Física B

Marcelo Andrade Macêdo
Cácio Macêdo

CESAD
CENTRO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR A DISTÂNCIA - UFS

São Cristóvão/SE
2009

Física B

Elaboração de Conteúdo
Marcelo Andrade Macêdo
Cácio Macêdo

Capa
Hermeson Alves de Menezes

Reimpressão

Ficha catalográfica produzida pela Biblioteca Central
Universidade Federal de Sergipe

A553f	Macêdo, Marcelo Andrade Física B/ Marcelo Andrade Macêdo -- São Cristóvão: Universidade Federal de Sergipe, CESAD, 2009. 1. Física. I. Cácio Macêdo. II. Título. CDU 53

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
Cidade Universitária Prof. "José Aloísio de Campos"
Av. Marechal Rondon, s/n - Jardim Rosa Elze
CEP 49100-000 - São Cristóvão - SE
Fone(79) 2105 - 6600 - Fax(79) 2105- 6474

Sumário

Aula 1

MECÂNICA RELATIVISTA – PARTE I

META

Discutir o conceito de relatividade dos movimentos.

Apresentar os postulados da teoria da relatividade especial de Einstein.

OBJETIVO

Ser capaz de identificar diferentes referenciais em um movimento, bem como saber relacioná-los através das transformações de Galileu.

Entender os postulados de Einstein e seu alcance quando modificam o conceito de espaço e tempo absolutos de Galileu e Newton.

PRÉ- REQUISITOS

Vetores e Cinemática em seus aspectos: escalar e vetorial.

Introdução

Iniciamos o nosso curso tendo sempre em vista os conhecimentos já adquiridos na disciplina Física A, cujos conceitos e desdobramentos serão de fundamental importância na continuação de nossos estudos.

Nesse 1º capítulo, em especial, necessitaremos relembrar várias definições e aplicações desenvolvidas no curso de Mecânica. O conceito de vetores e adições vetoriais, bem como o conceito de Força, especialmente as leis de Newton e toda sua gama de aplicações para o estudo e previsões de movimentos. E ainda os princípios de conservação de energia e momento linear tão fundamentais para uma melhor compreensão da Mecânica dos movimentos.

Nessa aula aprenderemos que o estudo do movimento de uma partícula depende fundamentalmente do referencial escolhido para esse fim. Como esses referenciais se relacionam através das transformações Galileana-Newtonianas e como os postulados de Einstein modificaram nossa concepção de espaço e tempo definitivamente.

1- Transformação de Galileu

Vamos imaginar que existe uma saco plástico pendurado no teto de um ônibus com uma bola de ferro dentro, conforme figura 1.1a. Devido a massa da bola de ferro (B) ser muito grande, o saco plástico se rompe e a bola começa a cair em queda livre (figura 1.1b).

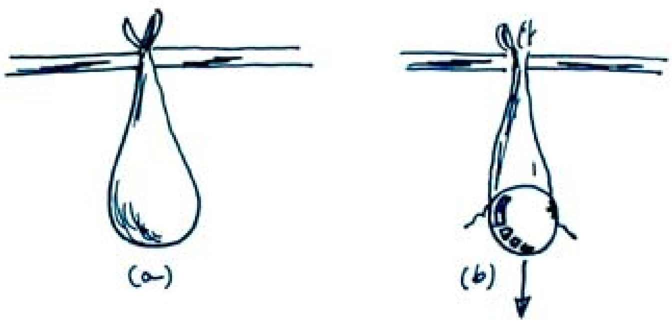


Figura 1.1 (a) Saco plástico amarrado no teto do ônibus com uma bola de ferro dentro; (b) momento que o saco plástico se rompe devido a grande massa da bola.

Uma pessoa que está sentada dentro do ônibus (observador 1) percebe que a bola caiu em uma trajetória retilínea vertical (figura 1.2a), mas um pedestre que está esperando o ônibus passar (observador 2) vê a bola caindo em uma trajetória parabólica (figura 1.2b).

