Capítulo 6

Medidas de Posição

Objetivos

- Apresentar as medidas de posição: média aritmética, mediana e moda, tanto para dados isolados como para dados agrupados e mostrar que elas servem para resumir informações sobre um conjunto de dados.
- Apresentar as medidas de dispersão: amplitude total, desvio médio absoluto, variância, desvio padrão e coeficiente de variação como medidas de assimetria e medidas de curtoses.

1. Introdução

A sintetização dos dados sob a forma de tabelas, gráficos e distribuições de frequências nos permite localizar a maior concentração de valores de uma dada distribuição. Agora, vamos ressaltar as tendências características de cada distribuição.

Estudaremos as medidas de posição, também denominadas de medidas de tendência central[15], que são constituídas por médias, mediana e moda. Além dessas, existem as separatrizes, as quais são apenas medidas de posição e não medidas de tendência central.

[15] As medidas de tendência central representam os fenômenos pelos seus valores médios, em torno dos quais tendem a se concentrar em os dados.

2. Média aritmética ($\overline{x}$)

É a mais simples das médias e de fácil cálculo. A sua grande desvantagem é ser fortemente influenciada pelos valores extremos.

2.1 Dados não agrupados

Quando desejamos conhecer a média dos dados que não estão agrupados, determinamos a **média aritmética simples**. Para isso basta somar todos os valores e dividir o total pelo número deles.

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Onde: $\overline{x}$ é a média aritmética.

x_i são os valores da variável.

n é o número de valores.

Exemplo: Seja o conjunto de dados: 2, 3, 9, 5, 8, 10 e 19.

Então,

$$\bar{x} = \frac{2+3+9+5+8+10+19}{7} = \frac{56}{7} = 8$$

Pode ocorrer que a média seja um número diferente de todos os da série de dados que ela representa. Nesse caso, costumamos dizer que a média não tem existência concreta.

Exemplo: para os valores 2, 4, 6 e 8, a média aritmética tem valor 5.

2.2 Desvio em relação à média

O desvio em relação à média é definido, para cada uma das medidas, pela diferença entre a medida e a média. Ou seja:

$di = xi - \bar{x}$ O índice **i** representa a posição da medida na tabela. Assim, $\mathbf{d_1}$ significa o desvio da primeira medida $(\mathbf{x_1})$ e $\mathbf{d_2}$ significa o desvio da segunda medida $(\mathbf{x_2})$ etc.

Em relação ao exemplo anterior, teremos

$$d_1 = x_1 - \bar{x} = 2 - 5 = -3$$
$$d_2 = x_2 - \bar{x} = 4 - 5 = -1$$
$$d_3 = x_3 - \bar{x} = 6 - 5 = 1$$
$$d_4 = x_4 - \bar{x} = 8 - 5 = 3$$

2.3 Propriedades da Média Aritmética

a) Primeira Propriedade

- A soma algébrica dos desvios em relação à média é nula.

$$\sum_{i=1}^{k} di = 0$$

Então, para o nosso exemplo teremos

$$\sum_{i=1}^{4} di = (-3) + (-1) + 1 + 3 = 0$$

b) Segunda Propriedade

- Somando-se (ou subtraindo-se) uma constante (c) a todos os valores de uma variável, a média do conjunto fica aumentada (ou diminuída) dessa constante.

Se, no nosso exemplo, somarmos a constante 2 a cada um dos valores da variável teremos

$y_1 = 4, y_2 = 6 , y_3 = 8 , y_4 = 10$

Calculando a média de y,

$\sum_{i=1}^{4} di = (-3) + (-1) + 1 + 3 = 0$

Perceba que $\bar{y} = 7 = 5 + 2$ logo $\bar{y} = \bar{x} + 2$

c) Terceira Propriedade

- Multiplicando-se (ou dividindo-se) todos os valores de uma variável por uma constante (c), a média do conjunto fica multiplicada (ou dividida) por essa constante.

