

Aula 2

PÊNDULO SIMPLES, DE TORÇÃO E FÍSICO

META

- Fazer com que o estudante pense no ensino de ciências como algo “orgânico” que está em profunda transformação;
- Fazer com que os alunos percebam, através de uma atividade lúdica, que podemos ensinar física através de experimentos muito simples;
 - Fazer com que os alunos percebam as aplicações da física no cotidiano.

OBJETIVOS

- Ao final desta aula, o aluno deverá:
- estar cientes das novas possibilidades e dos desafios que envolvem o ensino de ciências em geral;
 - Que para se ensinar física não precisamos ficar presos ao livro didático.
- Que ensinar física não é ensinar a resolver problemas e que a física é uma mera aplicação da matemática.

PRÉ-REQUISITOS

- Os alunos deverão ter cursado as disciplinas Psicologia da Educação, Física A, Física B e Instrumentação I.

INTRODUÇÃO

Como o objetivo central da disciplina de instrumentação é o de estudar e aplicar técnicas de ensino de um determinado conteúdo de física, e não o de introduzi-lo, dividimos o conteúdo de MHS em duas partes. Na aula anterior definimos o MHS e usamos como exemplo o MCU e o do corpo preso a uma mola sujeito somente a força elástica. Deixamos estudo dos pêndulos simples, de torção e o físico para essa aula. Assim, poderemos trabalhar melhor este conteúdo.

Como dissemos na aula passada, a maior aplicação do MHS é o estudo das formas de se medir o tempo. Outra grande aplicação está no estudo dos movimentos circulares e ondulatórios. Em geral os textos didáticos começam definindo o objeto ou tema a ser estudado, em seguida apresentam um pouco de sua história ou de seu descobridor ou inventor. Em seguida expõe a teoria e encerram com exercícios de aplicação.

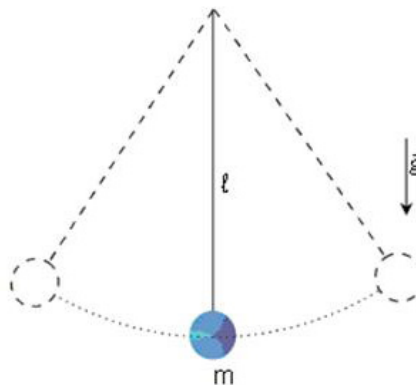
Vamos aqui lhe propor que em vez de começar a ler a aula que se segue, que você confeccione um pêndulo e o estude com cuidado. Para ajudar, veja nossas atividades no final dessa aula.

PÊNDULO SIMPLES ^[1]

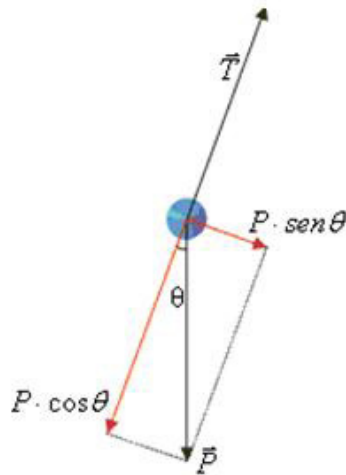
Um pêndulo é um sistema composto por uma massa acoplada a um pivô que permite sua movimentação livremente. A massa fica sujeita à força restauradora causada pela gravidade.

Existem inúmeros pêndulos estudados por físicos, já que estes o descrevem como um objeto de fácil previsão de movimentos e que possibilitou inúmeros avanços tecnológicos, alguns deles são os pêndulos físicos, de torção, cônicos, de Foucault, duplos, espirais, de Karter e invertidos. Mas o modelo mais simples, e que tem maior utilização é o Pêndulo Simples.

