AULA 14

# Exemplos

**META:**

Ilustrar o teorema fundamental da teoria de Galois com algumas correspondências não triviais.

**OBJETIVOS:**

Ao final da aula o aluno deverá ser capaz de:

Compreender e reproduzir os exemplos apresentados no texto e determinar outras correspondências não triviais.

**PRÉ-REQUISITOS**

Além da Aula 13, o aluno deverá saber a estrutura de grupos finitos até ordem oito e determinar raízes complexas da unidade.

## 14.1 Introdução

Na aula anterior, vimos a teoria da correspondência de Galois. Nesta, a ilustraremos por meio de alguns exemplos não triviais. Você deverá estudar cada exemplo com atenção e preencher todos os detalhes. Aproveite para aplicar seus conhecimento sobre grupos de ordem até oito e raízes complexas da unidade.

## 14.2 Exemplo 1: $Gal_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2)$

1. **Corpo de raízes de $x^3 - 2$ sobre $\mathbb{Q}$:**

   Se $w \in \mathbb{C}$ é uma raiz cúbica complexa da unidade ($w = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt[3]{2}i}{2}$, por exemplo) então $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[3]{2}w$ e $\sqrt[3]{2}w^2$ são todas as raízes de $x^3 - 2$. Assim,

   $$\begin{array}{rcl} SF_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2) & = & \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{2}w, \sqrt[3]{2}w^2) \\ & = & \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, i) \end{array}$$

   Como $SF_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2)$ é um corpo de raízes de um polinômio sobre um corpo de característica zero, então $SF_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2)$ é Galois sobre $\mathbb{Q}$.

2. **Ordem do grupo de Galois:**

   $$\begin{array}{rcl} |Gal_{\mathbb{Q}}SF_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2)| & = & [SF_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2) : \mathbb{Q}] \\ & = & [\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, i) : \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})][\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}) : \mathbb{Q}] \\ & = & 2.3 = 6. \end{array}$$

3. **Elementos de $Gal_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2)$:**

Tendo em mente o diagrama:

$$\begin{array}{c} \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, w) \\ | \\ \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}) \\ | \\ \mathbb{Q} \end{array}$$

sabemos que um elemento $\sigma \in Gal_{\mathbb{Q}}SF_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2)$ fica completamente determinado pelas imagens em $\sqrt[3]{2}$ e $w$. Sabemos também que $\sigma(\sqrt[3]{2})$ e $\sigma(w)$ são raízes, respectivamente, dos polinômios $m_{\sqrt[3]{2},\mathbb{Q}(x)} = x^3 - 2$ e $m_{w,\mathbb{Q}(x)} = x^2 + x + 1$. Então,

$$\begin{aligned} \sigma(\sqrt[3]{2}) &= \sqrt[3]{2},\ \sqrt[3]{2}w,\ \text{ou } \sqrt[3]{2}w^2 \\ \sigma(w) &= w,\ \text{ou } w^2 \end{aligned}$$

As combinações entre estas imagens nos dão seis possíveis elementos para $Gal_{\mathbb{Q}}SF_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2)$. Como

$$|Gal_{\mathbb{Q}}SF_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2) = 6,$$

necessariamente existem estes seis elementos. São eles:

$$\begin{array}{ccc} \sqrt[3]{2} \overset{\iota}{\longmapsto} \sqrt[3]{2} & \sqrt[3]{2} \overset{\sigma_1}{\longmapsto} \sqrt[3]{2}w & \sqrt[3]{2} \overset{\sigma_2}{\longmapsto} \sqrt[3]{2}w^2 \\ w \longmapsto w & w \longmapsto w & w \longmapsto w \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \sqrt[3]{2} \overset{\sigma_3}{\longmapsto} \sqrt[3]{2} & \sqrt[3]{2} \overset{\sigma_4}{\longmapsto} \sqrt[3]{2}w & \sqrt[3]{2} \overset{\sigma_5}{\longmapsto} \sqrt[3]{2}w^2 \\ w \longmapsto w^2 & w \longmapsto w^2 & w \longmapsto w^2 \end{array}$$

