Aula 14

DENSIDADE E GRAVIDADE ESPECÍFICA II

META

Definir densidade e gravidade específicas, pressão em fluidos e o Princípio de Pascal.

OBJETIVOS

Ao final desta aula, o aluno deverá:
distinguir os conceitos de densidade e gravidade específica;
fazer cálculos simples de pressão aplicada;
determinar a variação da pressão aplicada em função da profundidade em meios líquidos;
descrever os meios disponíveis de mensuração da pressão; e
utilizar o princípio de Pascal para problemas simples de equilíbrio estático.

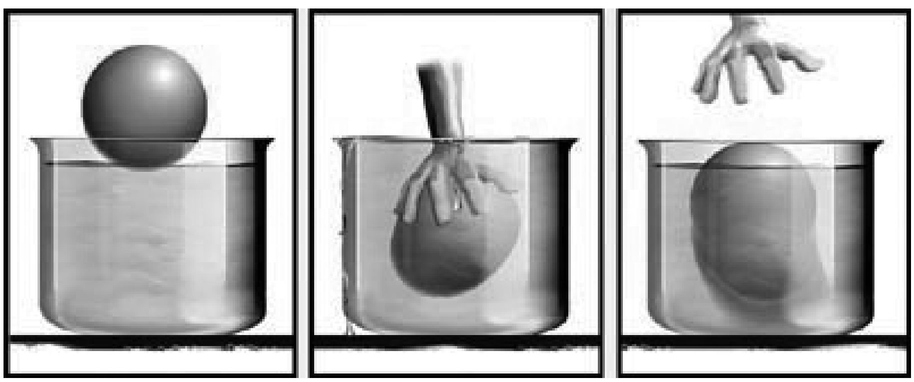
PRÉ-REQUISITOS

Álgebra, trigonometria e vetores.

Frederico Guilherme de Carvalho Cunha

INTRODUÇÃO

Nesta aula estudaremos como os sistemas não dissipativos mantém a sua energia mecânica constante. Veremos de maneira elementar que a energia pode se manifestar das mais variadas maneiras, e que algumas delas podem ser facilmente mensuradas e correlacionadas com algumas outras. O conceito de trabalho será introduzido de uma maneira intuitiva para que a sua relação com a energia se torne um raciocínio natural nos estudantes. O conceito da energia cinética será introduzido mostrando que os corpos em movimento têm uma energia associada e que a variação deste movimento custa energia, ou seja, trabalho. O ponto mais interessante da aula, no entanto se refere ao conceito da energia potencial. Apenas alguns tipos de energia potencial serão discutidos mas o seu sentido será esclarecido: os corpos têm maneiras de armazenar energia para liberação em forma de trabalho conforme demanda. Este conceito permeia toda a tecnologia desenvolvida a partir da revolução industrial e permitiu os avanços tecnológicos desta nossa era.



Densidade (Fonte: www.cepa.if.usp.br).

FASES DA MATÉRIA

Bom dia caros colegas. Hoje começamos a discutir as fases da matéria. É comum que conheçamos apenas três delas:
- Sólido – mantém a sua forma e o seu tamanho, mesmo que uma grande força seja aplicada a ela;
- Líquido – ele não mantém uma forma fixa. Sai forma é aquela do container que o contem. Assim como o sólido, o seu volume é praticamente fixo, sendo necessária uma grande força para que seja possível mudar;
- Gasoso – o gás não tem nem um volume e nem uma forma fixa. Ele se expandirá naturalmente para preencher o container que o contem.

Como os sólidos e os líquidos não têm uma forma bem definida, ambos têm a possibilidade de fluir e, por isto, são chamados de fluidos.