Este pêndulo consiste em uma massa presa a um fio flexível e inextensível por uma de suas extremidades e livre por outra, representado da seguinte forma:



Quando afastamos a massa da posição de repouso e a soltamos, o pêndulo realiza oscilações. Ao desconsiderarmos a resistência do ar, as únicas forças que atuam sobre o pêndulo são a tensão com o fio e o peso da massa m . Desta forma:



A componente da força Peso que é dada por $P \cdot \cos\theta$ se anulará com a força de Tensão do fio, sendo assim, a única causa do movimento oscilatório é a $P \cdot \sin\theta$. Então:

$$F = P \cdot \sin\theta$$

No entanto, o ângulo θ , expresso em radianos que por definição é dado pelo quociente do arco descrito pelo ângulo, que no movimento oscilatório de um pêndulo é x e o raio de aplicação do mesmo, no caso, dado por l , assim:

$$\theta = x/l$$

Onde, ao substituírmos em F , obtemos:

$$F = P \cdot \sin(x/l)$$

Assim, é possível concluir que o movimento de um pêndulo simples não descreve um MHS, já que, a força não é proporcional à elongação e sim ao seno dela. No entanto, para ângulos pequenos, $\theta \leq (\pi/8)$ rad, o valor do seno do ângulo é aproximadamente igual a este ângulo.

Então, ao considerarmos o caso de pequenos ângulos de oscilação:

$$F = P \cdot \sin(x/l) = P \cdot x/l$$

$$F = P \cdot x/l$$

Como $P = mg$, e m , g e l são constantes neste sistema, podemos considerar que:

$$K = P/l = m \cdot g/l$$

Então, reescrevemos a força restauradora do sistema como:

$$F = K \cdot x$$

Sendo assim, a análise de um pêndulo simples nos mostra que, para pequenas oscilações, um pêndulo simples descreve um MHS.

Como para qualquer MHS, o período é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

e como, $K = m \cdot g/l$, então o período de um pêndulo simples pode ser expresso por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{m \cdot g}{l}}}$$
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



ATIVIDADES

Q1 – Na 6ª edição do volume dois do livro do Ramalho, Nicolau e Toledo, eles definem e expõem a teoria do pêndulo simples sem usar a definição de força de restituição. Como seu livro texto descreve a teoria do pêndulo simples?

Q2 – Por que Galileu estudou o pêndulo simples?

Q3 – Como você começaria uma aula sobre esse tema? Através de um exemplo prático ou através da teoria? Comente.

Q4 – Abra o modelo “Pêndulo simples” e discuta se ele ilustra o funcionamento das projeções da força peso. Deveríamos esconder o modelo matemático? Ele é muito complexo?

Q5 - Aplicações da Teoria do pêndulo simples. Como funcionam os relógios de pêndulo. <http://ciencia.hsw.uol.com.br/relogios-de-pendulo.htm>

Obs.: Se você precisar recordar como se usa o software Modellus, há um tutorial na página da física http://www.fisica.ufs.br/ladmello/aula_modellus/

O PÊNDULO DE TORÇÃO ^{[2][3]}

O pêndulo de torção consiste em um disco suspenso por um fio inextensível, de massa desprezível e preso ao centro de massa do disco (Figura 4). Se o disco é girado de um ângulo θ_m a partir de sua posição de equilíbrio (indicada pela linha OP da figura), o fio é torcido, dando origem a um torque restaurador que tende a fazer o fio voltar à sua forma original.