Note que $\sigma_1^2 = \sigma_2$, $\sigma_1^3 = \sigma_3^2 = \iota$, $\sigma_1 \circ \sigma_3 = \sigma_4$, $\sigma_1^2 \circ \sigma_3 = \sigma_5$ e $\sigma_3 \circ \sigma_1 = \sigma_5 = \sigma_1^2 \circ \sigma_3$. Denotando $\sigma_1 = \theta$ e $\sigma_3 = r$ obtemos

$$\begin{aligned} Gal_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2) &= \{\iota, r, \theta, \theta^2, r\theta, r\theta^2\} \\ &= < r, \theta \ :\ r^2 = \theta^3 = \iota,\ r\theta = \theta^2 r > \end{aligned}$$

Assim, $Gal_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2) \cong D_3$, o grupo de simetrias de um triângulo.

4. **A correspondência de Galois:**

   (a) Subgrupos do grupo $Gal_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2)$:

$$\{\{\iota\}, \{\iota, \theta, \theta^2\}, \{\iota, r\}, \{\iota, r\theta\}, \{\iota, r\theta^2\}, Gal_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2)\}$$

   ou em termos de geradores

$$\{< \iota >, < \theta >, < r >, < r\theta >, < r\theta^2 >, < r, \theta >\}$$

   (b) Subcorpos correspondentes: Seja

$$\{1, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{2}^2, w, w\sqrt[3]{2}, w\sqrt[3]{2}^2\}$$

   uma base de $SF_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2)$ sobre $\mathbb{Q}$.

      i. $\Phi(< \theta >)$: Temos $w^2 = -1 - w$, desde que $w$ é raiz da equação $x^2 + x + 1 = 0$. Então, $\theta(x) = x$ se e somente se

$$a + b\sqrt[3]{2} + c\sqrt[3]{2}^2 + dw + ew\sqrt[3]{2} + fw\sqrt[3]{2}^2 =$$
$$a - e\sqrt[3]{2} + (f - c)\sqrt[3]{4} + dw + (b - e)w\sqrt[3]{2} - cw\sqrt[3]{4}.$$

      Isto ocorre se e somente se $b = c = f = e = 0$. Assim, $\theta(x) = x$ se e somente se

$$x = a + dw \in \mathbb{Q}(w)$$

      donde $\Phi(< \theta >) = \mathbb{Q}(w)$.

   Analogamente se determina os outros corpos fixados e obtém-se a seguinte correspondência:

| Subgrupos | | Corpos fixados |
|---|---|---|
| $\{\iota\}$ | $\longleftrightarrow$ | $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, w)$ |
| $< r >$ | $\longleftrightarrow$ | $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$ |
| $< r\theta >$ | $\longleftrightarrow$ | $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}w)$ |
| $< r\theta^2 >$ | $\longleftrightarrow$ | $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}w^2)$ |
| $< \theta >$ | $\longleftrightarrow$ | $\mathbb{Q}(w)$ |
| $< r, \theta >$ | $\longleftrightarrow$ | $\mathbb{Q}$ |

## 14.3 Exemplo 2: $Gal_{\mathbb{Q}}(x^4 - 2)$

1. **Corpo de raízes de $x^4 - 2$ sobre $\mathbb{Q}$:**

$$SF_{\mathbb{Q}}(x^4 - 2) = \mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}, i)$$

2. **Ordem do grupo de Galois:**

$$\begin{aligned} |Gal_{\mathbb{Q}}SF_{\mathbb{Q}}(x^4 - 2)| &= [SF_{\mathbb{Q}}(x^4 - 2) : \mathbb{Q}] \\ &= [\mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}, i) : \mathbb{Q}(\sqrt[4]{2})][\mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}) : \mathbb{Q}] \\ &= 2.4 = 8. \end{aligned}$$

