Aula 10

VELOCIDADE TERMINAL

META

Estender as Leis de Newton a sistemas dissipativos; e introduzir o conceito de velocidade terminal

OBJETIVOS

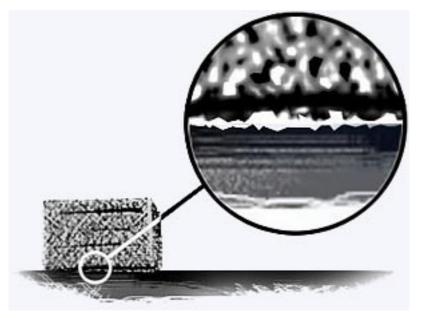
Ao final desta aula, o aluno deverá: calcular a força de atrito resultante do contato entre duas superfícies reais; escrever as equações de movimento na presença de forças de atrito; e calcular a velocidade terminal de corpos acelerados e sujeitos a forças dissipativas.

PRÉ-REQUISITOS

Conhecimento sobre álgebra, trigonometria, leis de Newton e vetores.

INTRODUÇÃO

Bem vindos à última aula do primeiro módulo. Estenderemos, aqui, as leis de Newton e nossos estudos de cinemática vetorial para sistemas dissipativos – aqueles que perdem energia por enfrentar oposição ao movimento. A primeira parte da aula trata da força de atrito que existe entre duas superfícies reais. Será estabelecida a distinção entre a força de atrito estática, que impede o movimento, e a força de atrito dinâmica, que retarda o movimento. Alguns exemplos já trabalhados em outras aulas serão revisitados, adicionados à força de atrito. O movimento dos corpos será estudado de maneira mais realista ao introduzir o conceito de força de arrasto. O problema da queda livre, que é sempre estudado nos cursos secundários, será aprimorado ao adicionarmos a força de arrasto que limita a velocidade que um corpo pode adquirir. Veremos que, em ambientes densos, a viscosidade é responsável por um importante parâmetro conhecido como velocidade terminal. Mencionaremos brevemente também o conceito de limite e equações diferenciais, permitindo a você um vislumbre de ferramentas matemáticas mais poderosas que estarão à sua disposição.



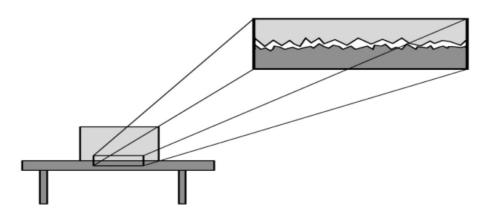
(Fonte: http://www.cepa.if.usp.br).

Hoje nos aproximaremos da realidade física. Até nossa última aula trabalhamos quase exclusivamente com sistemas idealizados, ou seja, irreais. A principal falha nestes exemplos era a falta de uma força presente em praticamente tudo: a força de atrito. Nossas equações de movimento não levam em consideração a força de atrito.

Imagine que dois blocos idênticos são colocados, um sobre uma superfície de gelo, e outro sobre o asfalto. Uma força igual é aplicada durante algum tempo nos dois corpos e depois pára. A aceleração dos dois corpos será a mesma? Segundo as leis de Newton, como as vimos até agora, sim. Se a aceleração é a mesma, então o movimento destes dois corpos deveria seguir a mesma equação horária: $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$.

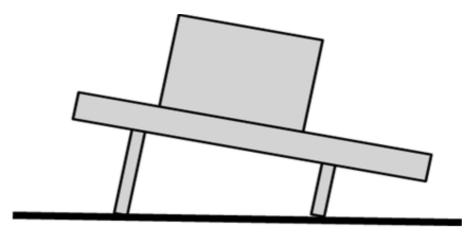
Agora pense um pouco a respeito da seguinte cena: imagine que num lago congelado ao lado de uma estrada, dois blocos estão parados na superfície e duas crianças empurram os dois blocos. Eles realmente se moverão da mesma maneira? Com certeza não. A diferença se encontra, pelo menos formalmente, na força de atrito. Vamos então tentar compreender que coisa misteriosa é esta força de atrito.