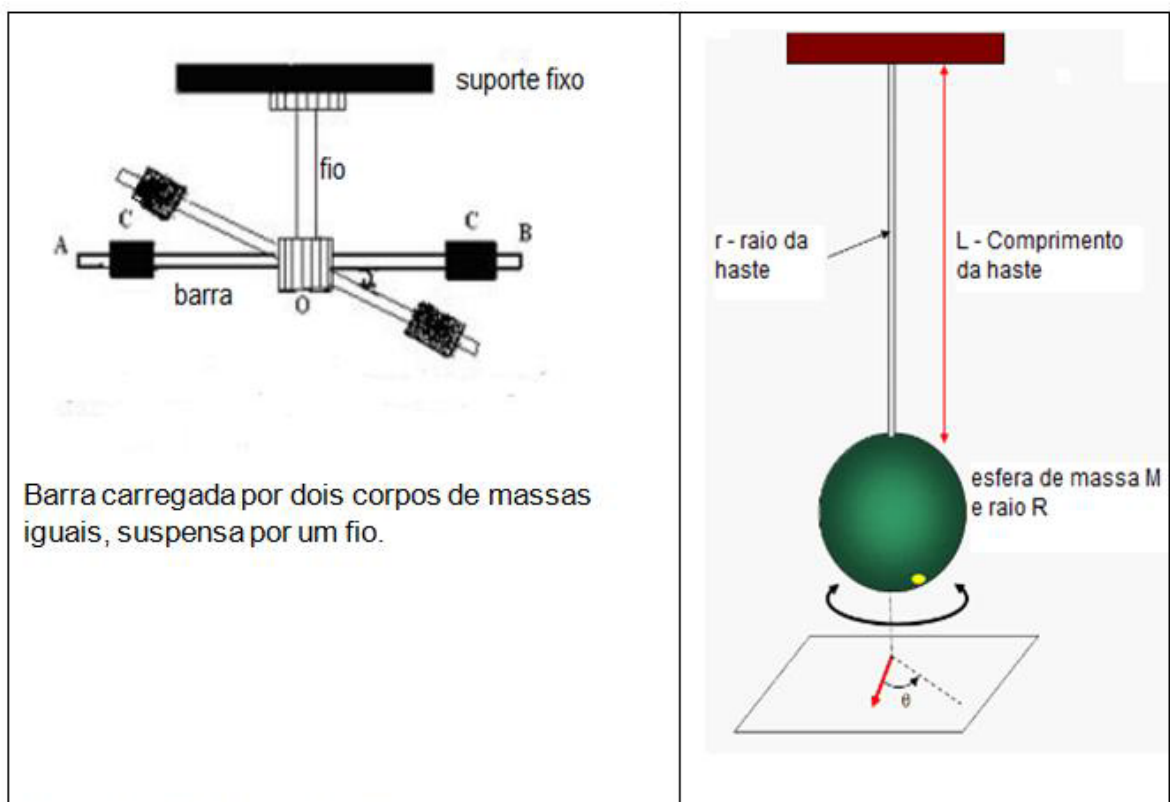


Figura 4 - O pêndulo de torção

Para pequenas torções, o torque restaurador é proporcional ao deslocamento angular θ do disco e podemos escrever:

$$\tau = k \cdot \theta$$

em que k é a constante de torção do fio, que depende das propriedades dele.

Como:

$$\tau = \alpha \cdot I$$

em que I é o momento de inércia do disco relativo ao centro de massa, a segunda lei de Newton para a rotação nos dá:

$$\tau = k \cdot \theta = \alpha I$$

ou

$$\alpha = k/I$$

que mostra que, para pequenas deformações do fio, o movimento do pêndulo é harmônico simples. A solução da equação acima é:

$$\theta = \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

sendo, θ_m a amplitude do movimento e ω_0 , dado por:

$$\omega_0 = \sqrt{I/k}$$

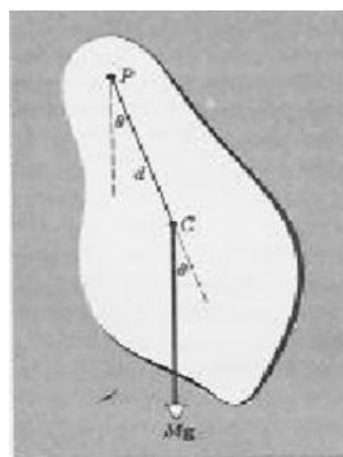
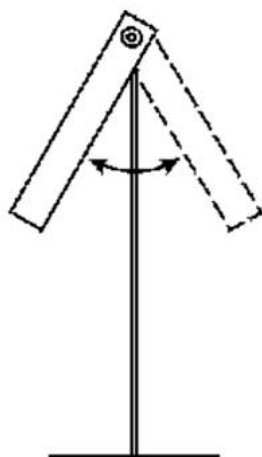
O período do pêndulo é:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}}$$

Em geral, o pêndulo pode ser qualquer corpo laminar, isto é, cuja espessura seja muito menor que as suas outras dimensões.