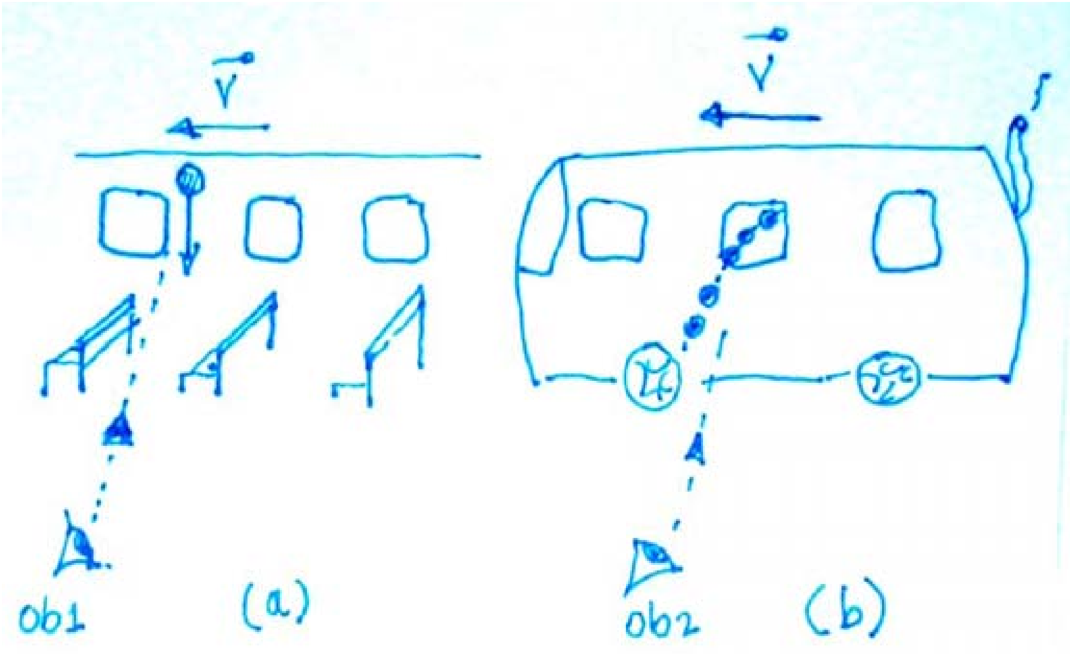


Figura 1.2 (a) Trajetória vista pelo observador 1 (ob1) localizado no interior do ônibus; (b) Trajetória vista pelo observador 2 (ob2) localizado na calçando esperando o ônibus passar.

Por que os observadores vêm o mesmo objeto (B) caindo em trajetórias diferentes? Observe que a bola que está inicialmente no saco plástico está com a mesma velocidade $\vec{V}$ do ônibus, assim como todos os passageiros que estão dentro do ônibus. No momento que o saco plástico se rompe, a bola continua com a velocidade $\vec{V}$, devido a Lei da Inércia. Como o observador 1 se encontra na mesma velocidade da bola, não existe variação de espaço, na direção horizontal, no decorrer do tempo entre ambos. O espaço que a bola percorre em trajetória retilínea horizontal, em um determinado tempo, é o mesmo que o observador 1. Para qualquer tempo, a posição final e inicial é igual, por isso, o observador 1 vê apenas uma variação do espaço percorrido na vertical (trajetória retilínea).

Para o observador 2, que está em repouso em relação a um ponto fixo na Terra, e em movimento relativo ao ônibus, com velocidade $\vec{V}$ em relação a este, a situação é um pouco diferente. Além dele observar que a bola está caindo em queda livre, percebe que a bola ocupa posições horizontais diferentes no decorrer do tempo. Estas novas posições são adquiridas devido à velocidade $\vec{V}$ que o impele para frente, ganhando uma nova posição dada pelo produto da velocidade pelo tempo ($\vec{V}t$). Neste caso, nós temos uma composição de dois movimentos, a saber: um movimento uniforme horizontalmente e um movimento uniformemente variado verticalmente, que resulta em uma trajetória parabólica, semelhante a uma pedra que é arremessada para frente. Portanto o movimento é um conceito relativo, a depender do sistema de referência escolhido teremos uma observação particular daquele sistema.