A força de atrito existe sempre entre, pelo menos, duas superfícies em contato. À primeira vista, pode parecer que duas superfícies são lisas, mas quando olhamos com a ajuda de um microscópio, a situação fica diferente. O desenho abaixo ilustra esta situação:



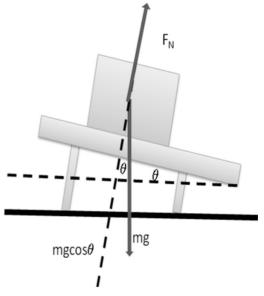
A superfície real é cheia de incrustações que funcionam como verdadeiros obstáculos ao movimento. Em alguns pontos da interface, a proximidade entre as duas superfícies é tão grande que se formam "micro-soldas". Estas micro-soldas são as principais responsáveis pela dificuldade que temos para arrastar um objeto. Olhando a figura anterior, perceberemos que estes pontos de contato são relativamente poucos. A maior parte da superfície superior nem está em contato com a superfície inferior. Na realidade, a área "real" de contato é muitas vezes menor que a área geométrica da interface. O atrito então depende da quantidade destes pontos de contato.

Vamos aprofundar um pouco mais este conceito. Se colocarmos dois blocos de madeira sobre o asfalto, o atrito será o mesmo? Podemos imaginar que o asfalto e a madeira são relativamente homogêneos e, portanto, duas fotografias microscópicas das duas interfaces serão muito parecidas. Isto significa que o número de micro-soldas será aproximadamente igual. E, de fato, os atritos serão muito parecidos. O que acontecerá, no entanto, se alguém se sentar sobre um dos blocos? Esta massa colocada sobre o bloco causará uma deformação na interface. O material que for mais mole, a madeira ou o concreto, irá sofrer deformações se aumentar o número de micro-soldas, e conseqüentemente, o atrito. À primeira vista, poderíamos concluir, então, que a força de atrito depende do peso do bloco, mas isto não é verdade. A força peso é sempre direcionada para o centro da Terra e o atrito nem sempre aparece entre superfícies horizontais. Veja a figura abaixo:



Uma das pernas da mesa quebrou e o pacote agora está inclinado. Houve alguma alteração na força peso do pacote? Evidentemente não. E

a força de atrito, mudou? Com certeza! Se tentarmos empurrar o pacote para baixo será mais fácil quando comparado com a mesa intacta. Por outro lado, se tentarmos empurrar para cima, nós teremos maior dificuldade em comparação com a mesa horizontal. Mas se a força peso não mudou e muito menos a qualidade dos materiais, o que mudou então? Foi a força normal! A reação da mesa ao peso do bloco. O diagrama abaixo mostra todas estas forças.



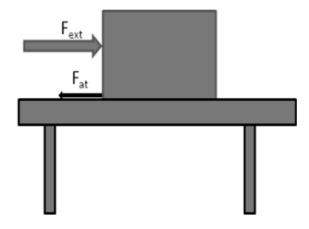
Pelo diagrama e pela segunda lei de Newton, já sabemos que a força normal é: $F_N = mgcos\theta$. Isto nos mostra que quanto mais inclinada a mesa, menor a força normal. Como sabemos intuitivamente que quanto mais inclinado, menor o atrito para o pacote escorregar, podemos concluir que a força de atrito de fato depende da força normal. Resta uma questão: se a força de atrito é proporcional (e vamos assumir linear) à força normal, qual é o fator de proporcionalidade? Podemos dizer que este fator depende dos materiais dos corpos, do polimento dos corpos, da presença de lubrificantes ou sujeira, etc. E, de fato, é assim, mas é praticamente impossível fazer um modelo de interação e calcular este fator de proporcionalidade. Este fator é obtido *experimentalmente* para os mais variados pares de superfície e tabelado. Este fator se chama "coeficiente de atrito" e é representado pela letra grega m. Podemos, então, formular esta relação:

$$F_{at} = \mu F_N$$

FN é a força normal. Como as duas forças, a de atrito e a normal, têm as mesmas dimensões, o coeficiente de atrito é um número puro, ou adimensional. Poderíamos já fornecer uma tabela com estes coeficientes, mas é necessário que a estudemos um pouco mais.

Imagine que sobre uma mesa horizontal se encontra uma caixa de sapatos de 10 Kg. Esta caixa tem um peso igual a 98 N e, por estar em uma mesa horizontal, a reação normal é também 98 N. Enquanto esta mesa estiver na horizontal, a força normal não mudará: será sempre 98 N. E qual é a força de atrito? Nós já conhecemos a fórmula, vamos dizer que m=0,5. Qual é a força de atrito? Pela fórmula, a força de atrito seria simplesmente: $F_{at} = \mu F_N = 0,5 \times 98 = 49N$. Perfeito, temos o módulo da força de atrito. Em qual direção e sentido ela aponta? Se esta direção e sentido tiverem uma componente horizontal, então a caixa irá se mover! Isto está correto?

