por letras conviveram lado a lado.

Hoje, essa maneira antiga de denotar os números tem uma presença residual.

Algo assim como uma passagem do analógico para o digital. Falando nisso, que horas são?

É claro que está na hora de passarmos à Álgebra.

Texto 18: A Álgebra Surge no Cenário Matemático

Abu Jafar Mohamed ibn Musa al-Khwarizmi foi o primeiro matemático da *Casa da Sabedoria*, uma espécie de universidade fundada pelo califa al-Mamum, no início do século 9, em Bagdá. Ele escreveu um livro sobre matemática elementar: uma compilação de regras para solução aritmética de equações lineares e de segundo grau, baseado nos trabalhos de Diofante, chamado *Hisab al-jabr w'al-muqabalah*. A palavra árabe *al-jabr* significa *combinar, reunir*, e a tradução latina desse título deu origem à palavra álgebra. O livro inicia com uma frase do tipo "Assim falou al-Kwarizmi... ", cuja tradução latina resultou no termo *algoritmo*.

De qualquer forma, a semente estava lançada. Também entre os matemáticos da Índia floresceu a Álgebra. Com a introdução da teoria de números negativos, Brahmagupta (598 - 670) podia dar a solução completa para equações lineares diofantinas, do tipo

$$4x + 6y = 2.$$

Esse tipo de equação só tem solução (inteira) se o m.d.c. (maior divisor comum) dos coeficientes (4 e 6) dividir o termo constante (2).

Resolva o seguinte problema, proposto por Brahmagupta.

Atividade 21

Em quanto tempo quatro fontes, todas abertas ao mesmo tempo, encherão uma cisterna, as quais sozinhas a encheriam num dia, em meio dia, num quarto de um dia e num quinto de um dia?

Bhaskara, como já vimos, é um matemático da Índia, cujo nome permanece até hoje. Como era comum em sua época, ele redigia os problemas propostos de forma poética. Veja um exemplo.

> De um enxame de abelhas pretas, a raiz quadrada da metade voou para um jasmineiro e oito nonos das abelhinhas ficaram para trás. Sobraram duas, uma femeazinha voando em torno de uma flor de lótus, cuja fragrância acabou capturando um zangão, que lá ficou a zunir. Então, diga-me tão encantadora garota, quantas abelhas havia no enxame todo?

É claro que tal enunciado é mais interessante do que simplesmente:

$$\text{Resolva a equação } \sqrt{x/2} + (8/9)x + 2 \; = \; x.$$

Bhaskara tinha uma filha chamada Lilavati, cujo nome foi dado a um de seus livros. Ela deve ter sido uma boa aluna de Matemática.

Veja mais um problema típico do Lilavati.

> Oh, sábio homem! Um certo rei deu a cinco cavaleiros 57 moedas. Cada um, por ordem, obteve o dobro e mais uma moeda do que o seu antecessor. Quantas moedas obteve o primeiro cavaleiro, assim como cada um dos outros?

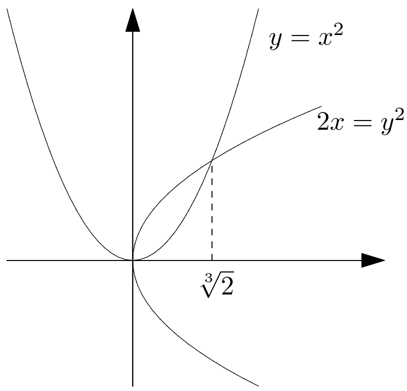
Mas, voltemos aos árabes, conhecendo um pouco do trabalho de Omar Khayyam referente às equações cúbicas. Antes, contudo, faremos uma introdução apresentando um resumo histórico dessas equações.

18.1 Omar Khayyam e as equações cúbicas

Problemas cuja solução recaía numa equação cúbica já eram conhecidos desde a Antigüidade. No entanto, o completo entendimento dessas equações levou bastante tempo. O exemplo mais famoso é a questão da duplicação do cubo.