Multiplicando por 3 cada um dos valores do nosso exemplo, teremos

$$y_1 = 6, y_2 = 8, y_3 = 18 , y_4 = 24$$

Calculando a média de

$$\bar{y} = \frac{6 + 12 + 18 + 24}{4} = \frac{60}{4} = 15$$

Perceba que $\bar{y} = 15 = 5 * 3$ logo $\bar{y} = \bar{x} * 3$

2.4 Dados agrupados

a) Sem intervalo de classe

Como as frequências são números indicadores da intensidade de cada valor da variável, elas funcionam como fatores de ponderação, o que nos leva a calcular a **média aritmética ponderada**, pela seguinte fórmula

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

Somatória da multiplicação de cada valor pela respectiva frequência e divisão pelo total de valores

Vejamos o exemplo a seguir.

Considerando a distribuição relativa a um grupo de alunos de uma escola e tomando para variável o número de reprovações em uma disciplina, considere os dados a seguir.

Tabela 1

Número de reprovações em uma disciplina	f_i	$x_i f_i$
1	1	1
2	3	6
3	5	15
4	1	4
Total	**∑ = 10**	**∑ = 26**

Dados Hipotéticos

Temos, então

$$\sum x_i f_i = 26 \text{ e } \sum f_i = 10$$

Logo,

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{26}{10} = 2,6$$

Isto é

$\bar{x} = 2,6$ reprovações

b) Com intervalo de classe

Convencionamos que todos os valores incluídos em um determinado intervalo de classe coincidem com o seu ponto médio determinamos, assim, a média aritmética ponderada pela seguinte fórmula.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$ Onde x_i é o ponto médio da classe

Considerando a seguinte distribuição.

Tabela 2

Pesos	x_i	f_i	$x_i f_i$
40 ├ 43	41,5	3	124,5
43 ├ 46	44,5	4	178
46 ├ 49	47,5	10	475
49 ├ 52	50,5	13	656,5
52 ├ 55	53,5	10	535
55 ├ 58	56,5	6	339
58 ├ 61	59,5	4	238
Total		**∑ = 50**	**∑ = 2546**

Dados Hipotéticos

Temos, então

$$\sum x_i f_i = 2546 \text{ e } \sum f_i = 50$$

Logo,

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{2546}{50} = 50,92$$

Isto é $\overline{x} = 50,92$

Saiba Mais

Generalidades sobre a média aritmética

- É facilmente calculável.
- É rigorosamente definida e exata.
- Descreve todos os dados de uma série.
- É a medida de posição mais utilizada.
- Depende de cada valor da série.
- É influenciada por valores extremos.
- Não é utilizada para dados qualitativos.
- Pode não pertencer ao conjunto.

3. Mediana (Md)

A mediana de um conjunto de valores, dispostos segundo uma ordem (crescente ou decrescente), é o valor situado de tal forma no conjunto que o separa em dois subconjuntos de mesmo número de elementos.

3.1 Dados não agrupados

O cálculo da mediana envolve um passo prévio de ordenação da amostra. Em seguida, é tomado o valor central que apresenta o mesmo número de elementos à direita e à esquerda.

Exemplo: Dada uma série de valores: 5, 2, 6, 13, 9, 15, 10

De acordo com a definição de mediana, o primeiro passo a ser dado é o da ordenação (crescente ou decrescente) dos valores. Então teremos

2, 5, 6, 9, 10, 13, 15

O valor que divide a série anterior em duas partes iguais é igual a 9, logo a Md = 9.

Entretanto, se série de dados analisada tiver um número par de termos, a mediana será, por definição, qualquer dos números compreendidos entre os dois valores centrais da série. Convencionou-se utilizar o ponto médio.

No exemplo anterior, se acrescentarmos o valor 4 na série

2, 4, 5, 6, 9, 10, 13, 15,

teremos para mediana a média aritmética entre 6 e 9.