O importante no exemplo acima, é saber como as diferentes observações se relacionam. Deste modo, quando uma operação matemática é realizada para transformar um referencial inercial em outro, mantendo a lei de Newton válida, é chamada de

transformação de Galileu. Em relação ao exemplo hipotético da bola que caiu do saco plástico, pode-se dizer que cada observador utiliza um referencial inercial.

Para um determinado instante t, em relação ao referencial O que se encontra na rua, a bola que cai do saco plástico, se encontra a uma posição $\vec{s}$ e em relação ao referencial O' (no ônibus), a bola (B) está numa posição $\vec{s}\,'$. Considerando que os eixos em ambos referenciais permaneceram paralelos entre si (figura 1.3).

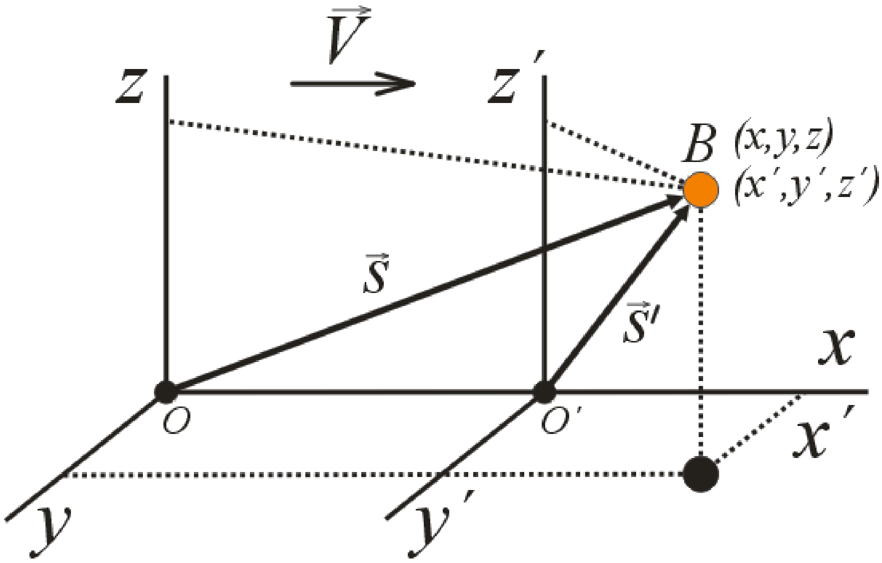


Figura 1.3 Sistemas de referência O e O' em movimento relativo com velocidade uniforme de translação na direção dos eixos $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{x}'$.

Vamos supor que o referencial O', no ônibus, se desloca com velocidade relativa constante $\vec{V}$ ao referencial O, assim a distância entre os dois referenciais vai ser $\overrightarrow{OO'} = \vec{V}t$ e a relação entre os vetores será:

$$\vec{s} = \vec{s}\,' + \overrightarrow{OO'} \tag{1.1}$$

$$\vec{s} = \vec{s}\,' + \vec{V}t \tag{1.2}$$

A equação (1.2), expressa matematicamente à observação da pessoa que está na calçada ou está dentro do ônibus, através da evolução temporal do vetor $\vec{s}$ e $\vec{s}\,'$, respectivamente. Admitindo que a medida de tempo independa do movimento do observador teremos que $t = t'$.

