Aula 5

DINÂMICA - AS LEIS DE NEWTON

META

Expor as leis de Newton da Mecânica de um ponto de vista crítico. Mostrar uma sistemática de aplicação destas leis à solução de problemas de dinâmica.

OBJETIVOS

Conseguir, mediante uma abordagem crítica das leis de Newton, por um lado, que os alunos desenvolvam sua capacidade de uma leitura crítica e, por outro, que obtenham uma compreensão mais profunda do real significado e alcance das leis de Newton.

PRÉ-REQUISITOS

Curso de Calculo I. Ter entendido a aplicação do calculo integral e diferencial à cinemática estudada nas aulas 2, 3, e 4.

INTRODUÇÃO

As famosas três leis de Newton da Mecânica, que vocês alunos da Universidade Aberta, certamente já estudaram no seu curso secundário, constituem um dos pilares da grande síntese newtoniana, expressa em sua obra "Princípios Matemáticos da Filosofia Natural".

Apesar de seu grande alcance, e fundamental acerto, estas três leis, na forma em que estão enunciadas, tem suscitado certo debate e não raro, alguma perplexidade entre os físicos. Esta perplexidade, não está ligada tanto à veracidade das leis, quanto à consistência lógica de sua exposição.

Perplexidade-espanto, dúvida, confusão. Algo que não está claro e que deixa o leitor não confiante.

Nesta aula, pretendemos, além de expor as leis, discutir esta consistência lógica. Veremos então que ao faze-lo, vamos obter uma compreensão muito mais profunda do seu real significado e alcance, que aquele que se consegue pela mera aplicação das leis na solução dos problemas de dinâmica.

Mas ao mesmo tempo vamos mostrar nesta aula, como aplicar as leis de Newton, de uma maneira sistemática. Vamos estabelecer um conjunto de procedimentos a serem usados na solução de qualquer problema de dinâmica.

2.1 As leis de Newton

Enunciado das Leis

As bases conceituais da grande síntese Newtoniana e que estão no seu livro (1686) *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis* são as três leis da Mecânica e a lei da atração gravitacional. Vamos enunciar as três leis da Mecânica.

1ª Lei "Todo corpo continua em seu estado de repouso ou movimento retilíneo uniforme, a menos que seja forçado a mudar este estado pela presença de forças que atuam sobre ele".

2ª Lei "A variação do movimento é proporcional ao módulo da força que atua sobre o corpo, e sua direção é a mesma da força que atua sobre o corpo".

3ª Lei "A cada ação há sempre uma reação oposta; ou seja, a ação mútua de dois corpos que interagem é sempre igual e dirigida em sentidos opostos uma da outra".

Notemos que a palavra movimento, que Newton usa no enunciado de sua segunda lei, é o que hoje chamamos de momento linear, ou seja, a grandeza vetorial definida pela equação $\vec{p} = m\vec{v}$, onde *m* é a massa e $\vec{v}$ a velocidade. Então o enunciado matemático da 2ª Lei de Newton, tal como escrito por ele mesmo é:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad [5\text{-}1]$$

Podemos ver, que assumindo que a massa de um corpo é constante, desta expressão decorre a célebre fórmula $\vec{F} = m\vec{a}$. De fato:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

Na Mecânica Relativista de Einstein, a massa não é mais uma constante, mas sim varia com a velocidade. Então a fórmula $\vec{F} = m\vec{a}$ não é válida na Teoria da Relatividade. Mas a fórmula $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, continua verdadeira mesmo na Teoria da Relatividade.

Questionamento das Leis

Apesar do imenso e inquestionável sucesso da mecânica newtoniana, as suas três leis da mecânica, bem como a lei da gravitação universal, tem sido bastante questionadas. Quanto as três leis da Mecânica, todo o questionamento se dirige à fundamentação lógica das leis. Vejamos os três questionamentos mais importantes:

1º Questionamento-1ª Lei-A lei da Inércia

Quando Newton coloca que um corpo permanece em repouso ou em movimento retilíneo uniforme, cabe a pergunta: com relação a que referencial? Sabemos, depois de Galileu, que só podemos descrever um estado de movimento, recorrendo à um referencial. Sempre que dizemos que um corpo tem movimento de tal ou qual tipo (retilíneo uniforme, ou acelerado, ou de qualquer outra forma) temos que ter um referencial com relação ao qual estamos fazendo esta afirmação. Qual é então o referencial em relação ao qual está sendo afirmado na 1ª Lei, que um corpo permanece em repouso ou movimento retilíneo uniforme? A resposta é: o referencial a que se está referindo na 1ª Lei é um Referencial Inercial. E o que é então um Referencial Inercial? Um referencial inercial é aquele em que um corpo não sujeito à ação de nenhuma força, está (quando medido seu movimento neste referencial) em repouso ou em movimento retilíneo uniforme. Em outras palavras, um referencial inercial é aquele em que vale a lei da Inércia.

Temos então aí aparentemente o que chamamos de um raciocínio circular: a lei da inércia vale em sistemas inerciais; os sistemas inerciais são aqueles nos quais vale a lei da inércia.

Podemos porém escapar desta circularidade, encarando a primeira lei de Newton como sendo a definição de uma família de referenciais, qual seja, a família dos referenciais inerciais. Do ponto de vista da cinemática, não temos nenhum critério para classificar um referencial. Sendo o movimento relativo (relativo a outro referencial) qualquer afirmação que façamos sobre um referencial é sempre relativa à um outro, e portanto não é uma característica do próprio referencial. Por exemplo: se dissermos que um referencial tem uma aceleração constante na direção do eixo X, estamos dizendo que com relação à um certo referencial M_1, ele tem uma aceleração constante na direção de X. Mas com relação a outro referencial M_2, ele pode diferentemente ter uma velocidade constante na direção do eixo X, e com relação à outro referencial ainda M_3, ele pode estar em repouso. Ou seja, não há nenhuma afirmação que pode possa ser feita e que seja uma propriedade intrínseca do próprio referencial. Assim não podemos, quando analisamos do ponto de vista estritamente cinemático, classificar nenhum grupo de referenciais, como sendo aqueles que têm esta ou aquela característica.

Mas utilizando o critério dinâmico proporcionado pela 1ª Lei de Newton, podemos qualificar toda uma classe de referenciais, os referenciais inerciais, que se distinguem de outros não inerciais.

"Um referencial é dito um referencial inercial, se um corpo neste referencial não sujeito à ação de nenhuma força, está necessariamente em repouso ou em movimento retilíneo uniforme".

Deixamos ao leitor a tarefa de provar que dois referenciais inerciais têm como movimento relativo (entre si) ou o movimento retilíneo uniforme, ou estão em repouso um em relação ao outro.

Vimos assim que a 1ª Lei de Newton nada mais é que a classificação de uma classe de referenciais - os referenciais inerciais.

2º Questionamento - Em função da existência da 2ª Lei, a 1ª Lei seria desnecessária?

De fato, pode parecer que uma vez que a segunda lei estabelece que $\vec{F} = m\vec{a}$, se a força sobre um corpo de massa *m* for nula temos $\vec{0} = m\vec{a}$ e então sendo $m \neq 0$ temos necessariamente $\vec{a} = \vec{0}$, o que significa que o corpo não tem aceleração, ou seja, está em repouso ou em movimento retilíneo uniforme. Então aparentemente a 1ª Lei está contida na segunda e seria desnecessária.