Veja, os gregos já haviam notado que, se fosse possível construir comprimentos y e z tais que $\dfrac{1}{x} = \dfrac{x}{y} = \dfrac{y}{2}$, o problema da duplicação do cubo estaria resolvido.

Em outras palavras, se além de régua e compasso fossem admitidas soluções através de desenhos de parábolas (uma curva obtida por um processo *mecânico*), o problema estaria resolvido com o seguinte diagrama:



Muito bem, chegamos a Omar Khayyam (1050 - 1123), que, além de poeta, foi matemático. A lenda conta que ele e mais dois amigos, Nizan e Hassan, fizeram um pacto, de que se algum deles ficasse rico, dividiria suas riquezas com os demais. Ao que parece, Nizan ficou muito rico e, graças a isso, Omar pôde deixar seu ofício como artesão de tendas, razão do nome Khayyam, para se dedicar à Matemática. Ele dedicou sua atividade matemática a estudar a equação cúbica

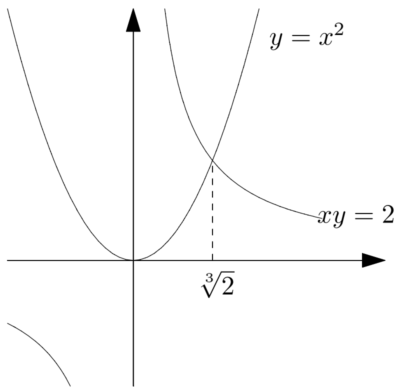
$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0.$$

Khayyam considerava diversos casos, dependendo dos sinais dos coeficientes da equação e usava interseções de cônicas para determinar soluções positivas, assim como no caso da solução de $x^3 = 2$, dada anteriormente.

Em resumo, lidava com casos especiais do seguinte simples resultado.

Teorema: O ponto (x, y) é solução de $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ e $y = x^2$ se, e somente se, é solução de $(x + a)(y + b) = ab - c$ e $y = x^2$.

Por exemplo, para resolver a equação $x^3 - 2 = 0$, Omar considera a interseção da parábola $y = x^2$ e a hipérbole $xy = 2$.



Bem longe de Khayyam, um matemático italiano se ocupa com o sistema numérico árabe e lida com equações cúbicas.

18.2 Fibonacci e seus coelhos

O ano de 1202 assistiu à publicação de um livro chamado *Liber Abaci* (*Livro dos Ábacos*), que apresentaria para a Europa o sistema numérico árabe. Esse livro fora escrito por um matemático genial, Leonardo de Pisa, mais conhecido pelo apelido de Fibonacci. Ele aprendera Matemática na Algéria, onde fora acompanhando seu pai, um funcionário diplomático. Um dos problemas apresentados no livro é o que gera a famosa seqüência de Fibonacci. Veja o enunciado:

> Suponha que as coelhas demorem um mês para gerar suas crias e que cada coelha fique prenha no início de cada mês, contando do início de seu primeiro mês de vida. Além disso, suponha que cada coelha gere um par de coelhos, um macho e uma fêmea. Quantos pares de coelhos você terá em 2 de janeiro de 1203 se você começar com um só par, em 1 de janeiro de 1202, se em cada mês cada par gera um novo par, que se torna produtivo a partir do segundo mês?

A solução dada por Fibonacci é a seguinte: no primeiro mês, teremos um par de coelhos que se manterá no segundo mês, tendo em consideração que se trata de um casal de coelhos jovens; no terceiro mês de vida darão origem a um novo par, e assim teremos dois pares de coelhos; para o quarto mês só temos um par a reproduzir, o que fará com que obtenhamos, no fim deste mês, três pares. Em relação ao quinto mês, serão dois os pares de coelhos a reproduzir, o que permite obter cinco pares de coelhos no fim deste mês. Continuando desta forma, ele mostra que teremos 233 pares ao fim de um ano de vida do par de coelhos com que partimos.