A equação vetorial (1.2) pode ser representada por três equações escalares. Como o referencial O' se desloca relativamente ao referencial O apenas em uma dimensão, temos

$$x = x' + Vt, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t' \tag{1.3}$$

Para o observador em *O*, ele só verifica uma evolução temporal para a coordenada *x*, uma vez que o movimento relativo entre os sistemas se dá na direção deste eixo. A equação vetorial (1.2) ou a escalar (1.3) juntamente com $t = t'$ é designada ***transformação de Galileu***.

Realizando a derivada da equação (1.2) em relação ao tempo, obtemos

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d\vec{s}'}{dt} + \frac{d(\vec{V}t)}{dt}$$

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d\vec{s}'}{dt} + t\frac{d\vec{V}}{dt} + \vec{V}\frac{dt}{dt}$$

como $\frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{v}$, $\frac{d\vec{s}'}{dt} = \vec{v}'$, $\frac{d\vec{V}}{dt} = a_r = 0$ (a aceleração relativa entre os sistemas (a_r) é nula porque $\vec{V}$ é constante) e $\frac{dt}{dt} = 1$, temos

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V} \tag{1.4}$$

onde $\vec{v}'$ é a velocidade da bola medida pelo observado 1 (no ônibus), $\vec{v}$ é a velocidade da bola medida pelo observador 2 e $\vec{V}$ é a velocidade de *O´* relativa a *O* entre os sistemas. Separando a equação (1.4) em três componentes de velocidade, temos;

$$v_x = v'_x + V, \quad v_y = v'_y, \quad v_z = v'_z \tag{1.5}$$

Desta maneira pode-se comparar a velocidade de um objeto medida por dois observadores que estão em movimento relativo entre si.

Para determinar a aceleração vetorial, deriva-se em relação ao tempo a equação (1.4), e assim

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{V}}{dt} \quad como \quad \frac{d\vec{V}}{dt} = a_r = 0,$$

$$\vec{a} = \vec{a}' \tag{1.6}$$

A forma escalar da aceleração pode ser escrita da seguinte forma:

$$a_x = a'_x, \quad a_y = a'_y, \quad a_z = a'_z \tag{1.7}$$

Juntamente com a condição de que $t' = t$, o conjunto das equações que forma a ***transformação de Galileu*** de coordenadas, velocidades e acelerações na forma vetorial e escalar é

Forma vetorial	*Forma escalar*
$\vec{s}' = \vec{s} - \vec{V}t$	$x' = x - Vt, \quad y' = y, \quad z' = z$
$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}$	$v_{x'} = v_x - V, \quad v_{y'} = v_y, \quad v_{z'} = v_z$
$\vec{a}' = \vec{a}$	$a_{x'} = a_x, \quad a_{y'} = a_y, \quad a_{z'} = a_z$

Deste conjunto de equações pode-se concluir que a ***transformação de Galileu*** possui uma característica muito importante, que é a da aceleração ser a mesma para ambos os observadores – a aceleração é a mesma em sistemas de referência se possuem movimento de translação relativo uniforme. Por outro lado, mesmo o tempo sendo absoluto, existe relatividade no espaço.

O nome a ***transformação de Galileu*** foi batizado por Albert Einstein para diferenciá-la da ***transformação de Lorentz***, que é utilizada quando a velocidade relativa se aproxima da velocidade da luz.

Exemplo 1.1

Determine a trajetória da bola que cai do saco plástico em relação ao observador que está no referencial O e no referencial O´ do exemplo citado no início deste capítulo.

Solução:

Observador no referencial ***O´***:

Como a velocidade relativa entre a bola e o observador 1 é zero, o espaço relativo ficará inalterado para os eixos x e y. Como a bola está em queda, o movimento no eixo z é acelerado pela força gravitacional, então

$$z' = z'_o - \frac{1}{2}gt^2 \quad e \quad x' = x'_o$$

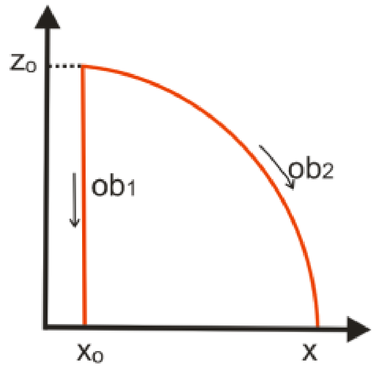
Levando em consideração que a bola está em y = 0. z'_o e x'_o, são as coordenadas no instante inicial do movimento.