Portanto,

$$Md = \frac{6+9}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$$

3.2 Método prático para o cálculo da mediana

- Se a série dada tiver número ímpar de termos, O valor mediano será o termo de ordem dado pela fórmula

$$\frac{(n+1)}{2}$$ n é o número de elementos da série

Exemplo: Calcule a mediana da série { 1, 3, 0, 0, 2, 4, 1, 2, 5 }

Primeiro precisamos ordenar a série { 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5 }

n = 9 logo,

$\frac{(9+1)}{2} = 5$, então, o 5º elemento da série ordenada será a mediana

Portanto, Md = 2

- Se a série dada tiver número par de termos, o valor mediano será a média aritmética dos termos de ordem

$$\frac{n}{2} \text{ e } \frac{n}{2} + 1$$

Na série 2, 4, 5, 6, 9, 10, 13, 15, teremos

n = 8, então $\frac{8}{2} = 4$ e $\frac{2}{2} + 1 = 5$. Logo, a mediana é a média aritmética do 4º e 5º termos da série, isto é

$$Md = \frac{6+9}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$$

3.3 Dados agrupados

a) Sem intervalo de classes

Para conhecer a mediana de uma série de valores agrupados sem intervalo de classe, seguiremos alguns passos. Consideremos a tabela a seguir:

Tabela 3

Número de reprovações em uma disciplina	f_i	Fi
1	1	1
2	3	4
3	4	8
4	1	9
Total	**$\sum = 9$**	

Dados Hipotéticos

O primeiro passo será descobrir o número de elementos[16] do conjunto, ou seja, somar a coluna da frequência (f_i); identificaremos se n é par ou ímpar.

Caso o n seja ímpar, o conjunto terá apenas uma Posição Central, caso contrário teremos duas Posições Centrais.

Na tabela anterior, temos n=9, logo temos uma posição central que pode ser determinada pela fórmula a seguir:

$$\text{Posição central} = \frac{n+1}{2}$$

Então, calculamos

$$\text{Posição central} = \frac{9+1}{2} = 5$$

Assim a nossa posição central = 5ª posição

Agora que sabemos a nossa posição central, o nosso próximo passo será comparar o valor encontrado da posição central com os valores da coluna da frequência acumulada (F_i), até que esse valor seja maior ou igual ao valor da posição central.

No nosso exemplo, temos a posição central igual a 5, então, iniciando a comparação com os valores da nossa frequência acumulada.

- 1 é maior ou igual a 5? Não
- 4 é maior ou igual a 5? Não
- 8 é maior ou igual a 5? Sim

[16] Quando o número de elementos da série estatística for ímpar, haverá coincidência da mediana com um dos elementos da série. Quando o número de elementos da série estatística for par, nunca haverá coincidência da mediana com um dos elementos da série. A mediana será sempre a média aritmética dos dois elementos centrais da série.

Paramos então a nossa comparação, verificando a nossa tabela comprovamos que o elemento que corresponde a essa F_i (8) é o 3. Logo,

$$Md = 3$$

Agora vamos fazer um exemplo para a situação em que n seja par, considerando a tabela a seguir:

Tabela 4

x_i	f_i	Fi
1	1	1
2	3	4
3	5	9
4	1	10
Total	**$\sum = 10$**	

Dados Hipotéticos

Na tabela anterior, temos n = 10. Logo, teremos duas posições centrais que podem ser determinadas pela fórmula a seguir:

1^a posição central = $\frac{n}{2}$

A 2^a posição central sucede a 1^a posição

Portanto,

- 1^a posição central = 5 e
- 2^a posição central = 6

Semelhante ao exemplo anterior, iremos comparar o valor encontrado da posição central com os valores da coluna da frequência acumulada (fac), fazendo a comparação para a 1^a posição central.

- 1 é maior ou igual a 5? Não
- 4 é maior ou igual a 5? Não
- 9 é maior ou igual a 5? Sim

Então, paramos e constatamos que o elemento correspondente a essa posição é o 3. Esse valor ficará guardado para o final da situação.

Passamos agora a trabalhar com a segunda posição central do conjunto, que é a 6^a posição. Faremos novamente as perguntas, agora usando este valor como referência. Daí, teremos

- 1 é maior ou igual a 6? Não
- 4 é maior ou igual a 6? Não
- 9 é maior ou igual a 6? Sim

Neste momento, então, paramos e verificamos quem é o Xi correspondente, que é exatamente o Xi=3.