Na verdade este não é o caso. Quando colocamos $\vec{F} = m\vec{a}$, temos novamente que nos fazer a pergunta: a aceleração $\vec{a}$ que entra nesta formula se refere a que referencial? (novamente esta pergunta é absolutamente necessária porque o movimento é relativo, e qualquer informação sobre movimento tem sempre que ser relativa a um dado referencial).

Pois bem, no caso de $\vec{F} = m\vec{a}$, a aceleração que entra nesta formula é a aceleração medida com relação a um referencial inercial. Deixamos ao leitor mostrar que a aceleração de um movimento é a mesma quando medida em qualquer referencial inercial.

Assim a primeira lei de Newton, que como vimos nada mais é que a definição de uma classe de referenciais, os referenciais inerciais, é necessária para a formulação da segunda lei.

3º Questionamento-Sentido da definição de massa e força.

Este questionamento está mais ligado á questões filosóficas da definição de conceitos, mas cabe aqui pelo menos uma apresentação do problema.

Podemos ter uma idéia intuitiva de força e também uma idéia intuitiva do que é massa. Mas ao construirmos a física temos que saber transformar as idéias intuitivas em definições exatas, em relações matemáticas. A relação matemática que define para a física as noções de massa e força é exatamente a segunda lei de Newton $\vec{F} = m\vec{a}$. Assim a força é uma grandeza física capaz de acelerar um corpo; e a massa é a grandeza física ligada ao corpo que vai dar o valor desta aceleração (aplicando a $\vec{F}$ o escalar $\frac{1}{m}$)

Então a relação $\vec{F} = m\vec{a}$ define ao mesmo tempo a grandeza força e a grandeza massa. Este é o fato que causa certa perplexidade e questionamento.

Na maneira tradicional (que vem da Grécia e principalmente de Aristóteles mas que ainda esta presente na racionalidade ocidental) define-se um termo desconhecido, por meio de outros termos conhecidos. No caso da 2ª lei de Newton, estamos definindo força (desconhecida) pelo conceito de massa (também desconhecido) e ao mesmo tempo massa (desconhecida) pelo conceito de força (também desconhecido).

O problema é que estamos tratando aqui com uma definição matemática, que é muito diferente de uma definição pelas regras de lógica formal. A definição matemática é feita exatamente estabelecendo a relação matemática entre as duas grandezas. Esta é assim ao mesmo tempo (como no caso de $\vec{F} = m\vec{a}$) a conceituação matemática de forças e massa e a expressão matemática de uma lei física.

Deixando para as perguntas alguns outros questionamentos, a saber: pode existir um corpo que não sofra ação de nenhuma força? Como operacionalizar esta situação? Há alguma comprovação experimental para a inércia?

2.2 A terceira lei de Newton e as forças de atrito

Terceira lei de Newton

É importante se conscientizar que um par ação reação, que sempre exixte entre dois corpos em função da 3ª lei de Newton, consiste em duas forças que se exercem sobre corpos diferentes. Suponhamos que me apóie com as mãos em uma parede. Neste caso o par ação reação é: 1- de minha mão sobre a parede; 2- da parede sobre minha mão. Então uma força se exerce sobre a parede e outra sobre minha mão. Então ao isolarmos um corpo para estudar que forças atuam sobre ele, nunca podemos anular uma força por outra que é o seu par ação reação. Assim, no exemplo em que eu estou apoiado na parede, se isolarmos a parede para estudar as forças que sobre ela atuam, teremos a força realizada pela minha mão, sobre a parede, mas outro membro do par, a força que a parede exerce sobre minha mão não esta entre as forças que atuam sobre a parede.

Atrito

Quando duas superfícies tendem a deslizar uma pela outra aparece uma força que se contrapõe ao movimento e que surge devido as irregularidades da superfície e à tendência de ligação entre as moléculas de uma outra superfície (ver Fig. [5-1]).

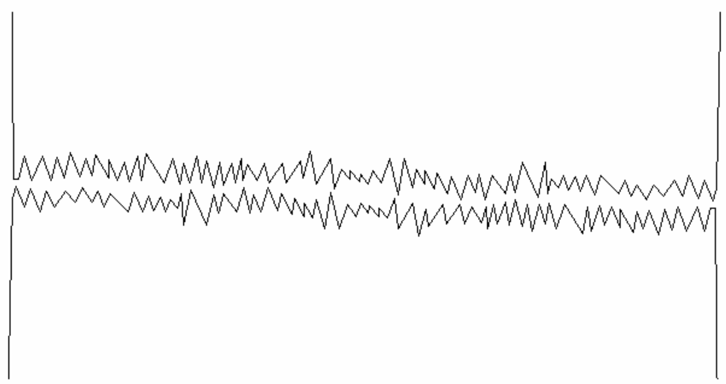

Fig. [5-1]

Uma constatação experimental, é que o atrito é proporcional à força normal entre as superfícies. Temos dois tipos de atrito. O atrito estático que é a força que se opõe ao movimento mas enquanto ainda não há movimento e o atrito cinético, que é a mesma força de oposição ao movimento mas quando as duas superfícies já se movimentam uma em relação à outra.

Em ambos os casos o atrito é proporcional à força normal exercida, por uma das superfícies sobre a outra. Não depende, no caso do atrito cinético, da velocidade (dentro de uma ampla faixa de velocidades) e também não depende da área de contato entre as superfícies. Então em ambos os casos podemos escrever:

$$f \,\alpha\, F_n \quad [5\text{-}2],$$

onde o símbolo α indica proporcionalidade. No caso do atrito esático este coeficiente é indicado por μ_s (μ é a letra grega que pronunciamos mu) (o coeficiente *s* vem do inglês static - estático). No caso de atrito cinético o coeficiente é indicado por μ_k (do inglês kinetic-cinético). Então escrevemos:

$$f_s = \mu_s F_n \quad [5\text{-}3]$$

$$f_k = \mu_k F_n \quad [5\text{-}4]$$

Na verdade a equação [5-3] se escreve de duas maneiras:

$$f_{s,\max} = \mu_s F_n \quad [5\text{-}5]\ (a)$$

e

$$f_s \le \mu_s F_n \quad [5\text{-}5]\ (b)$$

Expliquemos porque. Suponhamos que estejamos tentando empurrar um armário em um quarto. Aplicamos uma certa força e o armário não se move. Vamos aumentando a força, até que conseguimos mover o armário. Em todos os estágios em que aplicamos forças que não foram capazes de fazer mover o armário, apareceu uma força de atrito, igual e contrária à força que estávamos aplicando. Então as forças de atrito variaram e aumentaram, sempre conseguindo anular a força que estávamos aplicando. Até que, quando a nossa força se tornou maior que a maior força de atrito estático possível, e que indicamos por $f_{s,\max}$, o armário passou a se movimentar. Podemos notar que, a partir do momento em que ela passou a se movimentar, para mantê-lo em movimento retilíneo uniforme, vamos necessitar de uma força menor que aquela que empregamos para iniciar o movimento. Assim o coeficiente de atrito estático é maior que o coeficiente de atrito dinâmico.