O PÊNDULO FÍSICO

O pêndulo físico consiste em um corpo posto para oscilar preso por de seus pontos, o qual chamamos de pivô, podendo se mover no plano vertical.



As figuras acima mostram um corpo rígido preso pelo ponto P, podendo girar sem atrito em torno de um eixo horizontal passando por P. Em equilíbrio, a linha OP que liga P ao centro de massa C do corpo é vertical. Quando o corpo é tirado dessa posição, PC faz com a vertical um ângulo θ e a força peso do corpo exerce sobre ele um torque $\vec{\tau}$ relativo a P, que tende a tornar PC vertical. O torque é dado por:

$$\vec{\tau} = -d \times m \cdot \vec{g} = -dmg \cdot \text{sen}\theta$$

em que d é o módulo do vetor \vec{PC} . O sinal negativo indica que o torque se opõe ao deslocamento do corpo. O torque é proporcional a $\text{sen}\theta$, mas para pequenos valores de θ , podemos escrever:

$$\tau = -mgd \cdot \text{sen}\theta$$

Então, tal como no pêndulo de torção, a equação de movimento de rotação para o corpo é:

$$\alpha = \frac{-mgd}{I} \theta \quad \text{ou} \quad \omega_0^2 = \frac{-mgd}{I} \theta$$

O período de oscilação do pêndulo físico é:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

Para amplitudes grandes, o pêndulo físico continua a ter movimento harmônico, mas ele não é harmônico simples.

A equação acima pode ser resolvida para o momento de inércia, dando:

$$I = \frac{mgdT^2}{4\pi^2}$$

Notemos que o pêndulo simples é um caso particular do físico. Com efeito, como toda a massa do pêndulo simples está concentrada na extremidade livre dele, o seu momento de inércia relativo ao ponto de suspensão é $I = mL^2$; o centro de massa do pêndulo simples coincide com a massa m . Então, $d = L$. Assim, o período do pêndulo é:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} = 2\pi \sqrt{\frac{mL^2}{mgd}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

ATIVIDADES EXPERIMENTOS DE BAIXO CUSTO

1 - Experimento: Pêndulo Simples

Objetivos:

Obter experimentalmente a equação geral para o período de oscilação de um pêndulo simples;
Determinar a aceleração da gravidade local;
Verificar a independência do período com a massa.

Para isso iremos:

Estudar o movimento de um pêndulo, verificando a relação entre o período e o comprimento do fio;

Observar a independência do período de oscilação de um pêndulo simples, em função do ângulo θ (ângulo inicial de lançamento);

Observar a relação entre o período e a massa pendular;

Construir gráficos a partir dos dados experimentais;

Materiais Utilizados:

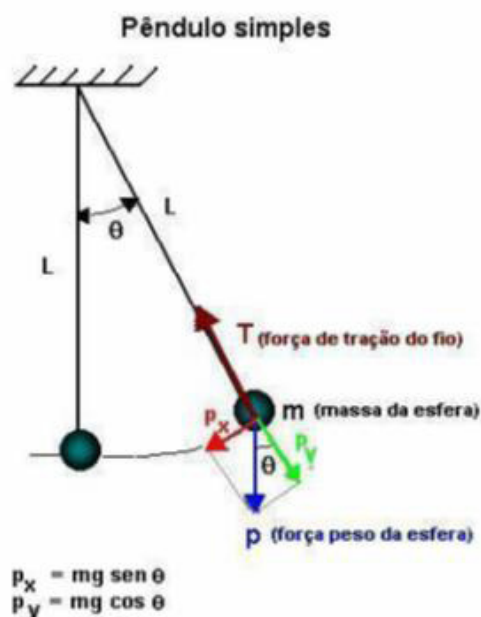
- Massa pendular;
- Fio de suspensão;
- Cronômetro;
- Trena;
- Fita adesiva;
- Transferidor;
- Balança;
- Suporte na parede.