Quando vamos nos referir a algum tipo de material podemos utilizar variáveis intensivas ou variáveis extensivas. No primeiro caso não estamos preocupados com a quantidade de matéria, mas no segundo caso, sim. Pense por exemplo na madeira e no aço. Qual é mais pesado? Isto naturalmente depende da quantidade de matéria. Uma seringueira de 300 anos de idade tem uma massa muito maior que um parafuso de fixação de um aparelho dental. /como ficamos então? A pergunta se tornou confusa porque utilizamos grandezas extensivas, aquelas que dependem da quantidade de material. Façamos a mesma pergunta agora de uma maneira um pouco mais elaborada: o que tem a maior massa: uma banana de madeira ou uma banana de aço? A resposta agora é óbvia. Nosso truque consistiu em utilizar uma grandeza intensiva, aquela que leva em consideração as dimensões dos corpos. Neste nosso caso em particular podemos simplesmente trocar uma grandeza intensiva (a massa), por uma grandeza extensiva (a densidade).

A densidade r, de um objeto é definida como a razão entre a sua massa e ao seu volume;

$$\rho = \frac{m}{V}$$

A densidade é uma característica de qualquer substância pura . Para ilustrar este fato, vamos introduzir uma tabela onde aparecem as densidades de alguns materiais.

Table 24. SOLID DENSITY OF SELECTED ELEMENTS
(SHEET 1 OF 3)

Atomic Number	Element	Symbol	Solid Density (Mg/m3)
3	Lithium	Li	0.533
4	Beryllium	Be	1.85
5	Boron	B	2.47
6	Carbon	C	2.27
11	Sodium	Na	0.966
12	Magnesium	Mg	1.74
13	Aluminum	Al	2.7
14	Silicon	Si	2.33
zz			
15	Phosphorus (White)	P	1.82
16	Sulfur	S	2.09
19	Potassium	K	0.862
20	Calcium	Ca	1.53
21	Scandium	Sc	2.99
22	Titanium	Ti	4.51
23	Vanadium	V	6.09
24	Chromium	Cr	7.19
25	Manganese	Mn	7.47
26	Iron	Fe	7.87
27	Cobalt	Co	8.8
28	Nickel	Ni	8.91
29	Copper	Cu	8.93
30	Zinc	Zn	7.13
31	Gallium	Ga	5.91
32	Germanium	Ge	5.32
33	Arsenic	As	5.78
34	Selenium	Se	4.81
37	Rubidium	Rb	1.53
38	Strontium	Sr	2.58

Source: data from James F. Shackelford, Introduction to Materials Science for Engineers, Second Edition, Macmillian Publishing Company, New York, pp.686-688, (1988).

Nesta pequena amostra ilustramos que a densidade pode variar desde 8,93 Mg/m^3 no caso do cobre até 0,533 Mg/m^3 no caso do Berílio. Vemos que todos estes valores são pertencentes unicamente aos materiais de que são feitos. Existe, no entanto, uma outra definição de grande utilidade e que recebe o nome de Gravidade Específica. A gravidade específica é definida como a razão entre a densidade daquela substância e a densidade da água a 4º C. A gravidae específica é um número adimensional. Como a densidade da água a esta temperatura é dada por 1 Mg/m^3

A gravidade específica de qualquer substância será numericamente igual à sua densidade específica em g/cm^3, ou 10^{-3} menor que a sua densidade específica em kg/m^3. Por exemplo, a gravidade específica do Selênio será 4,81.

ATIVIDADES

Se você quiser forjar uma bola de boliche (cujo diâmetro é de cerca de 20 cm) precisará de uma série de informações de engenharia para fazer a melhor escolha. Acontece que você é um marombeiro alucinado que acha tudo leve. Dentro daqueles materiais dispostos na tabela acima, qual o material que você utilizaria? Qual seria a massa total desta bola de boliche?

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

1. Como você quer uma bola muito pesada, utilizará o material mais denso, ou seja, o cobre. Como a o volume de sua bola será dado pela seguinte equação, podemos calcular o volume necessário de cobre:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(0{,}1)^3 = 0{,}00419\ m^3$$

Fácil, não? Se já conhecemos o volume e a densidade, podemos facilmente calcular a massa de cobre que você vai precisar para forjar a sua linda bola de boliche:

$$\rho = 8{,}93 \times 10^6 kg/m^3 = m/0{,}00419 m^3$$

Resolvendo esta continha trivial chegamos a um resultado ligeiramente preocupante: a massa da sua bolinha de cobre será de 37,512 kg. É uma bolinha pesada, mas você é um marombeiro e não está ligando para estes detalhes... mas já parou para pensar no custo desta brincadeira? Se o cobre custar algo em torno de R$ 15,00 por quilo, seu gasto será de aproximadamente R$ 600,00. Talvez seja uma boa idéia mudar para o tênis de mesa.

