Aula 13

DENSIDADE E GRAVIDADE ESPECÍFICA I

META

Definir densidade e gravidade específicas, pressão em fluidos e o Princípio de Pascal.

OBJETIVOS

Ao final desta aula, o aluno deverá:
distinguir os conceitos de densidade e gravidades específicas;
fazer cálculos simples de pressão aplicada;
determinar a variação da pressão aplicada em função da profundidade em meios líquidos;
descrever os meios disponíveis de mensuração da pressão; e
utilizar o princípio de Pascal para problemas simples de equilíbrio estático.

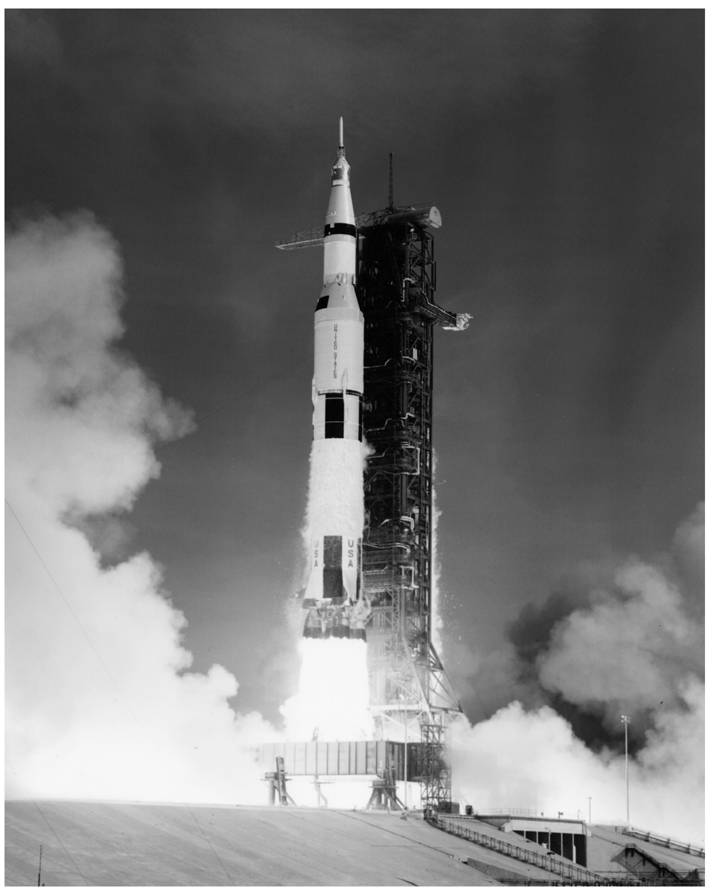
PRÉ-REQUISITOS

Álgebra, trigonometria, leis de Newton e vetores.

Frederico Guilherme de Carvalho Cunha

INTRODUÇÃO

A mecânica Newtoniana desbravou a ciência como a conhecemos hoje. A possibilidade de conhecer a evolução temporal de sistemas a partir do conhecimento de seu estado atual criou a ilusão de que todo o futuro poderia ser previsto a partir de uma cuidadosa observação da natureza atual. Tal promessa não foi cumprida. Matemáticos e físicos de capacidade exuberante despenderam o melhor de suas vidas e intelectos desenvolvendo maneiras de vencer os obstáculos intransponíveis encontrados pelo caminho. Em paralelo foram verificadas novas formulações da natureza que possibilitavam o seu estudo sem a necessidade destes imensos esforços. Como grande prêmio destes esforços foram desenvolvidas as leis de conservação natural, sejam elas da energia, sejam dos momenta. Neste capítulo nos concentraremos em uma das grandes vitórias do intelecto humano, a percepção e conseqüente utilização da conservação da energia. O nível de exigência será mantido em um mínimo com o claro objetivo de transmitir aos alunos a beleza e elegância destes princípios não apenas físicos, mas também filosóficos.



(Fonte: http://pt.wikipedia.org).