## Exemplos

3. **Elementos de $Gal_{\mathbb{Q}}(x^4-2)$:**

$$\begin{array}{ccc} \sqrt[4]{2} & \stackrel{\iota}{\longmapsto} & \sqrt[4]{2} \\ i & \longmapsto & i \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} \sqrt[4]{2} & \stackrel{\theta}{\longmapsto} & \sqrt[4]{2}i \\ i & \longmapsto & i \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \sqrt[4]{2} & \stackrel{\theta^2}{\longmapsto} & -\sqrt[4]{2} \\ i & \longmapsto & i \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} \sqrt[4]{2} & \stackrel{\theta^3}{\longmapsto} & -\sqrt[4]{2}i \\ i & \longmapsto & i \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \sqrt[4]{2} & \stackrel{r}{\longmapsto} & \sqrt[4]{2} \\ i & \longmapsto & -i \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} \sqrt[4]{2} & \stackrel{\theta r}{\longmapsto} & \sqrt[4]{2}i \\ i & \longmapsto & -i \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \sqrt[4]{2} & \stackrel{\theta^2 r}{\longmapsto} & -\sqrt[4]{2} \\ i & \longmapsto & -i \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} \sqrt[4]{2} & \stackrel{\theta^3 r}{\longmapsto} & -\sqrt[4]{2}i \\ i & \longmapsto & -i \end{array}$$

4. **Correspondência de Galois:**

$$\begin{array}{lccc} & \text{Subgrupos} & & \text{Corpos fixados} \\ \text{ordem 1}: & \{\iota\} & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}, w) \\ \text{ordem 2}: & < r > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}) \\ & < \theta^2 > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i) = SF_{\mathbb{Q}}(t^4 - t^2 - 2) \\ & < \theta r > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}((1+i)\sqrt[4]{2}) \\ & < \theta^2 r > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(i\sqrt[4]{2}) \\ & < \theta^3 r > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}((1-i)\sqrt[4]{2}) \\ \text{Ordem 4}: & < \theta > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(i) = SF_{\mathbb{Q}}(t^2+1) \\ & < r, \theta^2 > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt{2}) = SF_{\mathbb{Q}}(t^2-2) \\ & < r, r\theta > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt{2}i) = SF_{\mathbb{Q}}(t^2+2) \\ \text{Ordem 8}: & < r, \theta > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q} \end{array}$$

## 14.4 Exemplo 3: $Gal_{\mathbb{Q}}(x^8-2)$

**Corpo de raízes de $x^8 - 2$ sobre $\mathbb{Q}$:**

$$SF_{\mathbb{Q}}(x^8-2) = \mathbb{Q}(\sqrt[8]{2}, i)$$

**Ordem do grupo de Galois:**

$$|Gal_{\mathbb{Q}}(x^8-2)| = [\mathbb{Q}(\sqrt[8]{2}, i) : \mathbb{Q}] = 16.$$

**Elementos do grupo de Galois:** Um elemento do grupo de Galois $Gal_{\mathbb{Q}}SF_{\mathbb{Q}}(x^8-2)$ é determinado por sua ação sobre $\alpha = \sqrt[8]{2}$ e $i$. Sabemos ainda que tal ação leva $\alpha$ numa raiz de seu polinômio mínimo $m_{\alpha,\mathbb{Q}}(x) = x^8 - 2$ (irredutível por Eiseinstein, $p = 2$) e leva $i$ em $\pm i$. Sejam $\sqrt[8]{2}$, $\sqrt[8]{2}w, \ldots, \sqrt[8]{2}w^7$ onde $w = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{2}i}{2}$ é uma raíz oitava complexa da unidade. Deste modo existem exatamente 16 possibilidades.