2.3 Problemas de dinâmica

Os problemas de dinâmica podem ser resolvidos seja pela aplicação da 2ª lei de Newton, seja, como veremos na próxima aula, usando o principio de concervaçao de energia. Usando a 2ª lei de Newton é útil usar uma abordagem padronizada, que é esquematizada na seguinte sucessão de passos

1-Desenhar o problema, localizando com clareza a situação física em questão.

2-Isolar cada corpo do problema e traçar um diagrama das forças que atuam em cada corpo.

3-Escolher um sistema de coordenadas para cada corpo, fazendo, se possível, coincidir um dos eixos com a direção da aceleração.

4-Escrever para cada corpo a segunda lei de Newton na sua forma vetorial $\sum \vec{F} = \sum m\vec{a}$, onde a somatória é a soma de todas as forças que atuam em cada corpo.

5-Projetar esta equação nos eixos coordenados, obtendo assim as correspondentes equações escalares.

6-A solução do sistema de equações escalares formará as respostas do problema.

Vejamos alguns exemplos de aplicação deste roteiro, na solução problemas.

Exemplo 1

"*Imagine que você está no espaço, longe da nave espacial. Você tem um sistema de propulsão capaz de proporcionar uma força $\vec{F}$ constante durante 3s. Três segundos depois de acionar o sistema de propulsão, o seu deslocamento foi de 2,25m. Calcule $\vec{F}$ sendo sua massa de 68kg.*"

Solução:

1-O sistema de propulsão proporciona uma força constante sobre seu corpo, portanto vai acelerá-lo com uma aceleração constante. Sabendo o deslocamento e o tempo de atuação da força, podemos achar da equação horária do movimento retilíneo uniformemente acelerado. A aplicação então da 2ª lei de Newton dará a força pedida

2-Na Fig. [5-2] desenhamos o diagrama de forças sobre o corpo.

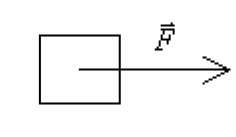

Fig. [5-2]

3-Escolher o eixo na direção da aceleração (ver Fig. [5-3]). Sendo nosso problema unidimensional precisamos de um único eixo para estabelecer nosso sistema de referencia.

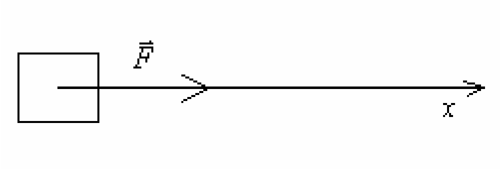

Fig. [5-3]

4-Escrever a 2ª lei de Newton

$\vec{F} = m\vec{a}$ (Temos uma única força, assim a resultante é $\vec{F}$)

5-Projetando esta equação no eixo x temos $F_x = ma_x$.

6-A equação horária do movimento retilíneo uniformemente acelerado é

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Como v_0 =0 e o deslocamento dado é $x - x_0$ ficamos com

$$x - x_0 = \frac{1}{2}at^2$$

Donde

$$a_x = 2\frac{(x - x_0)}{t^2}$$

Substituindo os dados numéricos

$$a_x = 2\frac{(2{,}25m)}{(3s)^2} = 0{,}500\, m/s^2$$

$F_x = ma_x = (68kg)(0{,}500m/s^2) = 34$N

Resposta: *F=34N*

Exemplo 2

"Um caminhão descarrega volumes por uma rampa sem atrito. O ângulo da rampa é θ, em relação à um plano horizontal. Determinar a aceleração de um volume de carga m que escorrega pela rampa, e calcular a força normal da rampa sobre ele."

Solução:

1-Na Fig. [5-4] temos a massa *m* deslizando pelo plano inclinado. As forças que atuam sobre *m* são a força peso $\vec{P}$ e a normal $\vec{N}$ que é a força que o plano faz sobre o bloco de massa m.

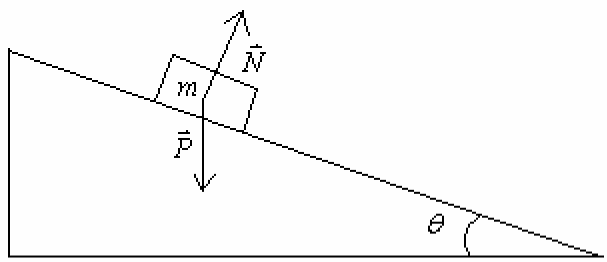

Fig. [5-4]

2-Na Fig. [5-5], desenhamos o diagrama de forças sobre o bloco.

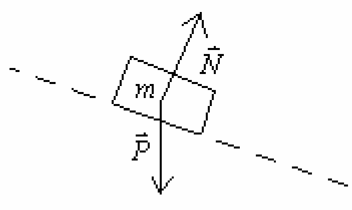

Fig. [5-5]

3-Na Fig. [5-6] repetimos o diagrama de forças, escolhendo o sistema de referência. Colocamos o eixo *x* na direção da aceleração, que é a direção fará bvaixo do plano inclinado.

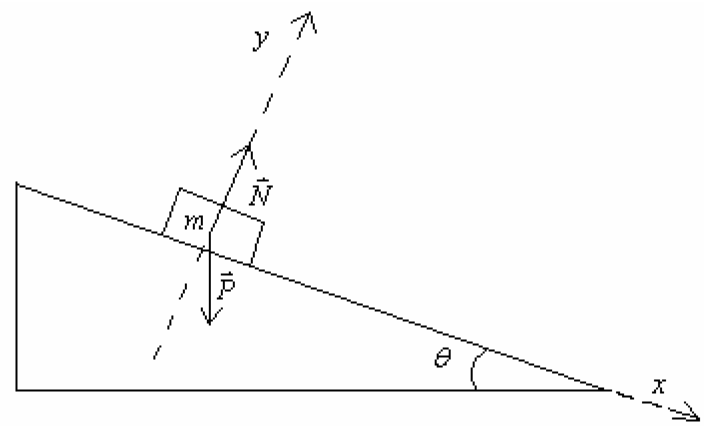

Fig. [5-6]

4-A segunda lei de Newton fornece então:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Onde

$$\sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{N}$$

E, portanto temos

$$\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a} \quad [5\text{-}6]$$

5-Projetando a equação [5-6] nos eixos coordenados temos as duas equações escalares que correspondem a equação vetorial [5-6] e que são:

$$P_x + N_x = ma_x \quad [5\text{-}7]\text{a)}$$

$$P_y + N_y = ma_y \quad [5\text{-}7]\text{b)}$$

Notemos que ao escrever as equações [5-7], simplesmente tiramos as setas das forças e colocamos os índices *x e y,* conforme o caso. Com isto estamos apenas indicando que estamos lidando com as projeções. No próximo passo, vamos calcular estas projeções. Assim P_x é a projeção do vetor $\vec{P}$ no eixo *x*. Recordando o que vimos na 2ª aula temos:

$P_x = P\cos(90-\theta)$, [5-8]

pois vemos na Fig. [5-7] que o ângulo entre o peso $\vec{P}$ e o eixo *x* (eixo orientado) é $90-\theta$