TIPOS DE ENERGIA

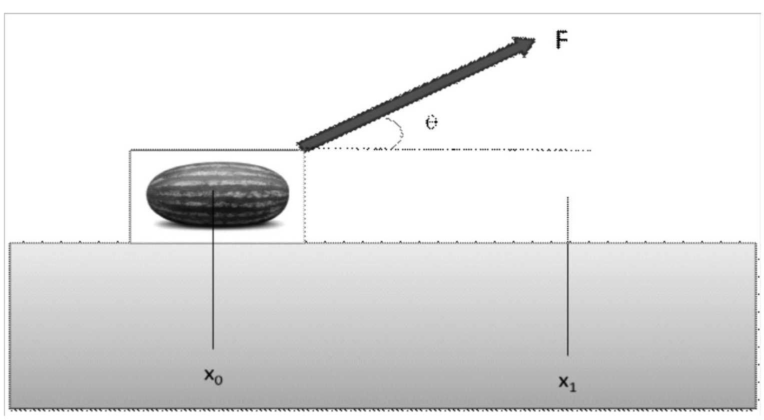
Bem vindos à nossa aula onde trataremos da conservação da energia. O termo energia já nos faz imaginar alguns de seus tipos, tais como energia nuclear, elétrica, solar, térmica e uma série de outras mais. Mas afinal de contas, o que é energia? Uma definição muito boa para a energia pode ser derivada de nosso dia a dia. Imagine-se em uma sexta feira por volta das dezoito horas voltando para casa. Ao chegar a casa, seu filho o faz se lembrar daquela promessa de construir uma pipa. Você trabalhou a semana toda. Está muito cansado. O que lhe está faltando? Isto mesmo, energia. Sendo um bom pai, você faz das tripas coração e constrói uma linda pipa para seu filho. No sábado, às seis horas da manhã seu filho vem acordá-lo dando saltos e gritos para que possam ir soltar a pipa. Se você ainda não pensou em uma morte rápida, pode pensar: como é que ele tem tanta energia e eu tão pouca? Consegue agora ter uma idéia sobre o que é energia? Vamos então defini-la de uma maneira um pouco mais formal:

A energia é definida como a capacidade de realizar trabalho

Preste atenção pois o termo trabalho que empregamos aqui não é o mesmo que o coloquial. Jogar uma partida de futebol da praia não pode ser considerado trabalho em condições normais, mas a sua disponibilidade de energia diminuiu após o jogo. Portanto você realizou trabalho. Simples, não? Ótimo, entendemos a definição mais básica de energia: a capacidade de realizar trabalho. Voltemos então agora à física: o que é trabalho? Esqueça o futebol e a fábrica.

O trabalho é definido como sendo o produto entre um deslocamento e a componente da força responsável por este deslocamento paralelo ao mesmo.

Neste caso será interessante utilizarmos um desenho:



Imagine que uma caixa cheia de melancias está parada perto da sua cadeira favorita, digamos na posição x_0. Como você deve saber, sua cadeira favorita se encontra na posição x_1. Como você pretende esvaziar esta caixa, mas não quer se levantar a todo momento, então você precisará realizar algum trabalho... Vamos então agora dar nomes a todas estas variáveis e tentar fazer alguns cálculos. O Trabalho recebe a letra W (de "*work*"). A força é simplesmente F e a distância percorrida é simplesmente $\Delta x = x_1 - x_0$. Sendo q o ângulo que a força faz com a direção do movimento, podemos simplesmente escrever:

$$W = F cos\theta\Delta x$$

Para termos uma idéia de grandezas, suponhamos que a força que você aplica seja de 100 N, o ângulo formado entre a corda que você puxa e a horizontal seja de 37º e que a distância percorrida seja de 4 m. O cálculo do trabalho que você efetuou é muito simples, basta aplicar a fórmula:

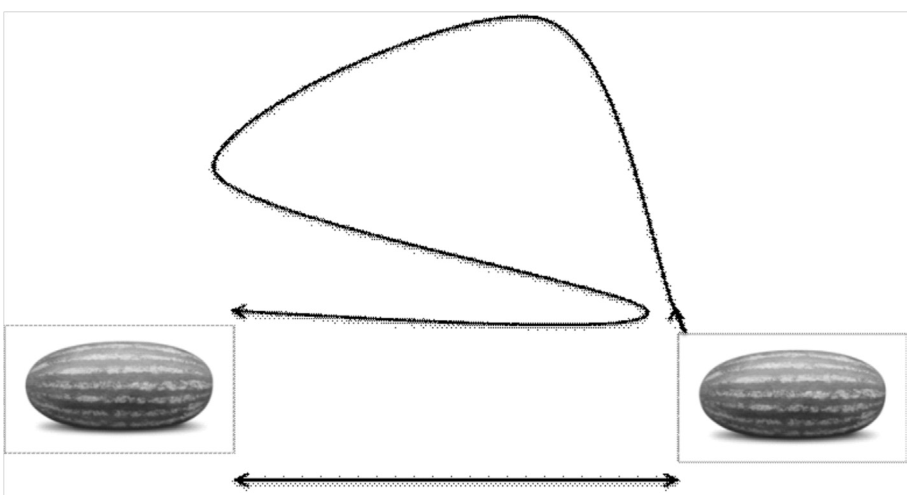
$$W = 100 cos 37 \text{ x } 4 = 320 N.m$$

Esta unidade N.m não é muito utilizada, sendo que o trabalho geralmente é expresso em Joules (J). Pois bem, executamos um trabalho e arrastamos uma caixa de melancia para as proximidades de nossa cadeira predileta. E agora? Pense na situação real. Você provavelmente se cansou, afinal realizou um trabalho. A caixa, por sua vez, recebeu um trabalho! O seu nível de energia baixou quando arrastou a caixa. O que aconteceu com esta energia? Ela não pode simplesmente ter se transformado em purpurina, em alguma outra coisa ela se transformou. Vamos especular um pouco sobre as possibilidades. Imagine que, por uma daquelas ironias do destino, toda esta estória se passou no pólo Sul e o chão estava com uma grossa camada de gelo. Para você conseguir arrastar a caixa precisou utilizar sapatos especiais com pregos no solado, caso contrário não haveria atrito. A caixa não teve esta sorte, ela escorregou tranquilamente sobre o gelo. Isto facilitou o seu trabalho, mas provavelmente causou um probleminha: quando você parou de puxar a caixa, ela não parou, continuou escorregando, derrubou sua cadeira e ainda se esborrachou contra uma parede. Que azar. Esta caixa de melancia que estava parada foi acelerada e adquiriu certa velocidade. Como nós já vimos, a componente da força que faz a caixa se mover é aquela paralela à superfície: $F = 100 cos 37 = 80N$. Se esta força foi aplicada sobre a caixa, a mesma sofreu uma aceleração. Digamos que a massa da caixa seja igual a 80 kg (haja melancia...). Se utilizarmos a segunda lei de Newton descobrimos facilmente que a aceleração sofrida pela caixa é dada por $\boldsymbol{a} = \frac{F}{m} = \frac{80}{80} = \frac{1m}{s^2}$. Se a nossa caixa partiu do repouso e foi acelerada desta maneira por 4 metros, podemos utilizar a equação de Torricelli para determinar a velocidade dela quando chegou à sua pobre cadeira: $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x = 2 \times 1 \times 4 = 8 \rightarrow v = 2{,}8m/s$. Percebeu o tamanho do estrago???

Ficamos já um tempo razoavelmente longo fazendo alguns cálculos aparentemente malucos e não concluímos muita coisa. Voltemos ao início: Você realizou trabalho para arrastar a caixa e no processo perdeu energia. A caixa estava parada e foi acelerada até uma certa velocidade final. Isto custou algo! Isto custou energia! A energia que você gastou para puxar a caixa foi utilizada para acelerar a caixa! Agora sim podemos dizer que sabemos onde foi parar esta energia: ela se transformou em alguma espécie diferente de energia que depende da velocidade. Esta energia é conhecida como Energia Cinética (surpresa!). Você viu que a velocidade final dependeu da massa da caixa. Naturalmente que depois de comer todas as melancias (e entrar para o Guiness), a sua velocidade final será maior. Mas o trabalho realizado ainda foi o mesmo e por isto a energia disponível ainda é a mesma. Devemos então agora definir matematicamente quem é a energia cinética, que recebe a simpática letra K para designá-la.