Não. A força de atrito só existe em *oposição* ao movimento. Se tentarmos arrastar esta caixa, aparecerá uma força de atrito. Esta força de atrito se opõe ao movimento, mas ainda não sabemos qual o seu valor. Veja a figura abaixo:



Nós podemos ver duas forças: uma externa e uma de atrito. Vamos supor que esta caixa seja aquela de 10 kg e que seu coeficiente de atrito seja igual a 0,5. Sendo assim, a nossa equação nos diz que a força de atrito vale 49 N. Se F_{ext} =10 N, o que acontece? A força de atrito é maior que a força externa, e como elas não se cancelam existe uma força resultante. Se há uma força resultante e a caixa está em repouso, então ela começará a se mover, conforme esperado quando se conhece a primeira lei de Newton. A caixa realmente vai se mover *contrariamente* à força externa? Não, de modo algum! Mas se ela não se move, ou seja, não muda o seu estado de movimento, então a força resultante na caixa precisa ser zero. Já vimos que a força peso está contrabalanceada pela força normal da mesa sobre a caixa. Sendo assim, podemos assumir que a força de atrito é igual à força externa! Mas podemos nos perguntar: e aquela equação, não é verdadeira? Sim, mas apenas no limite.

A equação que descreve a força de atrito só nos diz qual é o limite que o atrito pode chegar para se opor ao movimento. Se a força externa for maior que 98 N, a força de atrito não será suficiente para anulá-la, e a caixa se moverá. Então podemos concluir que a força de atrito é sempre igual à força externa até o limite dado por $F_{al} = \mu F_N$. Passado este limite, a força de atrito não cresce mais e se torna constante.

Esta força de atrito que discutimos até agora, que varia com a força externa, só é válida quando o corpo está em repouso em relação à outra superfície. Por esse motivo, é conhecida como força de atrito estática. Lembre-se de que grande parte dessa força é proveniente daquelas microsoldas que existem no nível molecular. Quando a força externa é suficiente para romper estas micro-soldas, a caixa começa a se mover e, sem estas micro-soldas, o coeficiente de atrito diminui! Isto significa que existe uma grande dificuldade para colocar um corpo em movimento quando ele está parado. Precisamos aumentar gradativamente a força até conseguir romper estas micro-soldas e começar a mover o corpo. Depois disso fica mais fácil mover o corpo. O coeficiente de atrito então pode ter dois valores. Como a força normal não muda, esteja o corpo em repouso ou em movimento, então a única maneira de explicar esta diminuição da força de atrito é através de uma diminuição do coeficiente de atrito. Será ilustrativo estudar o gráfico ao lado.

Veja que a força de atrito cresce enquanto a força externa cresce. Ao chegar ao limite de 98 N ocorre o rompimento das micro-soldas, e a força de atrito diminui até um valor constante. Esta segunda força de atrito só existe quando o corpo está em movimento e, por isso, é chamada de dinâmica. Correspondentemente, o seu coeficiente de atrito é chamado de dinâmico.

Podemos agora mostrar uma pequena tabela onde os valores dos coeficientes de atrito estático e dinâmico estão mostrados para vários pares de materiais. Lembre-se de que estes valores são experimentais e dependem, fundamentalmente, das condições em que foram medidos.

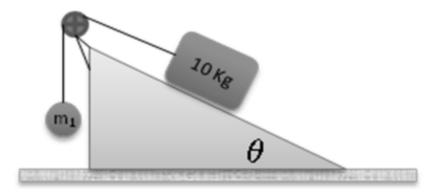
Superfícies	Coeficiente de atrito	Coeficiente de atrito dinâmico µ _d
Madeira em madeira	0.4	0.2
Wadelfa elli madelfa	0.4	0.2
Gelo em gelo	0.1	0.03
Metal em metal (lubrificado)	0.15	0.07
Aço em aço (sem lubrificação)	0.7	0.6
Borracha em concreto seco	1.0	0.8
Borracha em concreto molhado	0.7	0.5
Teflon em teflon	0.04	0.04
Cobre em aço	0.53	0.36
Esferas de rolamento lubrificadas	< 0.01	< 0.01

Com estes dados, já podemos resolver alguns exercícios para melhor compreender estas forças de atrito.