Assim, o número de coelhos aumenta da seguinte maneira:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, \ldots$$

caso o processo não seja interrompido. Veja, a seqüência de Fibonacci pode ser obtida da seguinte maneira.

$$F_1 = 1;\ F_2 = 1;\ F_{n+1} \ = \ F_n + F_{n-1}.$$

O último número da seqüência, a partir do terceiro, é a soma dos dois números anteriores, sendo que os dois primeiros números são iguais a 1.

Há muita informação sobre os números de Fibonacci na literatura, inclusive sobre suas relações com a razão áurea.

18.3 Fibonacci e a cúbica

A vida dos matemáticos nos dias de Fibonacci não era nada fácil. Nada de posições asseguradas em universidades, nada de aposentadoria ou outros benefícios. A competência era a principal segurança de cada um. Era comum que fossem organizados torneios matemáticos nos quais as habilidades eram testadas. Além disso, um matemático podia desafiar um outro para uma espécie de duelo matemático. Eles trocavam listas de problemas e o vencedor do desafio, aquele que resolvesse o maior número de problemas, mantinha a sua posição sob ou ocupava o lugar do vencido, dependendo do caso.

Nesse clima de competição, as respostas dos problemas eram apresentadas, mas os métodos usados para obtê-las eram segredos guardados sob sete chaves.

Os problemas mais difíceis que circulavam naquela época eram aqueles que demandavam a resolução de uma equação de grau três, as chamadas equações cúbicas, ou simplesmente cúbicas, para os íntimos.

Frederico II era o imperador romano, coroado pelo Papa Honório III em novembro de 1220 na Igreja de São Pedro, em Roma. O Imperador foi, também, entre 1197 e 1250, Rei da Sicília, e era um monarca culto, protetor das artes e das ciências.

Em 1225, Frederico II organizou um torneio que foi vencido de maneira brilhante por Fibonacci. Ele simplesmente resolveu todos os problemas propostos.

Um desses problemas consistia em resolver a equação

$$x^3 + 2x^2 + 10x = 20.$$

Veja, se substituirmos x por 1 no lado esquerdo da igualdade, obtemos $1+2+10=13<20$. Além disso, se multiplicarmos a equação por $\frac{1}{10}$, obtemos

$$x+\frac{x^3}{10}+\frac{x^2}{5}=2.$$

Essas considerações indicam que a solução está entre 1 e 2.

Fibonacci constatou alguns fatos sobre a natureza da solução, por exemplo provando que ela não é um número racional, e afirma que

$$x \cong 1^\circ\ 22'\ 7''\ 42'''\ 33^{IV}\ 4^{V}\ 40^{VI},$$

ou seja,

$$x \cong 1+\frac{22}{60}+\frac{7}{60^2}+\frac{42}{60^3}+\frac{33}{60^4}+\frac{4}{60^5}+\frac{40}{60^6},$$

que dá $x \cong 1.368808108$.

O que você acha de tentar resolver o problema de Fibonacci?

Atividade 22

Usando o método geométrico, desenhe cuidadosamente as curvas

$$(x+2)(y+10)=40 \text{ e } y=x^2.$$

Muito bem, você já sabe que é difícil achar solução para uma cúbica. Veja a diferença com o caso das equações quadráticas. No caso de $ax^2+bx+c=0$, basta usar a fórmula de Bhaskara,

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

Mas havia casos onde as soluções encontradas eram mantidas em segredo.

Texto 19: Um Grande Segredo

A busca de uma fórmula semelhante para o caso das cúbicas, e demais equações de maior grau, era a grande questão que ocupava os matemáticos naqueles dias.