Descobertos os dois elementos que ocupam as posições centrais, teremos que calcular a sua média, para chegarmos à mediana[17] do conjunto. Vejamos

Então: $Md = \frac{(3+3)}{2} = 3$

b) Com intervalo de classes

Para calcular a mediana onde os dados estão agrupados em uma distribuição de frequência com intervalo de classes, precisamos inicialmente identificar a classe na qual se acha a mediana, a chamada **classe mediana**, que corresponde à frequência acumulada imediatamente superior ao resultado de $\frac{\sum fi}{2}$.

Considerando a distribuição de frequência da tabela 5 acrescida das frequências acumuladas, analise os dados a seguir.

Tabela 5

Pesos	f_i	F_i
40 ├ 43	3	3
43 ├ 46	4	7
46 ├ 49	10	17
49 ├ 52	13	30
52 ├ 55	10	40
55 ├ 58	6	46
58 ├ 61	4	50
Total	**∑ = 50**	

Dados Hipotéticos

Teremos

$$\frac{\sum fi}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

Deveremos fazer a comparação dos valores da frequência acumulada[18] com o valor encontrado, da mesma maneira que fizemos para o item anterior. Então teremos

- 3 é maior ou igual a 25? Não
- 7 é maior ou igual a 25? Não
- 17 é maior ou igual a 25? Não
- 30 é maior ou igual a 25? Sim

[17] Em uma série, a mediana, a média e a moda não têm, necessariamente, o mesmo valor. A mediana depende da posição e não dos valores dos elementos na série ordenada. Essa é uma das diferenças marcantes entre mediana e média (que se deixa influenciar, muito pelos valores extremos). Vejamos. Em 5, 7, 10, 13, 15, a média = 10, e a mediana = 10. Em 5, 7, 10, 13, 65 a média = 20 e a mediana = 10 portanto a média do segundo conjunto de valores é maior do que a do primeiro, por influência dos valores extremos, ao passo que a mediana permanece a mesma.

[18] Frequência acumulada (Fi = xifi)

Paramos, então, a nossa comparação e verificamos que a quarta classe (49 ├ 52) será a nossa **Classe Mediana**.

Conhecendo a Classe Mediana da Distribuição de Frequências, aplicaremos a fórmula da mediana, a seguir:

$$Md = linf + \left[\frac{\left(\frac{\sum fi}{2} \right) - F(ant)}{f} \right] \cdot h$$

Classe Mediana

Onde

- **linf** é o limite inferior da classe mediana;
- **f** é a frequência simples da classe mediana
- **F(ant)** é a frequência acumulada classe anterior à classe mediana;
- **h** é a amplitude[19] do intervalo da classe mediana

Então, para o nosso exemplo teremos

$$\frac{\sum fi}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

- linf = 49 ,
- F(ant) = 17
- f = 13
- h = 3

$$Md = 49 + \left[\frac{\left(\frac{50}{2} \right) - 17}{13} \right] \cdot 3 = 50,84$$

[19] Lembrando que a amplitude do intervalo de uma classe é obtida através da diferença entre o limite superior e o inferior da classe.

4. Moda (Mo)

Define-se moda (ou modas) de um conjunto de valores como o valor (ou valores) de máxima frequência.

4.1 Dados não agrupados

Para os dados não agrupados, simplesmente se observa o elemento (ou elementos) de maior frequência.

A moda[20] em um conjunto de valores, diferentemente das outras medidas de tendência central, pode nem existir, bem como pode haver uma, ou duas, ou várias modas no mesmo conjunto.

[20] A moda é o valor na sequência que mais se repete, e não o número de vezes que ele aparece.

Vejamos os exemplos considerando os conjuntos de valores a seguir:

- {1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 5, 5}

Veja que o valor que mais se repete é o 2, então vamos ter um conjunto **unimodal.**

logo a Mo = 2

- {1, 2, 3, 5, 6, 8, 10}

Observando o conjunto de valores anterior, percebemos que não há nenhum elemento que se repete; todos aparecem uma única vez, então, nesse caso, dizemos que se trata de um conjunto **amodal**.

No conjunto de valores anterior, percebemos que dois elementos – o 3 e o 7 – se repetem três vezes. Logo, nesse caso, vamos ter um conjunto chamado **bimodal**, ou seja, com dois valores modais. Logo, Mo = 3, e Mo =7

- {1, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 13, 15}

Nesse caso, vamos ter três valores com mesma frequência, 2, 5 e 8. Assim teremos um conjunto chamado **multimodal**.