RESUMO DA TEORIA

Um pêndulo simples se define como uma massa m suspensa por um fio inextensível, de comprimento L com massa desprezível em relação ao valor de m .

O período de oscilação, que vamos chamar de T , é o tempo necessário para a massa passar duas vezes consecutivas pelo mesmo ponto, movendo-se na mesma direção, isto é, o tempo que a massa leva para sair de um ponto e voltar ao mesmo ponto percorrendo o mesmo arco.



Na figura 8, as componentes da força peso segundo as direções radial e tangencial valem:

$$\begin{aligned} \text{Direção radial : } P_y &= MG \cos \theta \\ \text{Direção tangencial : } P_x &= mg \text{ sen} \theta \end{aligned}$$

PERÍODO DO PÊNDULO SIMPLES

Quando o ângulo θ for muito pequeno (aproximadamente 30°) $\text{sen}(\theta)$ é aproximadamente igual a θ . Neste caso o período pode ser calculado pela expressão:

$$T = 2\pi (L / g)^{1/2}$$

Procedimento:

1. Ajuste o comprimento do fio do pêndulo de modo que tenha uma medida pré-determinada da ponta do fio ao centro de massa da massa pendular.
2. Para a realização do experimento, desloca-se a massa pendular da posição de equilíbrio, até um ângulo θ , obedecendo a relação de que este ângulo não deve ser maior do que 15° .
3. Após ter deslocado a massa e determinado uma posição inicial de lançamento, solta-se a massa e marca-se o tempo de 10 oscilações completas, repetindo esta operação 3 vezes para cada comprimento L do fio. Utilize cinco diferentes comprimentos para L .

4. Marque na tabela 1 os valores de L e o respectivo período médio, T para três valores de massa pendular.

$M_1 = \quad \text{g}$		$M_2 = \quad \text{g}$		$M_3 = \quad \text{g}$	
L(cm)	T(s)	L(cm)	T(s)	L(cm)	T(s)
100		100		100	

Tabela 1 – Tabela de dados experimentais.

Sugestão: cada equipe executa o experimento com uma massa diferente e preenche a tabela.

5 - Compare a medida da aceleração gravitacional obtida experimentalmente em sala de aula (aceleração determinada pela equação do período utilizando os dados experimentais), com o valor existente na literatura científica (dada por: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$) e determine o desvio percentual;

6. Discuta os desvios encontrados entre os valores de g (valor obtido em sala de aula com o da literatura);

2 - Experimento: Pêndulo Físico

Objetivos:

Obter experimentalmente a equação geral para o período de oscilação de um pêndulo físico;

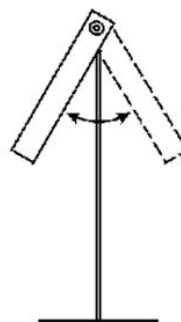
Determinar a aceleração da gravidade local;

Observar a independência do período de oscilação de um pêndulo físico, em função do ângulo θ (ângulo inicial de lançamento);

Observar a relação entre o período e momento de inércia do pêndulo;

Materiais Utilizados:

- Barra retangular de massa m
- Cronômetro;
- Trena;
- Fita adesiva;
- Transferidor;
- Balança;
- Suporte na parede.