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Antes de continuar vamos tratar de um detalhezinho um tanto espinhoso. Quando tratamos do trabalho, nos referimos a um processo. O trabalho foi realizado durante um certo intervalo de tempo e compreendeu uma distância. Se tivéssemos um problema de labirintite (que prejudica nosso senso de equilíbrio) e fizéssemos um outro trajeto para puxar a caixa de melancias, o que ocorreria com o trabalho? Veja a figura abaixo:



Aqui vemos dois possíveis caminhos para puxar a melancia. Qual dele demandará o maior trabalho? A resposta é intuitiva o suficiente para dispensar maiores comentários. O que nos importa ressaltar aqui é que a escolha do caminho determina o trabalho realizado. Quando observamos a energia potencial há uma grande diferença: ela só faz sentido quando estabelecemos um local onde ela é medida: ela é uma função da posição. Voltando ao nosso exemplo anterior: qual era a energia cinética da caixa de melancias antes de iniciarmos o arraste? Se a sua velocidade era zero, então a sua energia cinética também era zero. E qual era a energia cinética da caixa de melancias quando ela chegou à sua pobre cadeira? Podemos facilmente calcular: $K = \frac{mv^2}{2} = 80 \times (\frac{2,8}{2})^2 = 320J$. Muito simples, não? E este número não lhe parece vagamente familiar? Ele corresponde ao trabalho que você realizou para puxar aquela caixa. O seu trabalho foi convertido em energia cinética, o que nos leva ao Princípio do Trabalho – Energia Cinética:

> O trabalho resultante efetuado sobre um objeto é igual à variação em sua energia cinética:
>
> $$W = \Delta K$$

O princípio do trabalho – energia cinética nos diz que se um trabalho positivo W é realizado sobre um corpo, então a sua energia cinética aumenta de um valor W. O mesmo é válido para a situação inversa: se um trabalho negativo é exercido sobre um corpo, então a energia cinética do corpo diminui por um valor W. Isto está muito chato, vamos fazer alguns exemplos.

ATIVIDADES

1. No texto estudado até agora fizemos vários cálculos sobre o movimento de uma caixa de melancias. Vamos retomá-los a partir do momento que paramos de puxar a caixa. Qual vai ser o trabalho necessário para poder fazer esta caixa parar. Se a partir da cadeira temos um piso emborrachado cujo coeficiente de atrito dinâmico com o fundo da caixa é 0,2, qual distância será percorrida pela caixa antes de voltar ao repouso?
2. Um automóvel que se move a uma velocidade de 60 km/h pode parar completamente 20 metros após o acionamento dos freios. Se a velocidade for 120 km/h qual distância será necessária para parar o automóvel?

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

I. Será necessário algum cálculo aqui? Com certeza não! O princípio do trabalho energia cinética nos garante que a mesma quantidade de trabalho será necessária para parar a caixa, ou seja, 320 J. A força que atua agora sobre a caixa não é mais exercida pelos nossos braços, é a força de atrito. Esta força de atrito aponta na direção contrária ao sentido de movimento, o que nos garante que o trabalho realizado por ela será negativo. Como ela atua paralelamente ao chão, o seu cálculo é muito simples:

$$F_{at} = N\mu = mg\mu = 80 \times 9{,}8 \times 0{,}2 = 156{,}8N$$

Conhecendo a força disponível (de atrito) e o trabalho total necessário fica fácil calcular a distância percorrida:

$$\Delta x = \frac{W}{F} = \frac{320}{156{,}8} = 2m$$

Podemos ver então que apenas dois metros serão suficientes para parar a caixa. Talvez seja interessante colocar alguma superfície mais abrasiva (com um maior coeficiente de atrito dinâmico) para que a caixa pare mais próxima da sua cadeira e você possa se empanturrar tranquilamente.

II. Sabendo a velocidade inicial e a final deste automóvel fica muito simples determinar qual foi o trabalho necessário para pará-lo: $W = \Delta K = 0 - \frac{mv^2}{2} = -1800 \times m\,Joules$. Isto nos informa que o trabalho necessário equivale a 1800 multiplicado pela massa do carro, que nós não conhecemos. Se utilizarmos agora o princípio do trabalho e energia cinética, podemos obter: W = - 1800m = Fd = - 20F. O sinal negativo no lado direito vem do fato da força de atrito ser na direção oposta ao deslocamento. Tudo que podíamos calcular até agora já o fizemos. Resta-nos assumir que a força que os freios aplicam sobre o carro é independente da velocidade do mesmo. Sendo isto verdade, podemos rearranjar a última equação da seguinte maneira: F = 90m. Aplicamos agora o mesmo conceito para uma maior velocidade:

$$W = 0 - \frac{mv^2}{2} = -7200m = -Fd \rightarrow 7200m = 90md$$

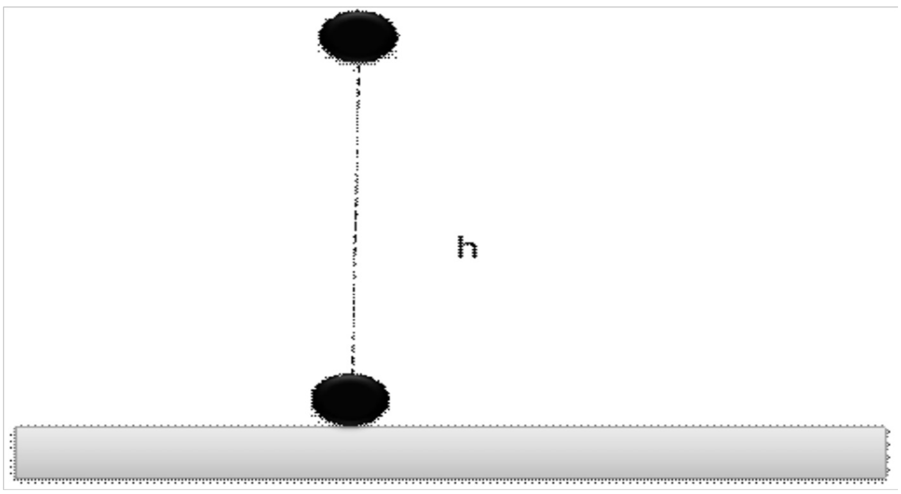
Excluindo agora a massa do carro dos dois lados da equação chegamos finalmente a d= 80m. Veja então que se você dobra a velocidade de seu carro, precisará de uma distância quatro vezes maior para poder pará-lo. Tome cuidado!

ENERGIA POTENCIAL

Este outro tipo de energia, chamado de energia potencial, está relacionado com a posição e a conformação de um dado objeto. Antes de defini-la mais adequadamente, vamos introduzir um novo conceito para as forças. Elas podem ser conservativas ou não.

Uma força é chamada de conservativa se um objeto, ao se mover de um ponto a outro, depende apenas das posições inicial e final e é independente do caminho utilizado.

É muito fácil, por exemplo, mostrar que a força da gravidade é conservativa. A força da gravidade exercida sobre um objeto próximo da superfície da Terra é dada simplesmente por $\vec{F} = m\vec{g}$. Como nós vimos na primeira parte desta aula, o trabalho realizado pela força gravitacional próxima da superfície é simplesmente dada por $W = Fd = mgh$ como podemos ver na figura abaixo.



O trabalho realizado para levar a bolinha desde o chão até uma certa altura h conferiu à bolinha uma certa quantidade de energia (potencial) que ela poderá utilizar mais tarde. Esta energia recebe este nome por informar que uma certa quantidade de energia se encontra armazenada, podendo ser convertida em trabalho ou em outra forma qualquer de energia.

Até agora vimos que se exercemos trabalho sobre um objeto para afastá-lo da superfície terrestre, nós lhe fornecemos um tipo de energia conhecida como energia potencial gravitacional. Este tipo de energia aparecerá com tanta freqüência em nosso trabalho que se torna útil a utilização de uma fórmula:

$$U_{grav} = mgy$$

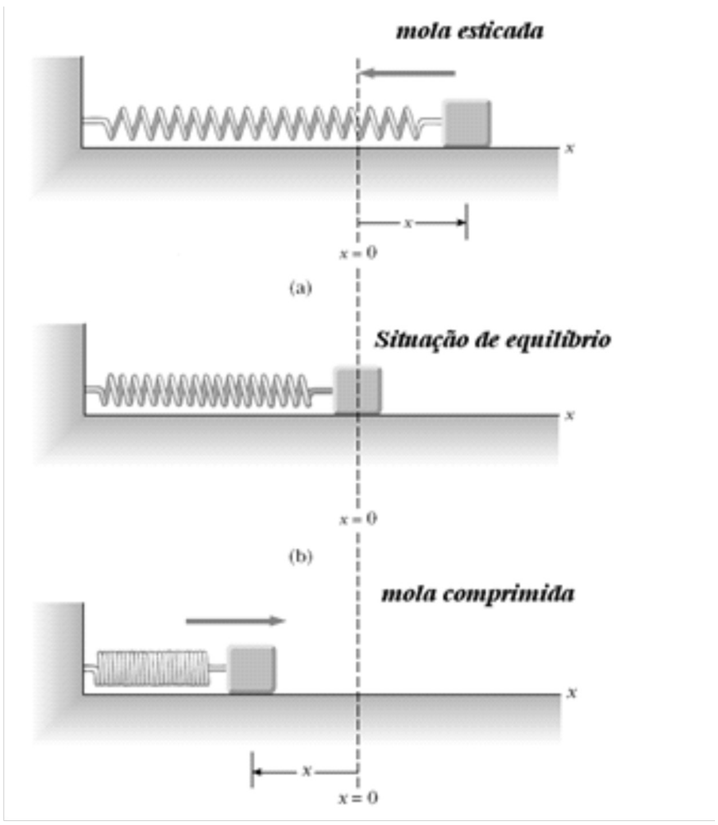
Dois pontos de extrema importância merecem destaque aqui:

1. O valor de g só é válido para a interação entre um corpo que se encontra nas proximidades da superfície da Terra. Se estivéssemos em Júpiter (provavelmente mortos), o valor de g seria diferente;

2. A definição da energia potencial se baseia no trabalho efetuado para levar um corpo de prova desde um ponto até um outro ponto. Isto nos indica que são necessários dois pontos de comparação, ou seja, a energia potencial gravitacional nunca tem um valor absoluto, mas apenas relativo.

ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA

Imagine que você dispõe de uma mola helicoidal razoavelmente maleável que você é capaz de comprimir. Como você costuma ter idéias excelentes você faz o seguinte: Comprime esta mola o máximo possível, prende sua extremidade e acopla a sua bicicleta à mola. Como grande cientista, sobe em sua bicicleta e libera a mola. Depois daqueles agradáveis meses no hospital você passa a se perguntar? O que aconteceu? A resposta é simples: da mesma maneira que no caso gravitacional, você realizou trabalho para comprimir a mola, e ela armazenou esta energia até o momento que o gênio resolveu liberá-la... que desastre. Pelo menos você aprendeu que não é apenas a gravidade que pode armazenar energia potencial. Você já viu algumas crianças se deliciando em uma cama elástica? A situação é a mesma. Isto é tudo muito bonito (e às vezes doloroso), mas a física nos exige equações e para isto mostraremos um pequeno desenho que ilustra as variáveis envolvidas no desastre:

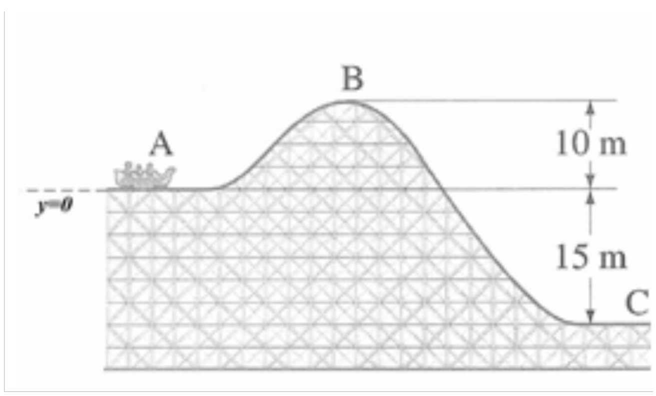


Nosso caso principal é o mostrado pela letra b: a mola se encontra em seu tamanho natural. A pequena massa acoplada a ela na sente nenhuma força para se deslocar. Está tudo tranqüilo e seguro. No caso a, ocorre um pequeno problema: a sua bicicleta, ficou presa à mola e você quer de todas as maneiras arrancá-la de lá. Você tem um problema, pois quanto mais força você aplica para a direita, maior é a força que a mola aplica para a esquerda. Que droga!. Desista então e passe para seu genial experimento: empurre a sua bicicleta com toda a sua força para a esquerda e prenda-a em algum ferrolho disponível por ali. A distância que você conseguiu distorcer a mola receberá o nome de x (lembra-se da lei de Hooke?). Sem nos preocuparmos agora em deduzir, vamos apenas introduzir qual é a expressão da energia potencial elástica:

$U = \frac{1}{2}kx^2$. Onde k representa a "dureza" da mola, simples não? Temos então agora duas maneiras de armazenar energia: levantando uma massa até uma certa altura e pressionando uma mola. Vamos brincar um pouco.