4.2. Dados agrupados

a) Sem intervalo de classe

Quando os dados estão agrupados, para determinarmos a moda, só teremos que observar o valor da variável que tem a maior frequência. Vejamos na tabela a seguir.

Tabela 6

x_i	f_i
1	1
2	3
3	5
4	1
Total	**$\sum = 10$**

Dados Hipotéticos

Verificamos que a maior frequência é fi = 5, que corresponde ao elemento Xi = 3. Logo,

Mo = 3

b) Com intervalo de classe

No caso em que os dados estão agrupados com intervalo de classe, a moda é o valor dominante da classe que apresenta a maior frequência que é denominada **classe modal**. A maneira mais simples para calcular a moda é tomar o ponto médio da classe modal. A esse valor denominamos de **moda bruta**.

Vamos determinar a moda para a tabela de distribuição a seguir.

Tabela 7

i	Pesos	f_i
1	40 ├ 43	3
2	43 ├ 46	4
3	46 ├ 49	10
4	49 ├ 52	13
5	52 ├ 55	10
6	55 ├ 58	6
7	58 ├ 61	4
		$\sum = 50$

Maior fi = 13
Classe Modal

Dados Hipotéticos

Identificamos na tabela anterior que a quarta classe é a que tem a maior frequência, logo.

$$Mo = \frac{49 + 52}{2} = 50,5$$

Existem outras formas de se calcular a moda de uma distribuição de frequências, uma delas é a utilização do **Método de Czuber**, que leva em consideração a frequência[21] anterior e posterior à classe modal e faz uso da fórmula a seguir para o seu cálculo.

[21] Classe anterior é a que precede a classe modal, e classe posterior é a que sucede a classe modal.

$$Mo = l_i + \frac{d1}{(d1 + d2)} \times h$$

Onde

- li ⇨ limite inferior da classe modal
- d_1 ⇨ diferença entre a fi da classe modal e a fi da classe anterior
- d_2 ⇨ diferença entre a fi da classe modal e a fi da classe posterior (aquela que vem logo após a classe modal).
- h ⇨ amplitude da classe modal.

Como exemplo para aplicação da formula, vamos utilizar a tabela 7.

Já sabemos que a nossa classe modal é a quarta classe cuja fi = 13,. Logo teremos

li = 49, $d_1 = 3$, $d_2 = 3$, h = 3

$$Mo = 49 + \frac{3}{(3 + 3)} \times 3 = 50{,}5$$

Outro maneira de calcular a moda é pelo método de King, que utiliza a fórmula a seguir:

$$Mo = l_i + \frac{d1}{(d1 + d2)} \times h$$

Onde

- linf ⇨ limite inferior da classe modal.
- Fpost ⇨ fi da classe posterior à classe modal;
- fant ⇨ fi da classe anterior à classe modal;
- h ⇨ amplitude da classe modal

Para o exemplo anterior, teremos

$$Mo = 49 + \frac{10}{10 + 10} \times 3 = 50{,}5$$

Saiba Mais

Generalidades sobre a moda

- É de fácil compreensão.
- Pode não existir em uma série ou ocorrer mais de uma vez em outras.
- Não é rigorosamente definida e exata.
- Seu cálculo pode depender de alguns valores da série.
- Não é influenciada por todos os valores de uma série.
- É muito utilizada quando há valores extremos.

5. Aplicação das medidas de posição

Foram apresentadas três medidas estatísticas conhecidas como Medidas de Tendência Central ou Medidas de Posição. Elas têm a finalidade de sintetizar as informações de um conjunto de dados resumindo-as em um único valor. Uma vez que o objetivo das três é semelhante, quando se deve usar a média, a moda e mediana?

Se estivermos diante de uma situação na qual essas três medidas apresentam o mesmo valor, a distribuição dos dados é simétrica; quando resultam em valores diferentes, porém muito próximos, indica que a forma dessa distribuição é aproximadamente simétrica. Nesses casos, optaremos por qualquer uma das três: média, moda ou mediana. Nos demais casos, devemos analisar as especificidades da situação estudada e escolher, dentre elas, a mais adequada. Veja o resumo abaixo que irá ajudá-lo a optar por uma das três, embora nada o impeça de calcular todas elas.