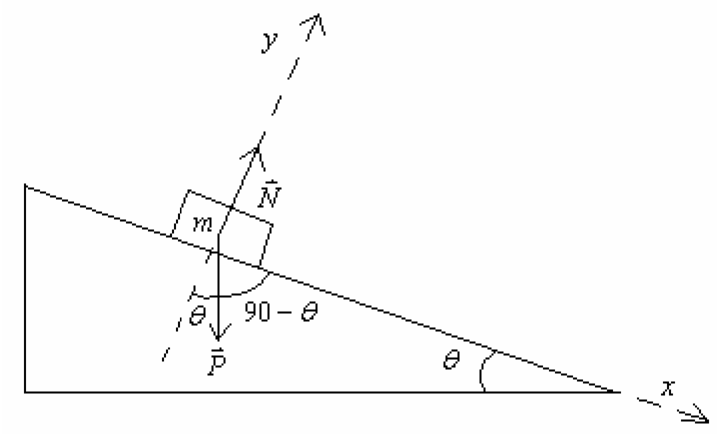

Fig. [5-7]

Então:

$P_x = P\,\mathrm{sen}\,\theta$ [5-9]

Por sua vez P_y é calculado fazendo

$P_y = P\cos(180-\theta)$, [5-10]

o que fica claro na Fig. [5-8]

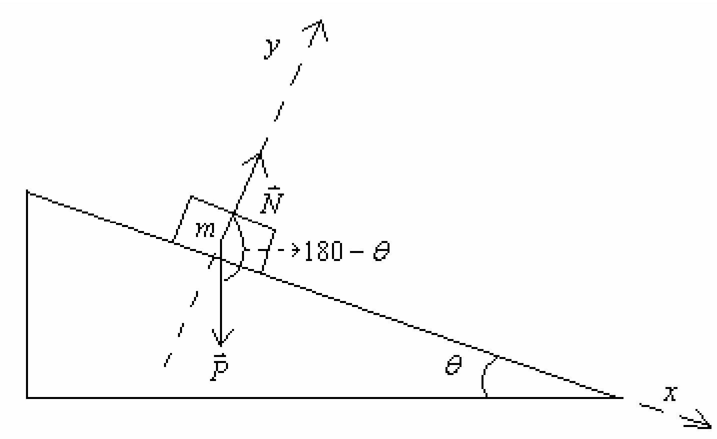

Fig. [5-8]

Então:

$P_y = -P\cos(\theta)$ [5-11]

Notemos que poderíamos obter as relações [5-8] e [5-9] analisando os triângulos da Fig. [5-9]. De fato, do triangulo *OPB* tiramos:

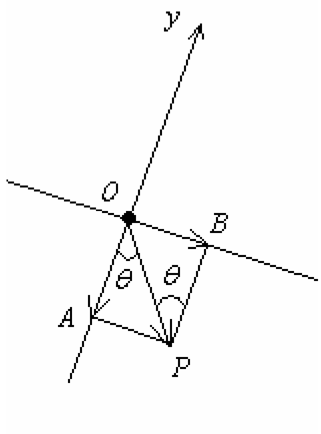

Fig. [5-9]

$\operatorname{sen}\theta = \dfrac{OB}{OP}$ [5-12]

Notando que *OB* é P_x e *OP* é *P*, a relaçao [5-10] implica em:

$P_x = P \operatorname{sen}\theta$

Que é o que tínhamos obtido em [5-9]. Por sua vez, do triangulo *OAP* tínhamos

$\cos\theta = \dfrac{OA}{OP}$,

e novamente notandso que *OA* é P_y e *OP* é *P*, temos

$P_y = -P\cos\theta$ [5-14]

Vemos porem que está ultima equação não coincide inteiramente com a que obtivemos em [5-11], pois falta o sinal negativo. É claro que podemos colocar o sinal negativo observando que o vetor $\overrightarrow{OA}$ tem direção oposta à do eixo *y*. A vantagem então de utilizarmos a regra de projeção de um vetor em um eixo, aprendida na aula 2, é que ela já vai fornecer o valor da projeção com o sinal correto.

Escolhemos o eixo *x* na direção da aceleração, por isto temos imediatamente.

$a_x = a$

$a_y = 0$

Por sua vez também é claro da Fig. [5-6] que

$N_x=0$

$N_y=N$

Resumindo agora todas as componentes dos vetores que comparecem na 2ª lei de Newton, as equações [5-7] ficam

$P\,\mathrm{sen}\,\theta = ma$ [5-15]a)

$N - P\cos\theta = 0$ [5-15]b)

6-Das equações [5-15] tiramos as respostas

$$a = \frac{P\,\mathrm{sen}\,\theta}{m}$$

$$N = P\cos\theta$$

Substituindo o peso *P* por *mg* temos

$$a = g\,\mathrm{sen}\,\theta$$

$$N = mg\cos\theta$$

Exemplo 3

Durante a decolagem de um avião, enquanto ele esta sendo acelerado na pista, procura-se medir esta aceleração. Para tanto suspende-se um peso em um fio e mede-se o ângulo com a vertical. a) Qual a aceleração do avião? b) Qual a tensão no fio? São dados o ângulo θ do fio com a vertical: $\theta=22°$; e a massa do peso pendurado: $m=40g$.

Solução

1-Na Fig. [5 -10] desenhamos o peso pendurado ao teto do avião. Vemos que como as duas forças que atuam sobre o peso pendurado, são a força peso e a tensão *T,* e como elas não se anulam, pois não estão em direção oposta, existe uma resultante sobre o corpo pendurado, e portanto existe uma aceleração (note que se o fio estivesse na posição vertical, então a resultante das forças sobre o corpo pendurado seria nula e o avião e o corpo constituiriam um referencial inercial).

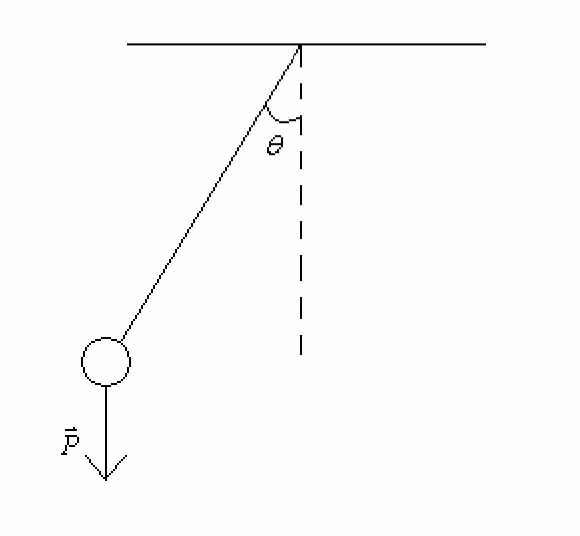

Fig. [5-10]

2-na Fig. [5-11] desenhamos o diagrama de forças sobre o corpo. Note que como o avião ainda não decolou e esta se movendo sobre uma pista horizontal, a aceleração, e portanto a soma sãs forças $\vec{P}$ e $\vec{T}$, tem direção horizontal apontando para a direita na Fig. [5 -11]

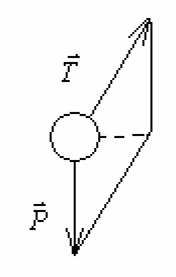

Fig. [5-11]

3-escolhemos o eixo *x* na direção da aceleração e assim temos um referencial como o que está desenhado na Fig. [5-15].