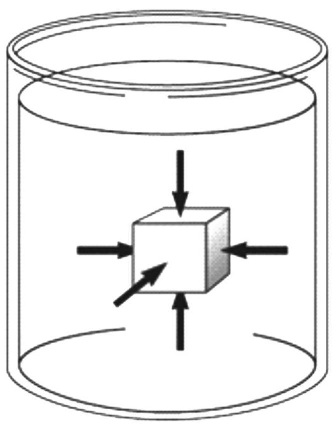
PRESSÃO EM FLUIDOS

A pressão é definida como força por unidade de área, ou seja:

$$P = F / A$$

A unidade de SI para a pressão é o Pascal, que corresponde a 1 N/m^2. A unidade britânica ainda é aquela que utilizamos quando vamos encher os pneus de nosso carro. Usamos uma unidade conhecida como lb/in^2, ou libras por polegada quadrada. Por isto ainda pedimos ao frentista do posto para colocar apenas 30 libras.

O conceito de pressão é praticamente útil quando lidamos com fluidos. Trata-se de um fato experimental de que um fluido exerce pressão em todos os lados. Em qualquer ponto de um fluido em repouso, a pressão é a mesma em qualquer direção. Considere um pequeno cubo do fluido que seja tão pequeno que possamos descartar a influência da gravidade:

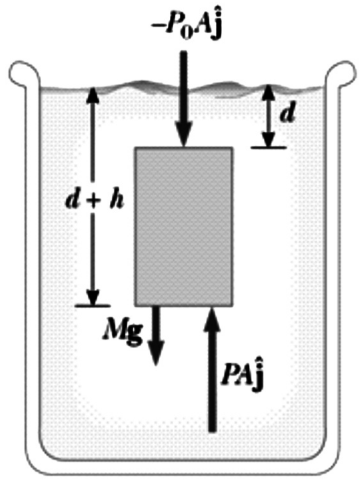


A pressão em um dos lados deve ser igual à pressão do outro laso. Se isto não fosse verdade, existiria uma força resultante e o cubo começaria a se locomover. Se o fluido não está fluindo, então as pressões devem ser iguais.

Uma outra propriedade importante de um fluido em repouso é a de que a força devida à pressão do fluido sempre age perpendicular a qualquer superfície que esteja em contato com ela. Se houvesse uma componente desta força paralela à superfície, então a terceira lei de Newton exigiria que a superfície aplicasse uma força de igual intensidade e sentido oposto. Tal componente faria com que o fluido fluísse, em contradição com a nossa requisição de que o fluido esteja em repouso.

Entramos agora na parte mais importante de nosso estudo: vamos calcular quantitativamente como a pressão em um líquido de densidade uniforme varia com a profundidade.

Como todos os mergulhadores já sabem, a pressão aumenta com a profundidade. De maneira análoga, a pressão atmosférica diminui com a altitude. Nós iremos tentar agora mostrar como a pressão em um líquido aumenta com a profundidade. Já sabemos que a densidade estabelece uma relação entre a sua massa e o seu volume. Os valores tabelados para a densidade dos materiais varia ligeiramente com a temperatura, uma vez que o volume das substâncias varia com a temperatura (como já vimos anteriormente). Em condições padrão (a zero grau Celsius e pressão atmosférica) a densidade dos gases correspondem a cerc de 1/1000 das densidades dos sólidos e líquidos. Esta diferença em densidades implica que o espaçamento molecular em um gás nestas condições é cerca de dez vezes maior que em um sólido e em um líquido. Agora considere um líquido de densidade r em repouso como na figura abaixo:



Nós assumimos r é uniforme em todo o líquido; e isto significa que o líquido é impompressível. Vamos selecionar uma amostra do líquido que esteja dentro de um cilindro imaginário de área seccional reta valendo A e que se extende desde uma profundidade *d* até uma profundidade *d*+*h*. O líquido externo à nossa amostra aplica forças em todos os pontos da superfície da amostra, e sempre perpendicular à superfície. A pressão exercida pelo líquido na base do cilindro é *P*, e a pressão exercida pelo líquido na face superior do cilindro é P_0. Portanto, a força aplicada para cima pelo fluido externo na base do cilindro tem uma magnitude *PA*, e a força exercida no topo do cilindro tem uma magnitude P_0A. A massa de líquido presente no cilindro é dada por $M = pV = pAh$. Isto nos indica que o peso de líquido dentro do cilindro é dado por $P = Mg = pAhg$. Como o cilindro deve estar em equilíbrio, a força total agindo sobre ele deve ser nula. Se escolhermos como eixo vertical de coordenadas um qualquer que aponta para ci,a, podemos ver que:

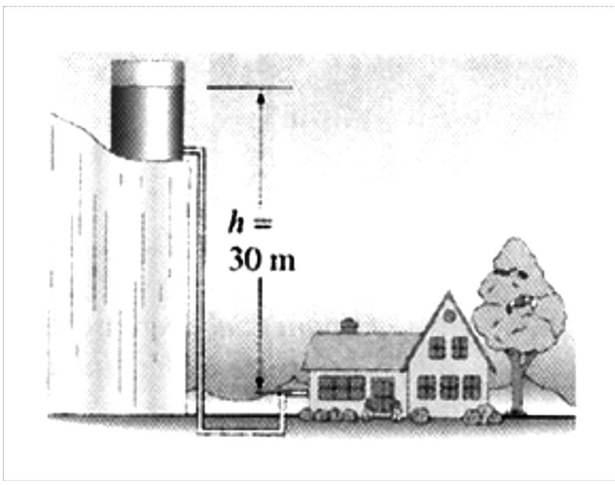
$$\sum \vec{F} = PA\hat{\jmath} - P_0A\hat{\jmath} - Mg\hat{\jmath} = 0$$

O que se reduz facilmente a: $P = P_0 + pgh$

Ou sejam a pressão P a uma profundidade h abaixo de um certo ponto no líquido onde a pressão é P0 é maior em cerca de rgh. Se o líquido está aberto para a atmosfera.

ATIVIDADES

1. A superfície da água de uma grande caixa está a cerca de 30 metros acima de uma torneira que se encontra na cozinha de uma casa. Calcule a pressão da água na torneira.



Um guindaste é utilizado para a troca de óleo em um posto de gaslina. O princípio de funcionamento deste guindaste se baseia na aplicação de uma força em um pequeno pistão cuja área reta tem um raio de 5.00 cm. Esta pressão é transferida através de um líquido incompressível para um pistão que tem um raio de 15.0 cm. Qual deve ser a força exercida pelo ar comprimido para levantar um carro que pesa 13300 N? Que pressão de ar produz esta força?

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

1. Como a pressão atmosférica é a mesma no tanque e na torneira, a única diferença de pressão será aquela devida à diferença entre as alturas:

$$\Delta P = \rho g h = 2{,}9X10^5 N/m^2$$

2. Como a pressão exercida pelo ar comprimido é transmitida sem perdas através do líquido, podemos dizer:

$$F_1 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) F_2 = 1{,}48 \times 10^3 N$$