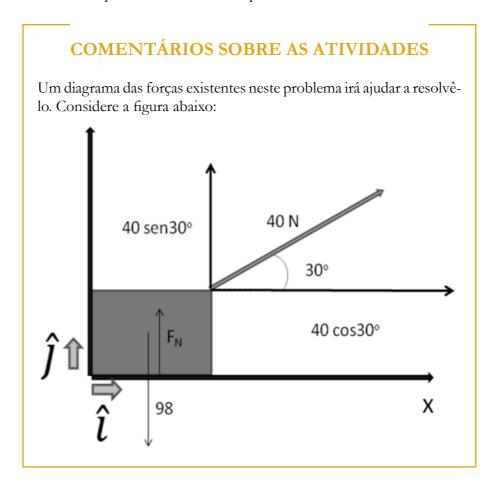


- I. Um bloco de madeira cuja massa é igual a 10 kg é puxado por uma de suas extremidades superiores sobre uma superfície de metal. A força aplicada a esta extremidade tem módulo igual a 40 N e faz um ângulo de 30° em relação à horizontal. Determine a aceleração resultante quando m=0,3 e escreva a equação horária deste bloco.
- II. Um bloco encontra-se em repouso sobre um plano inclinado que faz um ângulo q com a horizontal. Podendo-se variar este ângulo, é possível determinar qual é o ângulo crítico que corresponde à máxima força de atrito estática antes do início do movimento. Obtenha este ângulo.

Um bloco de massa 10 kg se encontra em repouso sobre um plano inclinado que faz um ângulo de 37º com a horizontal, como na figura abaixo.



O coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano é 0,4 e o bloco está ligado a uma bola cuja massa é m1. Determine qual é o mínimo valor de m1 para não deixar o bloco deslizar para baixo e também qual é o máximo valor de m1 que não arrasta o bloco para cima.



A aplicação da forma vetorial da segunda lei de Newton permitirá a solução:

$$\sum \vec{F} = ma_x i + 0j = (40\cos 30^\circ - F_{ab})i + (40\sin 30^\circ + F_{N} - 98)j$$

Comecemos com a componente y:

$$20 + F_N - 98 = 0 \rightarrow F_N = 78 N$$

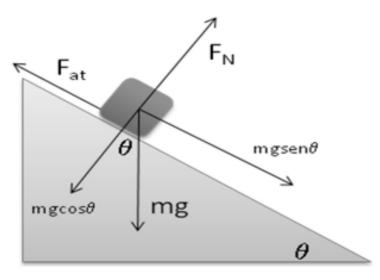
Obtida a força normal, podemos resolver a componente x:

$$10a_x = 34.6 - 78 \times 0.3 = 11.2 \rightarrow a_x = 1.1 \frac{m}{s^2}$$

Sendo esta a aceleração horizontal do bloco, podemos facilmente escrever as equações horárias:

$$x(t) = 0.55t^2$$
; $v(t) = 1.1t$.

A solução deste problema só é possível com um equacionamento correto do problema. Precisamos, portanto, de um diagrama de forças como o mostrado abaixo:



Note que a força peso aparece como o vetor original e também dividido entre suas componentes. Para equacionar o problema, não podemos contar esta força duas vezes. Vamos neste problema assumir um sistema cartesiano de coordenadas cujo eixo x é paralelo ao plano inclinado apontando para baixo e cujo eixo y é perpendicular a este e apontando para cima. Procedendo deste modo chegamos a duas equações baseadas na segunda lei de Newton sabendo que a aceleração é nula:

$$F_N = magcos\theta$$

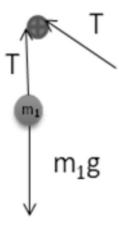
$$Fat = \mu F_N = magsen\theta$$

Se substituirmos a primeira na segunda, obtemos:

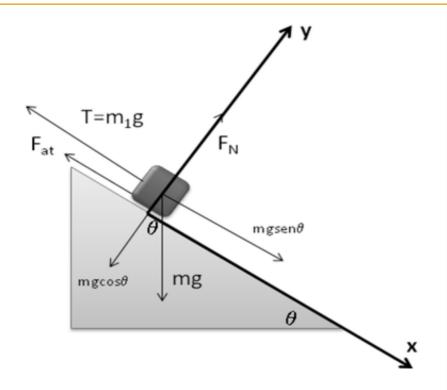
$$\mu mgcos\theta = mgsen\theta \rightarrow tg\theta = \mu \rightarrow \theta_c = \mu$$

Além de muito simples, este método é utilizado experimentalmente para a determinação do coeficiente de atrito estático.