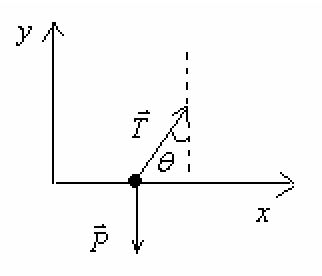

Fig. [5-12]

4-escrevemos então a 2ª lei de Newton para o corpo em questão. Temos:

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$,

Onde a somatória das forças é

$\vec{T} + \vec{N} = m\vec{a}$ [5-16]

5-projetando a equação [5-16] nos eixos coordenados temos:

$T_x + N_x = ma_x$ [5-17]a)

$T_y + N_y = ma_y$ [5-17]b)

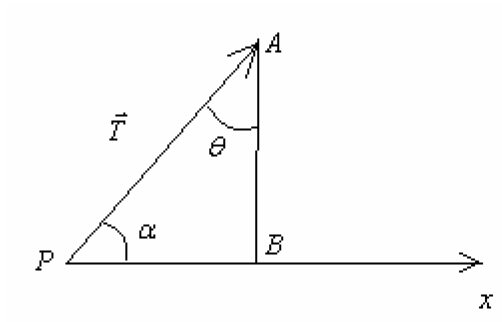

Fig. [5-13]

Na Fig. [5-13], vemos que no triangulo retângulo *PAB*, o ângulo α é

$\alpha = 90 - \theta$,

então, com

$T_x = T\cos\alpha$

Ficamos com:

$T_x = T\cos(90 - \theta)$

$T_x = T\,\mathrm{sen}\,\theta$

Na Fig. [5-14] vem que

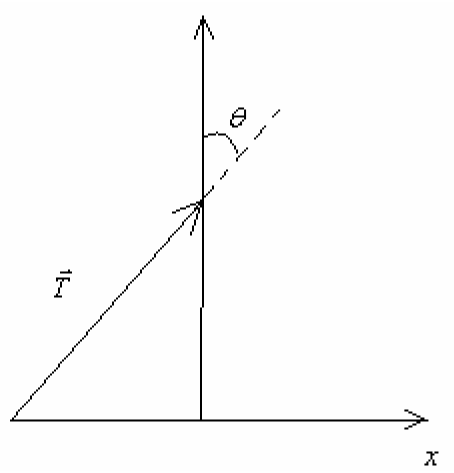

Fig. [5-14]

$$T_y = T\cos\theta$$

E temos ainda, por inspeção na Fig. [5-11], que:

$$P_x = 0$$
$$P_y = -P$$
$$a_x = a$$
$$a_y = 0$$

Com isto as equações [5 -17] ficam:

$$T\,\mathrm{sen}\,\theta = ma \qquad [5\text{-}18]a)$$
$$T\cos\theta - P = 0 \qquad [5\text{-}18]b)$$

Substituindo P por mg as equações [5-18] ficam:

$$T\,\mathrm{sen}\,\theta = ma \qquad [5\text{-}19]a)$$
$$T\cos\theta = mg \qquad [5\text{-}19]b)$$

6-Para resolver as equações [5-19], vamos dividir a equação [5-19]a), pela equação [5-19]b). com isto obtemos:

$$\frac{T\,\mathrm{sen}\,\theta}{T\cos\theta} = \frac{ma}{mg}$$

Donde

$$\frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} = tg\theta = \frac{a}{g},$$

e finalmente

$$a = g\ tg\theta \quad [5\text{-}20]$$

Por sua vez, tirando T de [5 -19]b), obtemos:

$$T = \frac{mg}{\cos\theta} \quad [5\text{-}21]$$

Substituindo os dados nas equações [5-20] e [5-21] temos as respostas procuradas

$$a = g\ tg\theta = (9{,}81\, m/s^2)tg22^{o} = 3{,}96\, m/s^2$$

$$T = \frac{mg}{\cos\theta} = \frac{(0{,}04kg)(9{,}81\, m/s^2)}{\cos 22^{o}} = 0{,}423N$$

Exemplo 4

"Na construção de uma estação espacial, você empurra uma caixa de massa m_1, com uma força $\vec{F}$. A caixa esta encostada em outra de massa m_2. a) qual a aceleração das caixas? b) qual o módulo da força que uma caixa exerce sobre a outra?"

Solução:

1-A força $\vec{F}$ se exerce sobre a caixa de massa m_1, que por sua vez estando em contato com a caixa m_2, vai gerar uma aceleração no conjunto.

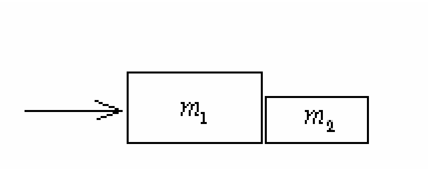

Fig. [5-14]

2-Pela 3ª lei de Newton, vai aparecer um par ação reação entre as duas massas. Chamamos $\vec{F}_{12}$ a força que a massa m_2 exerce sobre m_1 e $\vec{F}_{21}$ a força que a massa m_1 exerce sobre m_2. sabemos que então (3ª lei de Newton) que

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12},$$

ou seja as duas forças da iguais em modulo e de direções opostas. Enfatizamos o fato de que elas não atuam sobre o mesmo corpo, $\vec{F}_{21}$ atua sobre m_1 e $\vec{F}_{12}$ sobre m_2. Assim, se fizermos o diagrama de forças sobre cada corpo elas não se cancelam como podemos ver na Fig. [5-16].

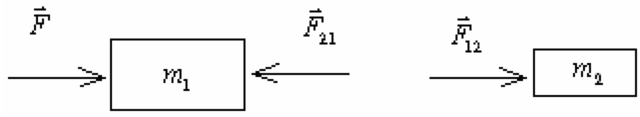

Fig. [5-16]

3-Escolhemos o eixo x, como esta mostrado na Fig. [5-17], notando que este problema é unidimensional.

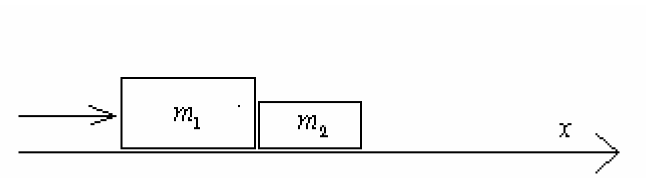

Fig. [5-17]

4-Para cada caixa vamos escrever a 2ª lei de Newton.