A presão do ar que produz este tipo de força é simplesmente

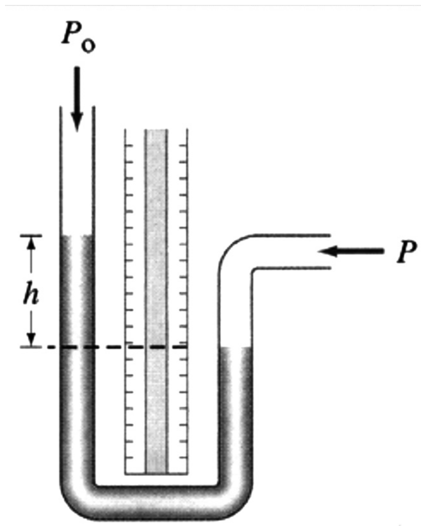
$$P = 1{,}88 \times 10^5 Pa$$

Este último problema mostrado acima serviu para introduzirmos um importante conceito conhecido como Princípio de Pascal. Ele pode ser resumidamente explicado da seguinte maneira: a atmosfera terrestre ewxerce uma pressão em todos os objetos com os quais faz contato, incluindo-se aí outros fluidos. A pressão externa agindo em um fluido é transmitida através deste fluido. A pressão sobre um ponto qualquer de um corpo d'água é devido à soma da coluna d'água sobre este ponto, mais a pressão atmosférica. Portanto, a pressão total sobre este ponto deve levar em conta as duas componentes. Se o ponto se encontra na superfície da água, então a pressão total é equivalente à pressão atmosférica. O Princípio de Pascal pode ser então declarado como sendo:

A pressão aplicada a um fluido confinado aumenta a pressão por todo o fluido pela mesma quantidade.

MÉTODOS DE MEDIR A PRESSÃO

Muitos aparatos foram desenvolvidos para se medir a pressão. O mais simples deles é o manômetro de tubo aberto, mostrado na figura abaixo:



Este manômetro é feito de um tubo em forma de U parcialmente preenchido com um líquido (geralmente mercúrio). A pressão P que está sendo medida se relaciona diretamente com a diferença em altura *h* dos dois níveis do líquido através da relação:

$$P = P_0 + pgh$$

Onde P_0 é a pressão atmosférica (agindo sobre o topo do fluido do lado esquerdo do tubo, e r é a densidade do fluido. Note que a quantidade *rgh* é a "pressão de calibração", ou seja, o quanto a pressão excede a pressão atmosférica. Se o líquido na coluna da esquerda estivesse mais baixo que o da direita, isto indicaria que P seria menor que a pressão atmosférica. Ao invés de calcular o produto *rgh* é mais comum simplesmente especificar a pressão em milímetros de mercúrio (mm-Hg). Esta unidade também é conhecida como *torr* em homenagem a Evangelista Torricelli que inventou o barômetro.

ATIVIDADES

1. Uma das encostas de Itaipu tem água acumulada até uma altura H. A largura desta encosta (de concreto) é dado por w. Calcule a força resultante exercida pela água sobre a encosta.
2. Vamos agora trabalhar com uma daquelas pistolas de dardos utilizadas contra animais. Um dardo cuja massa é 0,100 kg é pressionado contra uma mola cuja constante elástica é dada por k =250 N/m. O dardo é comprimido por 6 ,0 cm e então liberado. Se o dardo é liberado no momento que a mola alcança o seu comprimento natural, qual é a velocidade máxima do dardo?

3. Um bloco de madeira de cerca de 2,0 kg é lançado verticalmente para cima com velocidade inicial de 8,0 m/s. Desprezando a resistência do ar, calcule:
- A energia mecânica do sistema;
- A altura atingida pela pedra;
A velocidade da pedra quando ela atinge a metade da altura máxima.

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

1. Agora acho que já podemos determinar o que está acontecendo: toda aquela energia potencial que foi armazenada ao chegarmos ao ponto B foi transformada em energia cinética (assumindo que não havia forças dissipativas). Se este é o caso, então podemos calcular a velocidade com que o carrinho chegou ao ponto C. Para isto vamos assumir que ao atingir o ponto B o carrinho parou momentaneamente. Daí passamos para a conservação da energia:

$$E_1 = K_1 + U_1 = E_2 = K_2 + U_2$$

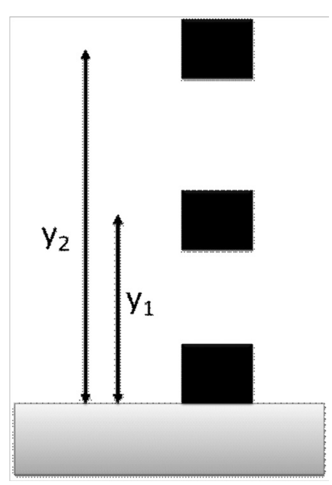
$$0 + 9800J = K_2 - 147000J \rightarrow K_2 = 245000joules = \frac{1}{2}1000 \times v^2$$