$$\left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{\iota}{\longmapsto} & \alpha \\ i & \longmapsto & i \\ w & \longmapsto & w \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{r}{\longmapsto} & \alpha \\ i & \longmapsto & -i \\ w & \longmapsto & w^7 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{\theta}{\longmapsto} & \alpha w \\ i & \longmapsto & i \\ w & \longmapsto & w^5 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{r\theta}{\longmapsto} & \alpha w^7 \\ i & \longmapsto & -i \\ w & \longmapsto & w^3 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{\theta^2}{\longmapsto} & \alpha w^6 \\ i & \longmapsto & i \\ w & \longmapsto & w \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{r\theta^2}{\longmapsto} & \alpha w^2 \\ i & \longmapsto & -i \\ w & \longmapsto & w^7 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{\theta^3}{\longmapsto} & \alpha w^7 \\ i & \longmapsto & i \\ w & \longmapsto & w^5 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{r\theta^3}{\longmapsto} & \alpha w \\ i & \longmapsto & -i \\ w & \longmapsto & w^3 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{\theta^4}{\longmapsto} & -\alpha \\ i & \longmapsto & i \\ w & \longmapsto & w \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{r\theta^4}{\longmapsto} & -\alpha \\ i & \longmapsto & -i \\ w & \longmapsto & w^7 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{\theta^5}{\longmapsto} & \alpha w^5 \\ i & \longmapsto & i \\ w & \longmapsto & w^5 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{r\theta^5}{\longmapsto} & -\alpha \\ i & \longmapsto & -i \\ w & \longmapsto & w^3 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{\theta^6}{\longmapsto} & \alpha w^2 \\ i & \longmapsto & i \\ w & \longmapsto & w \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{r\theta^6}{\longmapsto} & \alpha w^6 \\ i & \longmapsto & -i \\ w & \longmapsto & w^7 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{\theta^7}{\longmapsto} & \alpha w^3 \\ i & \longmapsto & i \\ w & \longmapsto & w^5 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{ccc} \alpha & \overset{r\theta^7}{\longmapsto} & \alpha w^5 \\ i & \longmapsto & -i \\ w & \longmapsto & w^3 \end{array}\right.$$

Para computar a imagem de $w$ perante os isomorfismos acima consideramos a relação $w = \dfrac{1}{2}(1+i)\alpha^4$. Como existem exatos 16 elementos no grupo de Galois e os que existem estão entre estes 16 acima, os 16 isomorfismos acima existem e compõem o grupo de galois do polinômio $x^8 - 2$. Temos ainda as relações $\theta^8 = r^2 = \iota$ e $\alpha r = r\alpha^3$. Assim, temos mostrado que

$$Gal_{\mathbb{Q}}(x^8-2) = \left\langle r,\theta \ : \ \theta^8 = r^2 = \iota, \alpha r = r\alpha^3 \right\rangle$$

**Correspondência de Galois:**

$$\begin{array}{lccc}
 & \text{Subgrupos} & & \text{Corpos fixados} \\
\text{ordem } 1: & & & \\
 & \{\iota\} & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[8]{2}, i) \\
\text{ordem } 2: & & & \\
 & < r\theta^2 > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[8]{2}w) \\
 & < r\theta^6 > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[8]{2}w^3) \\
 & < r\theta^4 > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[8]{2}w^2) \\
 & < r > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[8]{2}) \\
 & < \theta^4 > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(i, \sqrt[4]{2}) \\
\text{Ordem } 4: & & & \\
 & < \theta^4, r\theta^6 > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(i\sqrt[4]{2}) \\
 & < \theta^4, r > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}) \\
 & < \theta^2 > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i) \\
 & < r\theta^3 > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}((1+i)\sqrt[4]{2}) \\
 & < r\theta > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}((1-i)\sqrt[4]{2}) \\
\text{Ordem } 8: & & & \\
 & < r, \theta^2 > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt{2}) \\
 & < \theta > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(i) \\
 & < r\theta^3, \theta^2 > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt{-2}) \\
\text{Ordem } 16: & & & \\
 & Gal_{\mathbb{Q}}(x^8-2) & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}
\end{array}$$

## 14.5 Conclusão

Determinar a correspondência de Galois é uma tarefa trabalhosa e requer um bom conhecimento da teoria dos grupos finitos. É, portanto, uma excelente oportunidade para colocarmos em prática nossos conhecimentos sobre teoria elementar de grupos.