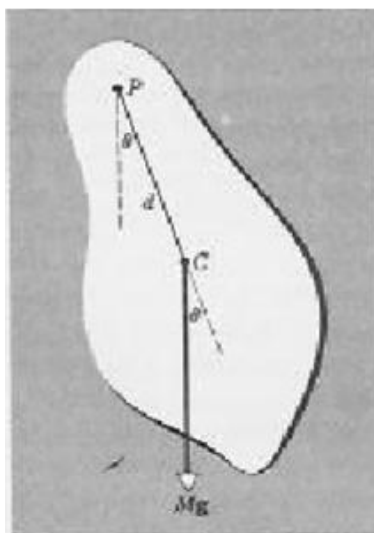


RESUMO DA TEORIA

O pêndulo físico consiste em um corpo posto para oscilar preso por de seus pontos, o qual chamamos de pivô, podendo se mover no plano vertical. A Figura abaixo mostra um corpo rígido preso pelo ponto P, podendo girar sem atrito em torno de um eixo horizontal passando por P. Em equilíbrio, a linha OP que liga P ao centro de massa C do corpo é vertical. Quando o corpo é tirado dessa posição, PC faz com a vertical um ângulo θ e a força peso do corpo exerce sobre ele um torque τ relativo a P, que tende a tornar PC vertical. O torque é dado por:

$$\vec{\tau} = -d \times m \cdot \vec{g} = -dm g \cdot \text{sen}\theta$$

em que d é o módulo do vetor \vec{PC} . O sinal negativo indica que o torque se opõe ao deslocamento do corpo.



O período de oscilação, que vamos chamar de T , é o tempo necessário para a barra de madeira passar duas vezes consecutivas pelo mesmo ponto, movendo-se na mesma direção, isto é, o tempo que a barra leva para sair de um ponto e voltar ao mesmo ponto percorrendo o mesmo arco.

PERÍODO DO PÊNDULO FÍSICO

O período de oscilação do pêndulo físico é:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

Para amplitudes grandes, o pêndulo físico continua a ter movimento harmônico, mas ele não é harmônico simples.

Procedimento:

1. Ajuste o comprimento do fio do pêndulo de modo que tenha uma medida pré-determinada da ponta do fio ao centro de massa da massa pendular.
2. Para a realização do experimento, desloca-se a barra da posição de equilíbrio até um ângulo θ , obedecendo a relação de que este ângulo não deve ser maior do que 15° .
3. Após ter deslocado a barra e determinado uma posição inicial de lançamento, solta-se a massa e marca-se o tempo de dez oscilações completas, repetindo esta operação três vezes.
4. Marque na tabela 2 os valores de I , de Θ e o respectivo período médio, T .
5. Repita o procedimento acima para outra barra.

$I =$	kg.m^2	$D =$	(cm)	$I =$	(kg.m^2)	$D =$	(cm)
$\Theta =$		$T =$	(seg)	$\Theta =$		$T =$	(seg)
$\Theta =$		$T =$	(seg)	$\Theta =$		$T =$	(seg)
$\Theta =$		$T =$	(seg)	$\Theta =$		$T =$	(seg)
$\Theta =$		$T =$	(seg)	$\Theta =$		$T =$	(seg)
$\Theta =$		$T =$	(seg)	$\Theta =$		$T =$	(seg)

Tabela 2 – Tabela de dados experimentais.

Sugestão: cada equipe executa o experimento com uma massa diferente e preenche-se a tabela.

- 6 - Compare a medida da aceleração gravitacional obtida experimentalmente em sala de aula (aceleração determinada pela equação do período utilizando os dados experimentais), com o valor existente na literatura científica (dada por: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$) e determine o desvio percentual.
7. Discuta os desvios encontrados entre os valores de g (valor obtido em sala de aula com o da literatura).