ATIVIDADES

1. Um carrinho de montanha russa de 1000 kg se move do ponto A ao ponto B e então ao C conforme a figura. Qual é a variação da energia potencial do carrinho quando ele passa pelos pontos A, B e C? Assuma que o seu eixo de coordenadas se encontra em A.



2. Uma técnica muito comum utilizada para medir a constante de força de uma mola é demonstrada através do aparato mostrado na figura abaixo. A mola é pendurada verticalmente e um objeto de massa m é acoplado à sua extremidade. Sob ação desta carga, a amola sofre uma deformação de cerca de 0,02 m. Se a massa corresponde a 0,55 KG, qual é o valor da constante de força da mola? E qual é a energia armazenada nesta mola?

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

1. A solução deste problema passa apenas pela aplicação da fórmula da energia potencial;
· Se y=0, então a energia potencial em A também é zero.
· Se y=10 m, então a energia potencial em B é dada por . Isto nos diz que este carrinho está carregado de energia (não elétrica, ninguém vai levar um choque) e que no caminho para C termos algumas surpresas:
· Se y=-15m, então a energia potencial em C é dada por U = 1000 X 9,8 X 10 = 98000 *Joules*. Mas isto é um absurdo! Como podemos ter uma energia negativa??? A resposta a este paradoxo aparecerá no próximo passo.
2. A solução deste problema também passa pela simples aplicação de uma fórmula.
A força é dada simplesmente por $F = kx = mg \rightarrow 0{,}02k = 0{,}55 \text{ x } 9{,}8 \rightarrow k = 270\ N/m$. A energia armazenada é ainda mais simples, desde que tomemos um certo cuidado: a energia potencial é dada pela diferença entre a energia inicial e a final: $U = 0 - \frac{1}{2}kx^2 =$ -0,054joules

CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

Chegamos finalmente ao objetivo final de nossa aula: a conservação da energia mecânica. Esta conservação só ocorre em sistemas conservativos, uma vez que uma força de atrito dissipará parte desta energia. De fato poderíamos tratar o trabalho de atrito como sendo parte deste sistema, mas nos concentraremos neste primeiro caso.

Precisamos novamente considerar um sistema porque a energia potencial não existe para um corpo isolado. Nosso sistema deve ser composto de uma massa sujeita à aceleração gravitacional ou oscilando acoplada à extremidade de uma mola. De acordo com o princípio do trabalho-energia, o trabalho resultante efetuado sobre um objeto corresponde à variação em sua energia cinética:

$$W = DK$$

Como nós estamos assumindo um sistema conservativo, nós podemos escrever o trabalho realizado como sendo a energia potencial total:

$$\Delta U = -W$$

Se nós agora combinamos as duas equações prévias , podemos obter:

$$\Delta U + \Delta K = 0$$

Sendo que isto só é válido para forças conservativas. Podemos então agora definir uma nova variável chamada de energia mecânica total: E=U+K. Note que agora a energia mecânica total é uma variável que depende de apenas um ponto, e podemos reescrever as seguintes equações:

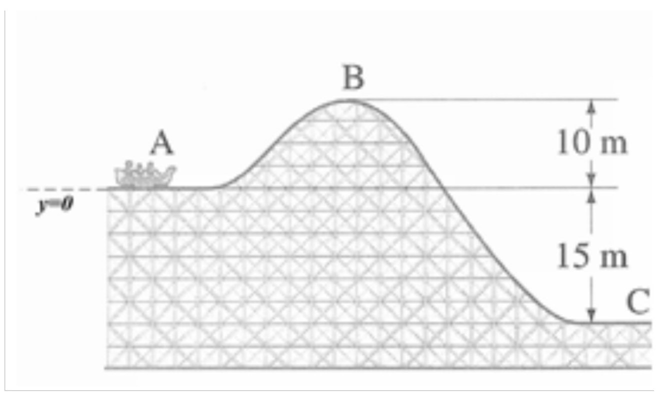
$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \rightarrow E_1 = E_2$$

Estas equações expressam um princípio muito útil e profundo que relaciona a energia mecânica: ela é conservada. Este é o Princípio da Conservação da Energia Mecânica:

> Se apenas forças conservativas estão realizando trabalho, a energia mecânica total de um sistema não poderá nem aumentar e nem diminuir em qualquer processo. Ela se mantem constante – ela é conservada.