I. A presença da bola na ponta daquela corda pode dar a impressão de que o problema é mais complicado do que realmente é. Um bom truque para simplificar a nossa vida é lembrar que, se os corpos estão parados, então a força peso que atua sobre a bola é igual à tração nas duas pontas da corda, ou seja,



Imediatamente, concluímos que $T = m_g g$. Uma vez obtida esta informação, podemos passar para a análise do bloco sem a presença da bola, apenas com mais uma força. No enunciado do problema, foram propostas duas situações, sendo que na primeira delas queremos determinar qual o valor mínimo de m1 para que o bloco não escorregue para baixo. Nesta situação, a força de atrito aponta para cima, e o diagrama de forças é dado por:



O equacionamento destas forças é simples como em todos os outros casos:

Componente X:

$$mgsen\theta$$
 - F_{at} - $m_{t}g=0$

Componente Y:

$$F_N$$
 - magcos θ - 0

Podemos substituir a segunda equação na primeira, pois a força de atrito depende da força normal:

$$mgsen\theta$$
 - $\mu mgcos\theta$ - $m_{s}g=0$

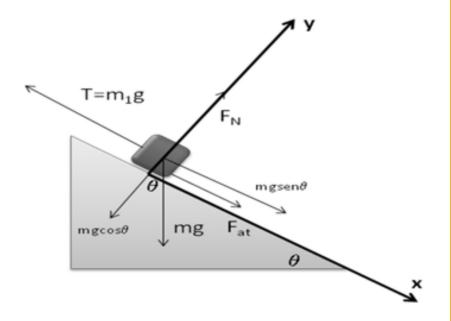
Agora podemos substituir os valores dados no problema para calcular m1.

$$10 \times 9,8 \times sen37^{\circ} - 0,4 \times 10 \times 9,8 cos37^{\circ} - 9,8 m_{_{1}}$$

 $m_{_{1}} = 2,8 \text{ kg}$

Este é, então, o valor mínimo para a bola pendurada. Se a massa dela for menor que 2,8kg, o bloco escorregará e ela será puxada para cima.

No segundo caso, onde queremos conhecer o limite superior da massa da bola antes que ela comece a arrastar o bloco para cima, o diagrama de forças é ligeiramente diferente, pois a força de atrito aparecerá na direção contrária:



O equacionamento naturalmente também é diferente: Componente X:

$$mgsen\theta + F_{at} - m_{p}g = 0$$

Componente Y:

$$F_N$$
 - magcos $\theta = 0$

E, fazendo a mesma substituição do caso anterior, obtemos:

$$mgsen\theta + \mu cos\theta - m_s g = 0$$

E, utilizando os valores propostos (já retirando g da equação):

$$10sen37^{\circ} + 0,4 \times 10cos37^{\circ} = m_1 = 9,2 \text{ kg}$$

Concluímos, assim, que se a massa da bola for maior que 9,2kg, ela arrastará o bloco para cima.

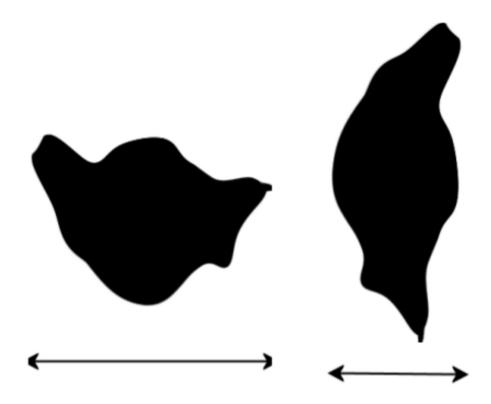
Velocidade Terminal Aula 10

VELOCIDADE TERMINAL

A força de atrito que acabamos de estudar não é a única que limita o movimento dos corpos. Uma segunda classe de forças é conhecida como Forças de Arrasto. Estas forças aparecem em corpos que se movem dentro de ambientes com alguma viscosidade. Você já sentiu esta força de arrasto enquanto corria em um parque, mas provavelmente já percebeu que esta força é muito mais intensa dentro de uma piscina. Agitar os seus braços dentro ou fora da água causa uma grande diferença. A diferença aqui aparece por causa da diferente viscosidade destes dois meios, ar e água. Se houvesse uma piscina cheia de mel, o seu movimento dentro dela seria ainda mais difícil, devido à maior viscosidade do mel. Vemos, então, que a força de arrasto depende da viscosidade do meio.