O primeiro matemático a encontrar uma fórmula que se aplica a um certo tipo de cúbica foi Scipione dal Ferro (1465 - 1526). Ele descobriu como resolver as chamadas *cúbicas comprimidas* Isso é, equações da forma

$$y^3 + Ay = B,$$

com A e B positivos.

Scipione descobriu que, neste caso, bastava determinar s e t tais que

$$\begin{cases} 3\,st & = \quad A, \\ s^3 - t^3 & = \quad B, \end{cases}$$

pois $s - t$ é solução de $y^3 + Ay = B$. Realmente, basta substituir. O problema é determinar s e t. Muito bem, a questão é algébrica! Basta resolver a equação $3\,st = A$ em s, obtendo $s = \dfrac{A}{3t}$ e substituir em $s^3 - t^3 = B$. Isso dá $\left(\dfrac{A}{3t}\right)^3 - t^3 = B$. Um pouco mais de trabalho e obtemos a equação

$$t^6 + B\,t^3 - \frac{A^3}{27} \; = \; 0$$

que pode ser resolvida em t^3 pela equação de Bhaskara. Ufa! e essa é apenas a cúbica comprimida. Veja um exemplo... Para resolver a equação $y^3 + 6y - 10 = 0$, fazemos $y^3 + 6y = 10$ e colocamos $\begin{cases} 3\,st & = \quad 6 \\ s^3 - t^3 & = \quad 10. \end{cases}$

Fazendo as substituições indicadas, chegamos à equação $t^6 + 10t^3 - 8 = 0$, que tem soluções $t^3 = -5 \pm \sqrt{33}$. Escolhemos a solução positiva e obtemos $t = \sqrt[3]{-5 + \sqrt{33}}$. De $s^3 - t^3 = 10$, obtemos $s^3 = 5 + \sqrt{33}$ e, portanto, $s = \sqrt[3]{5 + \sqrt{33}}$. Finalmente,

$$y = \sqrt[3]{5 + \sqrt{33}} - \sqrt[3]{-5 + \sqrt{33}} \;\cong\; 1.300270977.$$

Scipione guardou esse segredo até quase seu último suspiro. Antes de morrer, passou-o para seu assistente, Antonio Fior.

Tartaglia significa gago. A cidade em que ele nasceu, Bresia, Itália, foi saqueada em 1512 por soldados francesas. Niccolo, ainda menino, foi ferido gravemente em sua mandíbula, por uma espada. Isso lhe deixou seqüelas e o apelido.

Fior não esperou muito. Em 1535 desafiou para um duelo um dos melhores matemáticos da época, Niccolo Fontana Tartaglia (1499 - 1557). Tartaglia, acostumado às vicissitudes da vida, sabia que os lobos estavam à porta. Em pouco tempo resolveu o problema das cúbicas comprimidas e foi além. Descobriu uma maneira de resolver equações do tipo

$$x^3 + ax^2 = c,$$

(onde a e c são constantes positivas) e conseguiu vencer o desafio de Fior.

Veja como é bonito o truque de Tartaglia. Para resolver a equação

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

substitua x por $y - \dfrac{b}{3a}$. Isso deverá eliminar o termo quadrado, recaindo em uma cúbica comprimida. Por exemplo, para resolver a equação

$$x^3 + 6x^2 + 18x + 10 = 0,$$

fazemos a substituição $x = y - 2$. Assim:

$$\begin{aligned}
(y-2)^3 \;+\; 6(y-2)^2 \;+\; 18(y-2) \;+\; 10 \;&=\\
&= y^3 - 6y^2 + 12y - 8 + 6y^2 - 24y + 24 + 18y - 36 + 10 \;=\\
&= y^3 + 6y - 10.
\end{aligned}$$

19.1 O segredo é revelado

Está na hora de entrar na história um personagem muito interessante. Girolamo Cardano (1501 - 1576) teve uma vida, no mínimo, pitoresca. Ele deixou uma autobiografia na qual narra suas muitas venturas e desventuras. Cardano interessava-se por muitos assuntos, entre eles matemática. É claro que ele estava interessado na solução da cúbica. Em 1539, Cardano recebeu Tartaglia em sua casa para uma longa visita. Ele só conseguiu que Tartaglia lhe revelasse o segredo da cúbica após ter jurado que guardaria o segredo para si.