APPLETS DE ENSINO

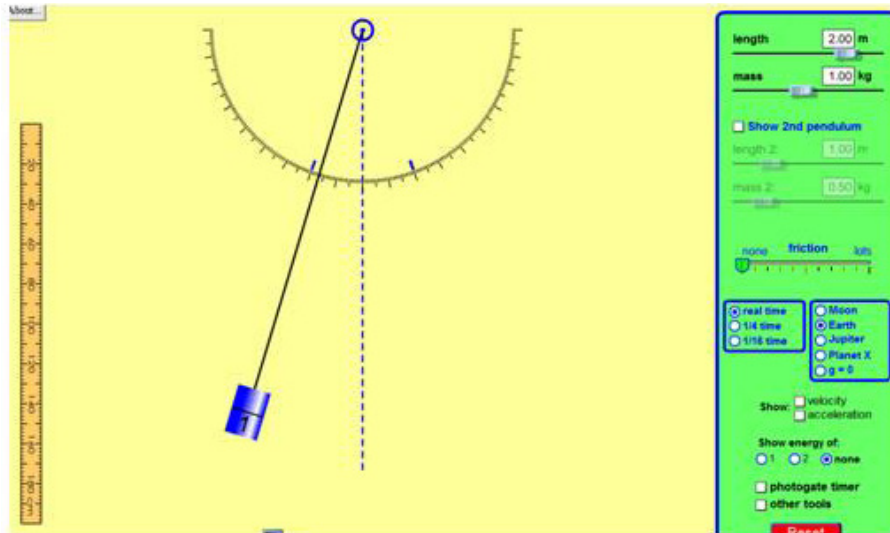
1 - Física com Ordenador.

<http://www.fisica.ufs.br/egsantana/dinamica/trabajo/pendulo/pendulo.htm>

<http://www.fisica.ufs.br/egsantana/solido/torsion/torsion.htm>

2 - Phet. Universidade do Colorado

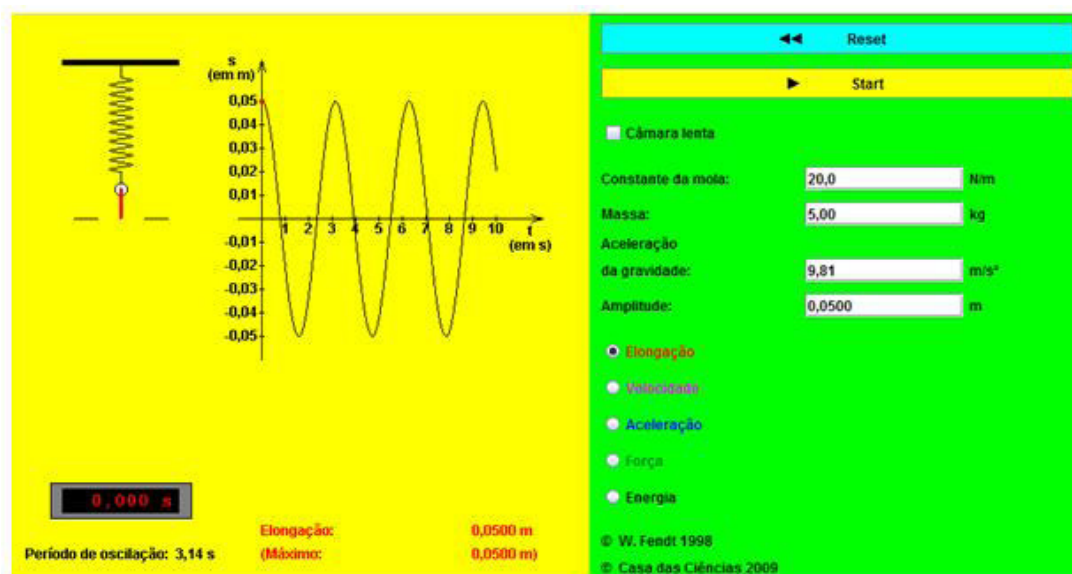
<http://phet.colorado.edu/en/simulation/pendulum-lab>



3 - Applet que simula um pêndulo em mola do site do prof. Walter-fendt. http://www.walter-fendt.de/ph14pt/springpendulum_pt.htm.