Usando uma calculadora chegamos à linda velocidade de 22,13m/s=80 km/h. Pode não parecer tanto, mas vai lhe dar um grande susto.
2. Este é um problema clássico onde a energia potencial é convertida em cinética e podemos facilmente resolvê-lo.

$$0 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

$$0 + \frac{1}{2} \times 250 \times 0{,}06 = \frac{1}{2} \times 0{,}1 \times v_2^2$$

A solução é dada com a simples colocação dos dados e obtendo o resultado final de v_2= 3.0 m/s.
3. A energia mecânica é conservada uma vez que desprezamos a influência do atrito do ar. Por este motivo dividiremos a energia mecânica total entre a energia cinética e a potencial. Como a energia potencial depende de duas alturas, ou seja, de dois pontos de referência. Para facilitar a visualização utilizaremos o local de lançamento como sendo o ponto de energia potencial zero, assim como mostrado na figura:



Quando o bloco é lançado, sua altura é zero, e portanto a sua energia potencial gravitacional também é zero. Calculamos então a energia mecânica total do sistema como sendo:

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + 0 = \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 = 64\,Joules$$

Esta é a energia total do sistema durante toda a trajetória do bloco. Como a atração gravitacional fará com que a velocidade do bloco diminua até o ponto de parar e inverter o seu movimento podemos calcular a altura máxima apenas notando que neste ponto a energia cinética será zero e o bloco estará em sua altura máxima, y_2. Como a energia mecânica total não se alterou:

$$E = 64J = 0 + mgy_2 \rightarrow y_2 = \frac{64}{2 \times 9{,}8} = 3{,}3\,m.$$

O cálculo das energias cinética, e potencial a meia altura é também muito simples quando notamos que a meia altura corresponde a 1,65 m. Equacionando estes valores chegamos aos resultados:

$$E = 64 = \frac{1}{2}(8{,}0)v_1^2 + 8.0 \times 9{,}8 \times 1{,}65 \rightarrow v_1 = 5{,}7\frac{m}{s}.$$

CONCLUSÃO

Esta aula, em contraste com as anteriores, se dividiu de fato em duas. Na sua primeira parte discutimos com algum detalhe os conceitos de pressão e gravidade específica. São informações de interesse comum para os professores do ensino médio, mas que não se encaixam naturalmente no corpo da física. A segunda parte da aula tratou especificamente de um dos tópicos mais importantes da física: a conservação da energia. Pudemos ver que na ausênca de forças dissipativas podemos utilizar o teorema trabalho energia cinética para equacionar, fisicamente, o resultado de nosso trabalho. Finalmente a energia potencial foi dicutida para que a conservação da energia mecânica pudesse ser estudada.

RESUMO

Nesta aula tratamos dos seguintes tópicos:
- Densidade dos corpos
- Gravidade específica
- Trabalho
- Energia Cinética
- Energia potencial
Conservação da energia.

PRÓXIMA AULA

Apresentar o conceito de empuxo e o princípio de Arquimedes. Descrever brevemente a dinâmica dos Fluidos e apresentar a Equação de Bernoulli.

REFERÊNCIAS

Giancoli, Douglas C. **Physics for Scientists and Engineers**, 3 ed. Editora Prentice Hall, New Jersey, 2000.

Young, Hugh D.; Freedman, Roger A. **Física I – Mecânica**, 10 ed. Tradução de Adir Moysés Luiz. Editora Addison Wesley, São Paulo, 2003.

Frederick, J. Keller; Gettys, W. Edward; Skove, Malcolm J. **Física**, v. 1, 1 ed. Tradução de Alfredo Alves de Farias. Editora Makron Books, São Paulo, 1997.

Resnick, Robert; Halliday, David; Krane, Kenneth S. **Física 1**, 5 ed. Tradução de Pedro M. C. L. Pacheco, Marcelo A. Savi, Leydervan S. Xavier, Fernando R. Silva. LTC Editora, Rio de Janeiro, 2003.