Temos para a caixa de massa m_1.

$$\sum \vec{F}_1 = m_1\vec{a} \quad [5\text{-}22]$$

onde $\sum \vec{F}_1$ é a somatória das forças sobre a caixa de massa *m₁*. então:

$$\sum \vec{F}_1 = \vec{F} + \vec{F}_{21} \ ,$$

e a equação [5-22] fica:

$$\vec{F} + \vec{F}_{21} = m_1 \vec{a} \quad [5\text{-}23]$$

Na caixa de massa m_1 só atua a força $\vec{F}_{12}$, portanto:

$$\vec{F}_{21} = m_2 \vec{a} \quad [5\text{-}24]$$

5-A projeção das equações [5-23] e [5-24] se faz por imediata inspeção nas Fig. [5-16] e Fig. [5-17]. Vemos que as forças $\vec{F}$ e $\vec{F}_{12}$ tem direção do eixo x e a força $\vec{F}_{21}$ tem a direção contraria. Então, lembrando ainda que $\vec{a}$ tem direção do eixo x às equações [5-23] e [5-24] se transformam nas equações escalares:

$$F - F_{21} = m_1 a \quad [5\text{-}25]$$

$$F_{12} = m_2 a \qquad [5\text{-}26]$$

6-Como $\left|\vec{F}_{21}\right| = \left|\vec{F}_{12}\right|$, pois constituem um par ação reação, ou seja, tem mesmo modulo e direções opostas as equações [5-25] e [5-26] podem ser escritas como:

$$F - F_{12} = m_1 a \quad [5\text{-}27]$$

$$F_{12} = m_2 a \qquad [5\text{-}28]$$

Tirando o valor de a de [5-28] em [1-27] obtemos:

$$F - m_2 a = m_1 a$$
$$F = m_2 a + m_1 a$$

Donde finalmente:

R a) $a = \dfrac{F}{m_1 + m_2}$

Substituindo este valor de *a* na equação [5-27]

$$F - F_{12} = m_1 \frac{F}{m_1 + m_2}$$

$$F_{12} = F - m_1 \frac{F}{m_1 + m_2}$$

$$F_{12} = F\left(1 - m_1 \frac{1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$F_{12} = F\left(\frac{m_1 + m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)$$

E então chegamos à:

R b) $F_{12} = F\left(\dfrac{m_2}{m_1 + m_2}\right)$

Observação: se quiséssemos somente saber a aceleração das duas caixas, poderíamos considerar o sistema como um corpo de massa $m = m_1 + m_2$.Fazendo o diagrama de forças sobre este corpo temos:

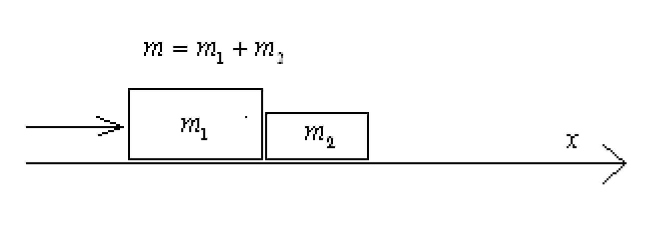

Fig. [5-18]

A segunda lei de Newton fornece:

$$\vec{F} = (m_2 + m_1)\vec{a},$$

E a projeção sobre o eixo *x* resulta em

$$F = (m_2 + m_1)a,$$

Donde

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2},$$

Que é o mesmo resultado que havíamos obtido.

Notemos que neste caso as forças iguais e contrarias $\vec{F}_{12}$ e $\vec{F}_{21}$, ambas se exercem sobre este grande corpo de massa *m,* e agora podemos dizer que se cancelam. De fato elas sequer aparecem no diagrama de forças do sistema (Fig. [5-18]). São as chamadas forças internas do sistema.

Exemplo 5

"um bloco está em repouso sobre um plano inclinado. O ângulo de inclinação é lentamente aumentado ate atingir um valor critico θ_c, no qual o bloco principia a escorregar. calcular o coeficiente de atrito estático μ_s."

Solução:

1-O valor máximo da firça de atrito estático é aquele em que ela pode equilibrar a componente da força peso do bloco, na direção do plano inclinado descendo. (Ver Fig. [5-19])

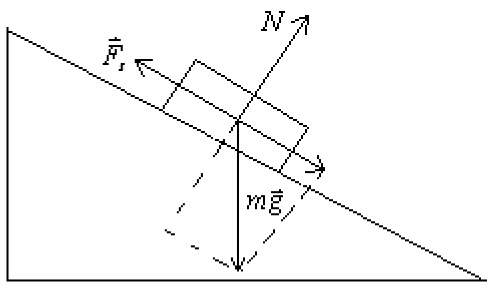

Fig. [5-19]

2-O diagrama de forças sobre o bloco é o que está desenhado na Fig. [5-20]

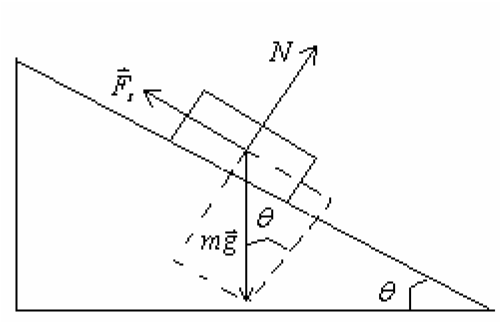

Fig. [5-20]

3-escolhemos o sistema de referencia como está mostrado na Fig. [5-21].

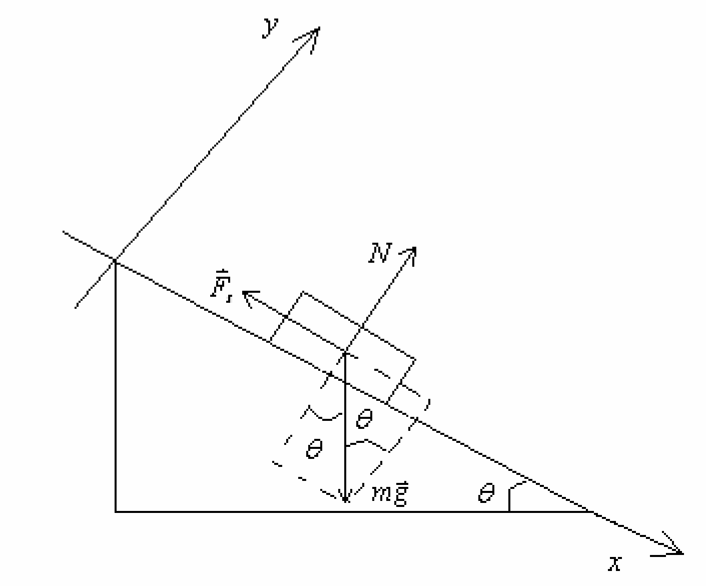

Fig. [5-20]

4-temos então pela 2ª lei de Newton:

$\vec{F}_s + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$ [5-27]

Mas a força de atrito máxima é quando o sistema ainda esta em equilíbrio, ou seja, $\vec{a} = 0$, logo equação [5-27] escrita para uma situação de equilíbrio, que é a que nos interessa, é:

$\vec{F}_s + \vec{N} + m\vec{g} = \vec{0}$ [5-28]

5-Projetando a equação [5-28] nos eixos coordenados, como já temos feito, obtemos.