Média: quando a distribuição dos dados é aproximadamente simétrica e não apresenta valores extremos, devemos escolher a média, pois essa medida possui propriedades matemáticas mais fortes e é muito usada para estimar a média da população quando se faz inferências. Além disso, é fácil de ser calculada e é a mais popular dentre essas medidas

Mediana: Quando há valores discrepantes no conjunto de dados, devemos preferir a mediana, pois ela é uma medida que não é afetada por valores extremos, podendo, assim, representar bem esses valores.

Moda: quando trabalhamos com variáveis qualitativas nominais, a moda é a única medida de tendência central que podemos obter. Além disso, quando queremos evidenciar o valor que mais apareceu (se repetiu) em um conjunto de dados, também usamos a moda.

6. Separatrizes

A mediana caracteriza uma série de valores devido à sua posição central. No entanto, ela apresenta outra característica, tão importante quanto a primeira: **ela separa a série em dois grupos que apresentam o mesmo número de valores**.

As separatrizes são aquelas medidas que separam ou que dividem o conjunto em certo número de partes iguais. No caso da mediana, vimos que ela divide o conjunto em duas metades. Já o quartil, separa o conjunto em quatro partes iguais; o decil, em dez partes e, o centil (ou percentil), em cem partes iguais.

6.1 Os quartis

Chamamos de quartis os valores de uma série que a dividem em quatro partes iguais. Então deveremos ter 3 quartis (**Q_1 ,Q_2 e Q_3**) para dividir uma série em quatro partes iguais.

- O primeiro quartil (Q_1) é um valor tal que 75% dos dados ficam acima dele, e apenas 25% abaixo.
- No segundo quartil[22] (Q_2) metade dos dados estão acima e metade abaixo, é equivalente a mediana.
- O terceiro quartil é o valor tal que 25% dos dados ficam acima, e 75% abaixo.

[22] O quartil 2 (Q_2) sempre será igual a mediana da série.

Quando os dados não estão agrupados, para determinar os quartis o método mais prático é utilizar o princípio do cálculo da mediana para os 3 quartis.

Exemplo 1: Calcule os quartis da série { 5, 2, 6, 9, 10, 13, 15 }

Primeiramente, deveremos ordenar a série { 2, 5, 6, 9, 10, 13, 15 }

O valor que divide a série acima em duas partes iguais é igual a 9. Logo, a Md = 9, que será = Q_2.

Temos agora {2, 5, 6 } e {10, 13, 15 } como sendo os dois grupos de valores iguais proporcionados pela mediana (quartil 2). Para o cálculo dos quartis 1 e 3, basta calcular as medianas das partes iguais provenientes da verdadeira Mediana da série (quartil 2). Portanto, para o grupo {2, 5, 6}, teremos $Q_1 = 5$ e para {10, 13, 15} teremos $Q_3 = 13$

Exemplo 2: Calcule os quartis da série: { 1, 1, 2, 3, 5, 5, 6, 7, 9, 9, 10, 13 }

$$Q_2 = Md = (5+6)/2 = 5{,}5$$

O quartil 1 será a mediana da série à esquerda de Md : { 1, 1, 2, 3, 5, 5 }

$$Q_1 = Md = (2+3)/2 = 2{,}5$$

O quartil 3 será a mediana da série à direita de Md : {6, 7, 9, 9, 10, 13 }

$$Q_3 = Md = (9+9)/2 = 9$$

Quando os dados são agrupados, para determinar os quartis usamos a mesma técnica do cálculo da mediana, bastando substituir, na fórmula da mediana, $\frac{\sum fi}{2}$ por

$\frac{k\sum fi}{4}$, sendo k o número de ordem do quartil.

Assim, teremos

$$Q1 = l + \left[\frac{\left(\frac{\in f}{4}\right) - F(ant)}{f}\right] \cdot h$$

e

$$Q_3 = l + \left[\frac{\left(\frac{3 \in f}{4}\right) - F(ant)}{f}\right] \cdot h$$

l é o limite inferior da classe
f é a frequência simples da classe
F(ant)é a frequência acumulada da classe anterior,
h é a amplitude do intervalo da classe mediana.