Assim, com a ajuda de Tartaglia, Cardano e seu aluno, Ludovico Ferrari (1522 - 1565), dominaram o método de resolver equações cúbicas. Mas, se você não quer que seus segredos sejam revelados, não os conte a ninguém! Em 1545 Cardano publicou um livro, chamado *Ars Magna* (*Arte Suprema*), em que revela o segredo tão ciosamente guardado por Tartaglia.

É preciso dizer que Cardano deu crédito a Tartaglia. Além disso, só publicou o livro após ter visto a solução parcial divisada por Scipione, em alguns de seus papéis póstumos. Além disso, Cardano e Ferrari haviam feito alguns progressos. Ferrari, por exemplo, havia descoberto a solução para equações do quarto grau e isso fora incluído no livro de Cardano. De qualquer forma, isso criou uma terrível disputa com Tartaglia. Apesar de tudo, a divulgação da informação deu um enorme impulso no desenvolvimento da Matemática. Cardano foi o primeiro matemático a divisar os números complexos. Isso lhe permitiu dar um tratamento mais completo às cúbicas.

19.2 Notação matemática

Apesar das confusões causadas pelos personagens desse episódio, a solução das cúbicas mostrou que a Matemática estava pronta para vôos mais altos. Nesse período destacam-se, também, os trabalhos de François Viète (1540 - 1603). Viète é advogado e matemático amador, mas suas contribuições são muito importantes. Ele foi o responsável pelo uso de letras para representar incógnitas e usou trigonometria para resolver equações de grau maior do que 3 e 4. Foi nesse período que se passou a usar os símbolos $=$, $+$ e $-$. Com o aperfeiçoamento das notações algébricas, as precisões dos cálculos algébricos ganham um estágio bem avançado e uma grande aventura estava por vir.

Um passo gigantesco foi dado no momento em que os matemáticos passaram a usar símbolos como $=$, $+$ e $-$, combinados com letras para representar valores a serem determinados, causando o surgimento das equações. Fora uma caminhada milenar para se atingir essa etapa da Matemática.

É preciso ter isso em mente quando vemos alunos tendo dificuldades em resolver um problema literal. Pense um pouco nisso enquanto você se diverte resolvendo o seguinte problema.

Atividade 23

Ninguém sabe exatamente quando nasceu ou morreu Diofanto. No entanto, sabemos quantos anos ele viveu, devido ao enigma elaborado por um de seus discípulos para descrever a vida do mestre:

> A juventude de Diofanto durou 1/6 de sua vida; depois de mais 1/12, nasceu-lhe a barba. Ao fim de mais 1/7 de sua vida, Diofanto casou-se. Cinco anos depois teve um filho. O filho viveu exatamente metade do que viveu o pai, e Diofanto morreu quatro anos depois da morte de seu filho. Tudo isso somado é o número de anos que Diofanto viveu.

Atividade 24

Use o truque de Tartaglia para transformar a equação de Fibonacci $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$ na equação $y^3 + \frac{26}{3}y = \frac{704}{27}$. Agora, use a solução de Scipione ou Cardano, para cúbicas comprimidas, e calcule a raiz

$$\frac{\sqrt[3]{352 + 6\sqrt{3930}} + \sqrt[3]{352 - 6\sqrt{3930}} - 2}{3} \cong 1.368808108.$$

Atividade 25

Resolva a equação $y^3 - 15y = 4$ usando a solução de dal Ferro, com s e t. Depois, observando que 4 é uma solução, encontre as outras respostas usando a fórmula de Bhaskara. Como você explica a diferença encontrada?