Quando vemos alguns jovens correndo com suas motocicletas, notamos que os mais rápidos se encolhem todos sobre suas máquinas. Este recurso é utilizado para diminuir a área que está enfrentando o vento. De fato, este é um dos truques utilizados pelos pilotos de motocicletas em corridas: nas retas, onde a velocidade deve ser a máxima possível eles ficam deitados sobre as motos e, quando vão fazer uma curva, endireitam o corpo para ajudar a diminuir a velocidade. Isto indica que a área do corpo que está se movendo também é importante na força de arrasto.

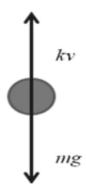
Em contraste com a força de atrito, a massa não se relaciona com a força de arrasto e foi experimentalmente verificado que a força de arrasto depende da velocidade do corpo. Modelar como é esta relação entre força e velocidade não é trivial. A relação nem precisa ser linear, ou seja, a força pode variar com o quadrado e o cubo da velocidade (e até mesmo com outras potências). Estes termos não lineares podem ter uma grande influência nesta relação, mas, por simplicidade, trabalharemos apenas com a parte linear desta relação: a força de arrasto depende da velocidade - $\vec{A} \propto \vec{v}$. O fator de proporcionalidade, que corresponderia ao coeficiente de atrito no caso anterior, pode ser chamado de coeficiente de arrasto e depende de muitos fatores, não apenas dos materiais. Uma pedra de formato irregular, por exemplo, se estiver caindo em queda livre e girando em torno de algum eixo que passe pelo seu centro, terá, a cada segundo, uma área diferente. Esta diferença aparece porque a área que conta neste caso é a área da pedra que está perpendicular ao movimento. A figura abaixo ilustra a situação.



Podemos ver então que este coeficiente não pode ser facilmente tabelado, e o seu estudo é o objeto da aerodinâmica. Como não podemos resolver este problema, vamos ignorá-lo e tratar apenas dos problemas onde já conhecemos este coeficiente. Vamos chamá-lo de k para poder obter uma equação. É bom notar que nesta equação aparecerá o sinal negativo, pois a força de arrasto é sempre na direção oposta à velocidade:

$$\vec{A} = -k\vec{v}$$

Com esta equação já podemos trabalhar com a segunda lei de Newton para estudar o movimento de queda dos copos sob a ação da gravidade, mas com arrasto. O diagrama de forças abaixo ilustra a situação.



A partir deste diagrama, podemos então escrever:

$$\sum \vec{F} = m\vec{d} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - k\vec{v}$$

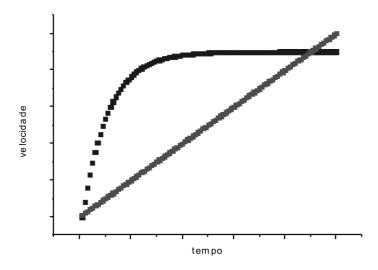
Vemos, então, que nesta equação aparece a velocidade e a derivada da velocidade em relação ao tempo. Este tipo de equação é conhecido como equação diferencial, e a sua resolução, apesar de simples, não faz parte do programa deste curso. Apresentamos então a solução diretamente:

$$v(t) = \frac{mg}{k\left(1 - e^{\frac{kt}{m}}\right)}$$

No caso da queda livre (sem arrasto), a velocidade aumentava linearmente com o tempo, pois a equação horária é:

$$v(t) = v_0 + gt$$

Esta equação nos diz que a velocidade aumenta continuamente, sem limite. A equação que leva em consideração o arrasto, por sua vez, impõe um limite. Na figura abaixo, podemos ver, na linha tracejada, como a velocidade se comporta em queda livre e, na pontilhada, o que acontece quando a força de arrasto é levada em consideração.