Exemplo: Considere a distribuição da tabela abaixo:

Tabela 8

Pesos	f_i	F_i	
40 ├ 43	3	3	
43 ├ 46	4	7	
46 ├ 49	10	17	Q_1
49 ├ 52	13	30	
52 ├ 55	10	40	Q_3
55 ├ 58	6	46	
58 ├ 61	4	50	
Total	**$\sum = 50$**		

- Primeiro quartil

Temos

$\frac{\sum f i}{4} = \frac{50}{4} = 12,5$ (como 17 >= 12,5 a classe do nosso primeiro quartil será 46 ├ 49)

$$Q_1 = 46 + \frac{(12,5 - 7)3}{10} = 46 + \frac{16,5}{10} = 46 + 1,65 = 47,65.$$

- Terceiro quartil

Temos

$\frac{3\sum f i}{4} = \frac{3x50}{4} = 37,5$ (como 40 >= 37,5 a classe do nosso terceiro quartil será 52 ├ 55)

$$Q_3 = 52 + \frac{(37,5 - 30)3}{10} = 52 + \frac{22,5}{10} = 52 + 2,25 = 54,25.$$

6.2 Os percentis

Chamamos de percentis as medidas que dividem a série em 100 partes iguais. (P_1, P_2, P_3, . . . ,P_{99}).

O cálculo de um percentil segue a mesma técnica do cálculo da mediana. A fórmula $\frac{\sum f\,i}{2}$ será substituída por

$\frac{k\sum f\,i}{100}$, sendo k o número de ordem do percentil.

Assim, para o 27º percentil, temos

$$P_{27} = l + \left[\frac{\left(\frac{27 \in fi}{100}\right) - F\,(ant)}{f} \right] \cdot h$$

Exemplo: Considerando a tabela anterior, temos para o oitavo percentil

$$\frac{8\sum fi}{100} = \frac{8x50}{100} = 4$$

Logo,

$$P_8 = 43 + \frac{(4-3)3}{4} = 43 + 0{,}75 = 43{,}75$$

Atividades de avaliação

1. Qual é a média de uma sala de 50 alunos, cujas notas obtidas formaram a seguinte distribuição?

Número de alunos	f_i
1	2
3	3
6	4
10	5
13	6
8	7
5	8
3	9
1	10

2. Calcule a média aritmética das distribuições de freqüência a seguir:

Notas	f_i
0 ├ 2	5
2 ├ 4	8
4 ├ 6	14
6 ├ 8	10
8 ├ 10	7

3. Considerando os conjuntos de dados a seguir, calcule a média, a mediana e a moda.

3, 5, 2, 6, 5, 9, 5, 2, 8, 6

20, 9, 7, 2, 12, 7, 2, 15, 7

51,6; 48,7; 50,3; 49,5; 48,9

15, 18, 20, 13, 10, 16, 14

4. Determine o valor da mediana da distribuição a seguir:

x_i	f_i
0 ├ 10	3
10 ├ 20	5
20 ├ 30	8
30 ├ 40	4
40 ├ 50	2

5. Os salários dos empregados de uma empresa estão distribuídos conforme tabela a seguir:

Faixa salarial (salários mínimos)	Número de empregados
01 ├ 5	15
09 ├ 40	40
09 ├ 13	10
13 ├ 17	5

Qual o salário mediano da empresa?

a) 7 salários mínimos.

b) 40 salários mínimos.

c) 6,82 salários mínimos.

d) 9 salários mínimos

6. A série (40, 60, 70, 80, 90, 40, 70) é

a) amodal

b) bimodal

c) unimodal

d) multimodal

7. Calcule a média aritmética, a mediana, a moda, o primeiro e o terceiro quartis e o 10^{o} percentis da distribuição a seguir:

Notas	**f_i**
0 ├ 2	5
2 ├ 4	8
4 ├ 6	14
6 ├ 8	10
8 ├ 10	7
	$\sum = 44$

Objetivos