## RESUMO

$Gal_{\mathbb{Q}}(x^3 - 2) \cong D_3$

Correspondência de Galois

$$\begin{array}{ccc}
\text{Subgrupos} & & \text{Corposfixados} \\
\{\iota\} & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, w) \\
< r > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}) \\
< r\theta > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}w) \\
< r\theta^2 > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}w^2) \\
< \theta > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(w) \\
< r, \theta > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}
\end{array}$$

$Gal_{\mathbb{Q}}(x^4 - 2) \cong D_4$

Correspondência de Galois

$$\begin{array}{cccc}
 & \text{Subgrupos} & & \text{Corposfixados} \\
\text{ordem } 1: & \{\iota\} & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}, w)
\end{array}$$

$$\begin{array}{lccc}
\text{ordem } 2: & < r > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}) \\
 & <\theta^2> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i) = SF_{\mathbb{Q}}(t^4 - t^2 - 2) \\
 & <\theta r> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}((1+i)\sqrt[4]{2}) \\
 & <\theta^2 r> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(i\sqrt[4]{2}) \\
 & <\theta^3 r> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}((1-i)\sqrt[4]{2}) \\
\text{Ordem } 4: & <\theta> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(i) = SF_{\mathbb{Q}}(t^2+1) \\
 & <r, \theta^2> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt{2}) = SF_{\mathbb{Q}}(t^2-2) \\
 & <r, r\theta> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt{2}i) = SF_{\mathbb{Q}}(t^2+2) \\
\text{Ordem } 8: & <r, \theta> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}
\end{array}$$

$Gal_{\mathbb{Q}}\mathbb{Q}(\sqrt[8]{2}, i)$:

Correspondência de Galois:

$$\begin{array}{lccc}
 & \text{Subgrupos} & & \text{Corposfixados} \\
\text{ordem } 1: & & & \\
 & \{\iota\} & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[8]{2}, i) \\
\text{ordem } 2: & & & \\
 & <r\theta^2> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[8]{2}w) \\
 & <r\theta^6> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[8]{2}w^3) \\
 & <r\theta^4> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[8]{2}w^2) \\
 & < r > & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[8]{2}) \\
 & <\theta^4> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(i, \sqrt[4]{2})
\end{array}$$

**Exemplos**

Ordem 4 :

$$\begin{array}{ccc} <\theta^4, r\theta^6> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(i\sqrt[4]{2}) \\ <\theta^4, r> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}) \\ <\theta^2> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i) \\ <r\theta^3> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}((1+i)\sqrt[4]{2}) \\ <r\theta> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}((1-i)\sqrt[4]{2}) \end{array}$$

Ordem 8 :

$$\begin{array}{ccc} <r, \theta^2> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt{2}) \\ <\theta> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(i) \\ <r\theta^3, \theta^2> & \longleftrightarrow & \mathbb{Q}(\sqrt{-2}) \end{array}$$

Ordem 16 :

$$\begin{array}{ccc} Gal_{\mathbb{Q}}(x^8-2) & \longleftrightarrow & \mathbb{Q} \end{array}$$

## PRÓXIMA AULA

Apresentaremos o critério de solubilidade por radicais de Galois para equações algébricas.

## ATIVIDADES

**ATIV. 14.1.** Para cada exemplo desta aula, mostre que cada corpo intermediário é de fato o corpo fixado do subgrupo correspondente. Determine ainda os corpos intermediários que são normais sobre o corpo base.

**ATIV. 14.2.** Mostre que $Gal_{\mathbb{Q}}SF_{\mathbb{Q}}(x^4-2) \cong D_4$ e determine a correspondência de Galois de $SF_{\mathbb{Q}}(x^4-2)$ sobre $\mathbb{Q}$. Mostre também que $Gal_{\mathbb{Q}(i)}SF_{\mathbb{Q}}(x^4-2) \cong \mathbb{Z}_4$.

**ATIV. 14.3.** Determine a correspondência de Galois de $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5})$ sobre $\mathbb{Q}$.

## LEITURA COMPLEMENTAR

DUMMIT, David S., FOOTE, Richard M. Abstract Algebra. John Wiley and Sons, 3.ed., USA, 2004.

GONÇALVES, Adilson, Introdução à álgebra, IMPA, Projeto Euclides, 5.ed., Rio de Janeiro, 2008.

HUNGERFORD, Thomas W., Abstract algebra: an introduction, Saunders College Publishing, 1990.

STEWART, Ian. Galois Theory, Chapman & Hall, 3.ed, 2004.