$$-F_s + mg\cos(90-\theta) = 0 \quad [5\text{-}29]$$

$$N + mg\cos(180-\theta) = 0 \quad [5\text{-}30]$$

De onde resultam:

$$-F_s + mg\,\mathrm{sen}\,\theta = 0 \quad [5\text{-}31]$$

$$N + mg\cos\theta = 0 \quad [5\text{-}32]$$

6-lembrando que $F_s = \mu_s N$ podemos escrever [5-31] como:

$$mg\,\mathrm{sen}\,\theta - \mu_s N = 0$$

$$\mu_s = \frac{mg\,\mathrm{sen}\,\theta}{N} \quad [5\text{-}33]$$

Mas da equação [5-32] podemos tirar:

$$N = mg\cos\theta$$

Que substituindo em [5-33] fornece:

$$\mu_s = \frac{mg\,\mathrm{sen}\,\theta}{mg\cos\theta}$$

Com o que chegamos à:

R: $\mu_s = tg\theta$

Conclusão

No tópico 5.1, nossa analise critica das leis de Newton, tais como formuladas pelo próprio Newton, nos levou á conclusão que se entendermos a 1ª lei como uma definição de uma classe de referenciais, os referenciais inerciais, as três leis de Newton estabelecem premissas axiomáticas perfeitamente coerentes. A primeira lei não é uma conseqüência banal da segunda, mas sim um postulado necessário para a definição da 2ª lei. A própria 2ª lei, não é um raciocínio circular, mas uma definição de conceitos por relação. Esta definição não se enquadra nos preceitos da lógica aristotélica, mas é um novo tipo de definição peculiar à lógica matemática.

No tratamento da força de atrito, seguimos a forma usual dos cursos de física A. O aluno pode perceber que não temos uma teoria elaborada do atrito, mas tão somente algumas equações empíricas, confirmadas pela experiência.

No terceiro tópico desta aula enfatizamos, por meio de uma serie de exemplos, as vantagens de uma abordagem sistemática dos problemas de dinâmica.

Resumo

Iniciamos esta 5ª aula por uma exposição critica as leis de Newton. Mostramos, que com uma determinada interpretação as leis, tal como formuladas pelo próprio Newton, não tem as ambigüidades, circularidades e tautologias que algumas vezes lhes tem sido atribuídas.

Tautologia-raciocínio ou dedução em que não se chega a nada novo, repetindo meramente o obvio ou o já sabido.

Trabalhamos no segundo tópico com as duas formas de atrito, o atrito cinético e o estático. E no terceiro tópico resolvemos, em detalhes alguns problemas de dinâmica, pela aplicação da 2ª lei de Newton. Procuramos enquadrar diferentes situações em uma mesma abordagem.

Atividades

5.1

1-A que referencial Newton estava se referindo no enunciado de sua 1ª lei? (A lei da Inércia). Há necessidade de um referencial no qual a 1ª lei seja válida? Porque?

2-O que é um referencial inercial?

3-Há um raciocínio circular no enunciado da 1ª lei? Como evitar esta aparente circularidade?

4-É a primeira lei de Newton um caso particular da segunda?

5-É a segunda lei uma definição valida dos conceitos de massa e força, ou estamos diante de um raciocínio circilar?

5.2

1-Uma pessoa de 65 kg está sobre uma balança montada sobre uma prancha que rola por um plano inclinado abaixo, como mostra a Fig. [5-21]. Vamos admitir que não haja atrito, de modo que a força do plano sobre a prancha seja perpendicular ao plano. Qual a leitura da balança se θ = 30º?

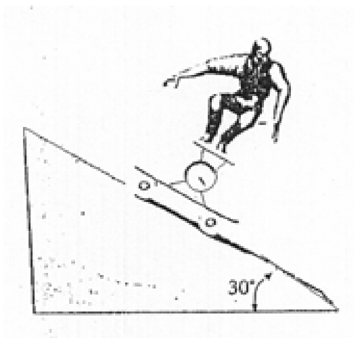

Fig. [5-21]

2-Um bloco de 2 kg está pendurado numa balança de mola, calibrada em newtons, presa no teto de um elevador (Fig. [5-22]). Qual a leitura da balança quando *(a)* o elevador sobe com a velocidade constante de 30 m/s? *(b)* O elevador desce com a velocidade constante de 30 m/s, (c) O elevador sobe a 20 m/s e ganha velocidade à taxa de 10 m/s^2?

Entre t = 0 e t = 2 s, o elevador sobe a 10 m/s. A sua velocidade é então uniformemente reduzida, de modo que o elevador pára em 2 s, ficando em repouso no instante t= 4 s. Descrever a leitura da balança no intervalo de tempo 0 < t < 4 s.

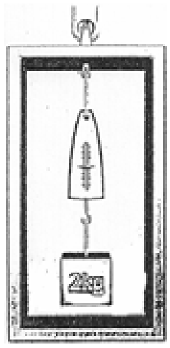

Fig. [5-22]

3-Uma pessoa está sobre a plataforma de uma balança num elevador que tem a aceleração *a* para cima. A leitura da balança é de 960 N. Ao apanhar uma caixa de 20 kg, a leitura da balança passa a ser de 1200 N. Achar a massa da pessoa, o respectivo peso e a aceleração a.

4-Um corpo de massa m_2 = 3,5 kg está sobre uma prateleira horizontal, sem atrito e ligado através de cordas a corpos de massas, m_1 = 1,5 kg e m_3 - 2,5 kg, penduradas conforme mostra o esquema da Fig. [5-23]. As polias não contribuem com atrito ou com massa para o movimento. O sistema está inicialmente mantido em repouso. Uma vez livre, determinar *(a)* a aceleração de cada corpo e (b) a tensão em cada corda.

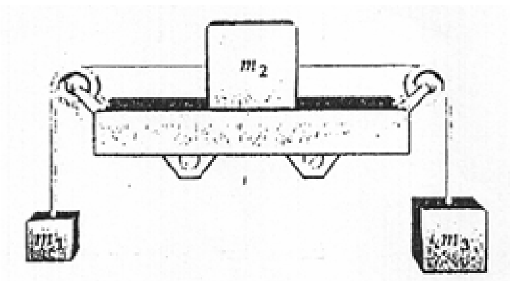

Fig. [5-23]

5-Dois corpos estão ligados por um fio dc massa desprezível, como mostra o esquema da Fig. [5-24]. O plano inclinado e as polias não têm atrito. Achar a aceleração dos corpos e a tensão no fio (a) quando os valores de θ, m_1 e m_2 forem quaisquer e *(b)* quafifó θ = 30° e $m_1 = m_2$ = 5 kg.

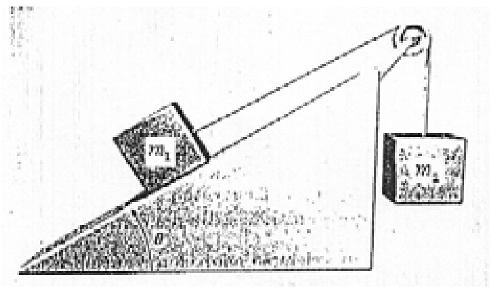

Fig. [5-23]

6-A face noroeste de um rochedo no Parque Nacional de Yosemite, Estados Unidos, tem um ângulo θ = 7° com a vertical. Imagine um alpinista, na horizontal, no topo do rochedo, tentando suportar um outro, com massa igual à sua, que sofreu uma queda. Se o atrito for desprezível (pois o topo do rochedo tem camada de gelo) qual a aceleração da queda até que o alpinista do topo consiga um apoio para sustá-la?