ATIVIDADES

1. Lembra-se daquela montanha russa do problema anterior? Seu desenho está aqui embaixo novamente para que você possa recordá-la. Parece uma montanha russa bastante tranqüila não é verdade? No entanto apareceu um probleminha no final: existia uma energia negativa no valor de -147000*Joules*.



2. Vamos agora trabalhar com uma daquelas pistolas de dardos utilizadas contra animais. Um dardo cuja massa é 0,100 kg é pressionado contra uma mola cuja constante elástica é dada por k =250 N/m. O dardo é comprimido por 6 ,0 cm e então liberado. Se o dardo é liberado no momento que a mola alcança o seu comprimento natural, qual é a velocidade máxima do dardo?

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

1. Agora acho que já podemos determinar o que está acontecendo: toda aquela energia potencial que foi armazenada ao chegarmos ao ponto B foi transformada em energia cinética (assumindo que não havia forças dissipativas). Se este é o caso, então podemos calcular a velocidade com que o carrinho chegou ao ponto C. Para isto vamos assumir que ao atingir o ponto B o carrinho parou momentaneamente. Daí passamos para a conservação da energia:

$$E_1 = K_1 + U_1 = E_2 = K_2 + U_2$$

$$0 + 9800J = K_2 - 147000J \rightarrow K_2 = 245000joules = \frac{1}{2}1000 \times v^2$$

Usando uma calculadora chegamos à linda velocidade de 22,13m/s=80 km/h. Pode não parecer tanto, mas vai lhe dar um grande susto.

II. Este é um problema clássico onde a energia potencial é convertida em cinética e podemos facilmente resolvê-lo.

$$0 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

A solução é dada com a simples colocação dos dados e obtendo o resultado final de 3.0 m/s

CONCLUSÃO

Um conceito de extrema importância: a conservação da energia mecânica foi devidamente estudada. Vimos que o teorema trabalho-energia cinética, acoplado ao conceito de forças dissipativas são essenciais para as aplicações que nós buscamos. A escolha dos exemplos foi feita de uma maneira bastante natural e simplificada. Esta escolha se baseou na experiência de que a mistura de conceitos importantes com problemas desafiadores mascaram a importância dos primeiros. Os exercícios resolvidos durante as aulas servirão para o aprofundamento destes pontos.

RESUMO

A aula de hoje tratou da conservação da energia mecânica dos sistemas. Dentro deste tema foram realçados os seguintes tópicos:

· Teorema trabalho energia cinética;

· Energia potencial gravitacional e elástica;

· Sistemas conservativos e não conservativos

PRÓXIMA AULA

Na próxima aula iniciaremos o estudo do comportamento dos sistemas fluidos tais como definir densidade e gravidade específicas, pressão em fluidos e o Princípio de Pascal.

REFERÊNCIAS

Giancoli, Douglas C. **Physics for Scientists and Engineers**, 3 ed. Editora Prentice Hall, New Jersey, 2000.

Young, Hugh D.; Freedman, Roger A. **Física I** – Mecânica, 10 ed. Tradução de Adir Moysés Luiz. Editora Addison Wesley, São Paulo, 2003.

Frederick, J. Keller; Gettys, W. Edward; Skove, Malcolm J. **Física**, v. 1, 1 ed. Tradução de Alfredo Alves de Farias. Editora Makron Books, São Paulo, 1997.

Resnick, Robert; Halliday, David; Krane, Kenneth S. **Física 1**, 5 ed. Tradução de Pedro M. C. L. Pacheco, Marcelo A. Savi, Leydervan S. Xavier, Fernando R. Silva. LTC Editora, Rio de Janeiro, 2003.