Descritivo: Esta pequena aplicação em Java (applet) mostra a variação das grandezas associadas à oscilação de uma massa suspensa de uma mola - alongação, velocidade, aceleração, força e energia - durante a oscilação (assumindo a não existência de atrito).

O botão "Reset" coloca o corpo na posição inicial. O outro botão permite controlar a animação. Ao escolher a opção "Câmara lenta", o movimento surgirá dez vezes mais lento. A constante da mola, a massa do corpo, a aceleração da gravidade e a amplitude da oscilação podem ser definidas pelo utilizador dentro de certos limites. A escolha da grandeza a observar no gráfico, faz-se selecionando um dos cinco botões de rádio existentes na zona verde.



VÍDEO AULAS

- 1 – Pêndulo simples. http://www.youtube.com/watch?v=poSxzQ_4O3U
- 2 - Pêndulo simples. <http://www.youtube.com/watch?v=ebF8K5E-ths>
- 3 – Pêndulo Físico. <http://www.youtube.com/watch?v=FoSe72vpHVU>
- 4 - Pêndulo Físico Amortecido.
<http://www.youtube.com/watch?v=26HI5Efs4sI>
- 5 - <http://www.youtube.com/watch?v=nM-d5D4NTsw&feature=related>
- 6 – Pêndulo de torção.
<http://www.youtube.com/watch?v=fUGIIioQJyI&feature=related>

CONCLUSÃO

Mostramos aqui como uma aula sobre pêndulo pode ser muito interessante e divertida. Mostramos que existe na literatura muito material de apoio didático a este tema. Que podemos usar experimentos de baixo custo junto com animações gráficas como apoio didático à aula normal.



RESUMO

Apresentamos aqui uma opção de aula sobre pêndulo simples, de torção e físico. Complementamos com alguns experimentos de baixo custo, vários applets de ensino e vídeo aulas. Criamos uma animação gráfica usando o software de ensino Modellus.

RESPOSTA DAS ATIVIDADES

- 1 – A resposta depende do livro texto que o estudante possui.
- 2 – Para poder definir um padrão de medida do tempo.
- 3 – Espero que seja através de um exemplo prático.
- 4 – Ele ilustra muito bem as projeções das forças peso e da tensão na corda. Ele deve achar que em um primeiro momento devemos esconder o modelo matemático. Ele deve achar o modelo não muito complexo.
- 5 – Ele deve concordar que sim.

COMENTÁRIOS SOBRE AS ATIVIDADES

Como dissemos na introdução, introduzimos uma aula dedicada inteiramente a pêndulos devido ao fato que na disciplina de instrumentação o enfoque deve ser os recursos didáticos a determinado tema e não o próprio tema em si. Assim, esperamos que os estudantes tenham gostado desta aula.

Eles devem recordar como se usa o software de ensino Modellus para o acompanhamento desta aula como das demais. Os applets de ensino e as vídeos aulas aqui sugeridas são muito interessantes e ilustrativas.

REFERÊNCIAS

- [1] - Pêndulo Simples. Disponível em: <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/MHS/pendulo.php>>. Acesso em: 30 de julho de 2012.
- [2] – GEF. Disponível em: <<http://www.ufsm.br/gef/MHS/mhs05.pdf>>. Acesso em: 30 de julho de 2012.
- [3] – Universidade Federal de Minas Gerais – ICEX. Departamento de Física. Disponível em: http://www13.fisica.ufmg.br/~wag/TRANSF/FMECDIST/U15_A42_Oscilacoes_AplicacoesMHS.pdf. Acesso em: 30 de julho de 2012. Acesso em: 30 de julho de 2012.
- [4] – MELLO, L.A. de. Tutorial do software Modellus. Disponível em: <http://www.fisica.ufs.br/ladmello/aula_modellus/>. Acesso em: 30 de julho de 2012.