Podemos ver que existe um limite para a velocidade a ser alcançada. Para determinar as situações limites, ou seja, quando o corpo iniciou a sua queda e quando muito tempo se passou, utilizamos um elemento de cálculo diferencial conhecido como limite, que é o cálculo diferencial básico, mas que não faz parte de sua formação. Vejamos como isto funciona:

$$\lim_{t\to 0} e^{-x} \approx 1 - x$$

Se substituirmos este valor na equação da velocidade, obteremos (para os instantes iniciais do movimento):

$$v(t) = \frac{mg}{k} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{kt}{m} \right) \right\} = gt$$

Mas, esta seria exatamente a velocidade se não houvesse força de arrasto. Isto nos indica que a força de arrasto realmente cresce com a velocidade, sendo praticamente nula quando o tempo é próximo de zero. Podemos também nos perguntar o que acontece quando muito tempo se passou.

$$\lim_{t\to\infty}e^{-\frac{kt}{m}}\approx 0$$

O que nos dá a seguinte expressão para a velocidade:

$$v_t = \frac{mg}{k}$$

Aqui já introduzimos o índice t que indica tratar-se de velocidade terminal. Este é um valor fixo e de grande importância em várias situações. Se você resolvesse saltar de pára-quedas de uma altura de 1000 metros e ele não abrisse, você chegaria ao solo com uma velocidade de aproximadamente 500 km/h e o estrago seria muito grande. Graças à força de arrasto do ar, a sua velocidade diminuiria para algo em torno de 200 km/h. Se você sentiu algum alívio, não deveria, pois o estrago ainda vai ser muito grande...



I. Se uma gota de 1,5 mm de raio tem uma velocidade terminal de 7 m/s, calcule o valor de k, sabendo que a densidade da água é 1g/cm³.

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

I. A única dificuldade com esta questão se encontra nas unidades utilizadas. Uma vez convertidas para o SI, fica muito fácil a sua solução. Raio 1,5 mm = 0,0015 m;

Volume = 4/3pr³ = 0,000000014 m³;

Densidade = $1g/cm^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$;

Massa = Volume X densidade = 0,000014 kg

Agora usamos a equação da velocidade terminal:

$$v_t = \frac{mg}{k} \rightarrow k = \frac{mg}{v_t} = 0,000014 \text{ x} \frac{9,8}{7} = 0,00002 \text{ kg.} \frac{m}{s}$$

Este resultado nos indica que o coeficiente de arrasto, em contraste com o coeficiente de atrito, não é uma grandeza adimensional. Ele tem a mesma dimensão do momento linear (massa multiplicada pela velocidade).

CONCLUSÃO

A força peso é sempre direcionada para o centro da Terra e o atrito nem sempre aparece entre superfícies horizontais. A equação que descreve a força de atrito só nos diz qual é o limite que o atrito pode chegar para se opor ao movimento. Em contraste com a força de atrito, a massa não se relaciona com a força de arrasto e foi experimentalmente verificado que a força de arrasto depende da velocidade do corpo.



O movimento dos corpos, como foi estudado nas primeiras aulas, precisava impor duas restrições: não existe atrito e não existe resistência do ar. Estas restrições permitiram o estudo cabal e simplificado da cinemática, mas nos afastaram da realidade. Nesta aula, resgatamos a realidade para os nossos cálculos ao considerar a força de atrito e a força de arrasto ao movimento dos corpos. Pudemos ver que o comportamento real de um corpo em queda livre na atmosfera é bem diferente daquele observado no vácuo. Enquanto no vácuo a velocidade cresce ilimitadamente, na atmosfera qualquer objeto tem a velocidade limitada pelo arrasto até um valor limite conhecido como velocidade terminal. Vimos que esta força é de muita importância na aerodinâmica, mas que o seu modelamento é muito difícil devido à grande quantidade de variáveis envolvidas.



Na próxima aula, estudaremos o equilíbrio de corpos extensos. Aprenderemos a determinar o seu centro de massa e verificaremos quais são as condições de equilíbrio estático.

REFERÊNCIAS

GIANCOLI, Douglas C. Physics for Scientists and Engineers. 3ed. New Jersey: Editora Prentice Hall, 2000.

YOUNG, Hugh D. & FREEDMAN, Roger A. **Física I**- Mecânica. 10ed. São Paulo: Addison Wesley, 2003. Tradução: Adir Moysés Luiz.

KELLER, Frederick J.; GETTYS, Edward & SKOVE, Malcolm J. **Física**. São Paulo: Makron Books, 1997. Trad. Alfredo Alves de Farias. Vol. 1.

RESNICK, Robert; HALLIDAY, David & KRANE, Kennneth S. **Física** 1. 5ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2003. Trad. Pedro M. C. L. Pacheco, Marcelo A. Savi, Leydervan S. Xavier, Fernando R. Silva.