7-Na produção de um filme sobre Peter Pan, o ator principal, de 50 kg, tem que efetuar um vôo vertical e cair uma distância vertical de 3,2 m em 2,2 s. O dispositivo da queda controlada tem um plano inclinado de 50° que suporta um contrapeso de massa *m,* como mostra o esquema da Fig. [5-24]. Mostrar como calcular (a) a massa do contrapeso a ser usado e (b) a tenção no cabo que o sustenta.

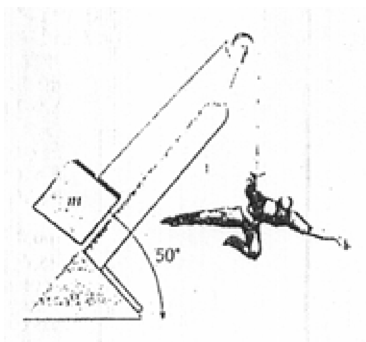

Fig. [5-24]

8-Imagine que a situação esquematizada na Fig. [5-25] se tenha m_1= 4 *kg*. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano inclinado é de 0,4. *(a)* Determinar o intervalo de valores possíveis de m_2 para os quais o sistema está em equilíbrio estático. (b) Qual a força de atrito sobre o bloco de 4 kg se m_2 = 1 kg?

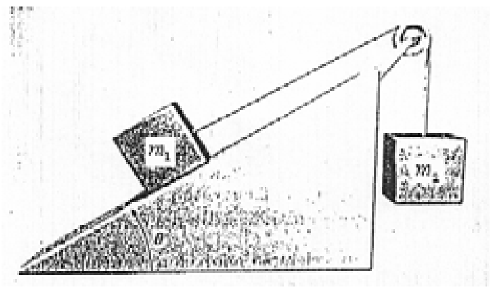

Fig. [5-25]

9-O coeficiente de atrito estático entre o assoalho horizontal da carroçaria de um caminhão e uma caixa pousada sobre ele é de 0,30. O caminhão está trafegando a 80 km/h sobre uma estrada horizontal. Qual a menor distância de frenagem do caminhão para a qual a caixa não escorrega sobre o assoalho?

10-Um corpo de massa *m* escorrega sobre uma superfície horizontal com a velocidade inicial v_0. Se o coeficiente de atrito cinético entre o corpo e a superfície for μ_s, calcular a distância *d* que o corpo percorre até parar.

11-Um carro com tração traseira suporta 40% do peso nas rodas motrizes e tem um coeficiente de atrito estático com a estrada de 0,7. *(a)* Qual a aceleração máxima do carro? *(b)* Qual o intervalo de tempo mais curto suficiente para o carro atingir a velocidade de 100 km/h? (Admitir que o motor do carro tenha potência ilimitada.)

12-Uma pessoa aposta com outra que pode manter um corpo de 2 kg parado na frente de um carrinho, como mostra a Fig. [5-26], sem usar ganchos, cordas, pregadores, ímãs, cola, adesivos etc. Aceita a aposta, a pessoa passa a empurrar o carro para a frente. O coeficiente de atrito estático entre o corpo e a superfície frontal do carrinho é de 0,6. *(a)* Qual a aceleração mínima do carrinho que garante a vitória da primeira pessoa? *(b)* Qual a força de atrito com esta aceleração? (c) Calcular a força de atrito se a aceleração *a* for o dobro da aceleração mínirita calculada em *(a).* (d) Mostrar que, qualquer que seja a massa do bloco, não haverá a queda se a aceleração for $a \geq g/\mu_s$, em que μ_s, é o coeficiente de atrito estático.

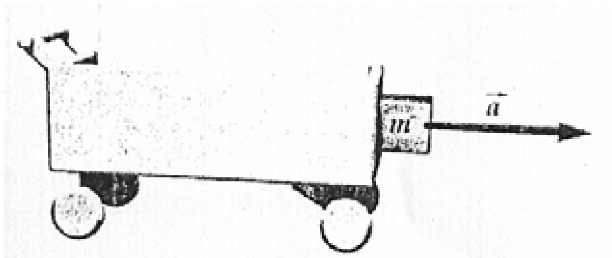

Fig. [5-26]

13-Um bloco de 60 kg escorrega sobre a face de outro, de 100 kg, com uma aceleração de 3 m/s^2, quando sob a ação de uma força horizontal F de 320 N. O bloco de 100 kg está sobre uma superfície horizontal sem atrito, mas há atrito entre os dois blocos, *(a)* Calcular o coeficiente de atrito cinético entre o primeiro e o segundo bloco, *(b)* Calcular a aceleração do bloco de 100 kg no intervalo de tempo durante o qual os dois blocos estão em contato.

14-Na Fig. [5-27], o corpo de massa m_2 = 10 kg escorrega sobre um plano horizontal sem atrito. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre os dois corpos m_2 e m_1, são μ_s = 0,6 e μ_s = 0,4. *(a)* Que aceleração máxima pode ter m_1 *(b)* Que valor máximo pode ter m_3 para que m_1, não escorregue sobre m_2? *(c)* Se m_3 = 30 kg, calcular a aceleração de cada corpo e a tensão no fio.

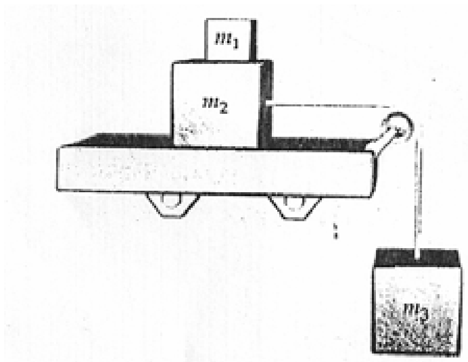

Fig. [5-27]

15-Um bloco de 0,5 kg está sobre a superfície inclinada de um outro bloco que tem a massa de 2 kg, como mostra a Fig. [5-28]. O segundo bloco está sob a ação de uma força horizontal e escorrega sobre uma superfície horizontal sem atrito, *(a)* Se o coeficiente de atrito estático entre os dois blocos for μ_s = 0,8 e se o ângulo de inclinação for de 35°, calcular os valores máximo e mínimo de F para os quais o primeiro bloco não escorrega sobre o segundo, *(b)* Repetir o problema anterior com μ_s = 0,4.

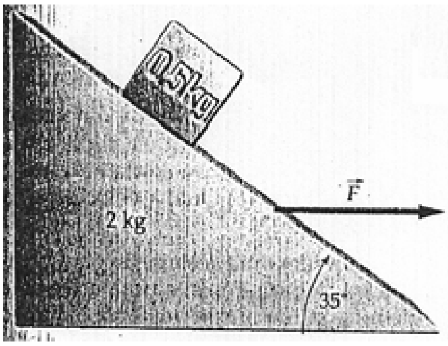

Fig. [5-27]

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Tipler P.A. Física, volume 1. LTC- Livros Técnicos e Científicos S. A,1999.

Resnick, R. e Halliday, D. *Física 1*. 3ª ed. LTC. Ano 1979.