Observador no referencial ***O***:

Existe uma velocidade relativa V entre a bola e o observador 2, então

$$z = z_o - \frac{1}{2}gt^2 \quad e \quad x = x_o + Vt$$

Como para ambos os sistemas a bola cairá da mesma altura, então $z_o = z'_o$ garantido que a única diferença nas coordenadas está onde ocorre a translação do eixo. Para o observador 1 (ob1), a bola nunca vai se deslocar para frente, para qualquer tempo sua posição será a posição inicial. Por outro lado, o observador 2 (ob2) verá um aumento de Vt no espaço percorrido, ao mesmo tempo que a bola cai ele se desloca para frente. Graficamente, cada trajetória terá a forma do gráfico ao lado.



Exemplo 1.2

A velocidade do som pelo ar em repouso a 25ºC é de 358 m/s. Calcule a velocidade medida por um observador que se move com uma velocidade de 90 km/h (a) quando se afasta da fonte, (b) quando se aproxima da fonte, (c) em direção perpendicular à propagação e (d) numa direção tal que o som parece propagar-se perpendicularmente em relação ao observador em movimento. Suponha que a fonte está em repouso em relação à superfície terrestre.

Solução:

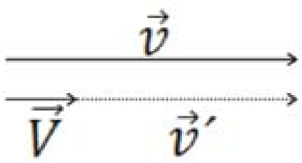
a) Escolha um sistema de referência XYZ fixo no solo, e repouso em relação ao ar, e um sistema X´Y´Z´, que se move com o observador, com os eixos X e X´ paralelos à velocidade do observador.

No sistema XYZ, a fonte se encontra em O, a velocidade do observador O' é V = 90 km/h = 25 m/s e a velocidade do som v = 358 m/s.

A velocidade V do observador e v do som, ambas são medidas no sistema XYZ.

A velocidade do som relativamente a X´Y´Z´, registrada pelo observador em movimento O' é v´.

A velocidade v´ é medida da velocidade do som no referencial em movimento, que é o observador.



Usando a equação (1.4), temos

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$$

Na forma escalar fica

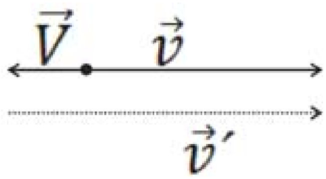
$$v_x = v'_x + V$$
$$v'_x = v_x - V$$

Usando que $v_x = 358\, m/s,\ V = 25\, m/s$, vamos determinar v'_x.

$$v'_x = 358 - 25 = \mathbf{333\, m/s}$$

Por causa do movimento do observador ser no mesmo sentido som, ele mede uma velocidade menor.

b) Agora o observador se aproxima da fonte geradora de som. O observador tem velocidade em sentido contrário a do som. Vetorialmente pode-se expressar da seguinte forma



Como O' se move ao longo da direção negativa de x, substituindo V por –V, temos

$$v'_x = v_x + V$$

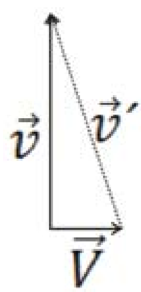
Podemos também dizer que

$$v'_x - V = v_x$$

$$v'_x = 358 + 25 = \mathbf{383\, m/s}$$

A velocidade do som medida pelo observador vai ser bem maior. A variação na velocidade medidas tanto na aproximação como no distanciamento da fonte, conduz a uma variação na frequência e isto é chamado de efeito Doppler (será estudado no curso de Física C).

c) Neste caso, os vetores $\vec{v}\ e\ \vec{V}$ estão perpendiculares entre si, então

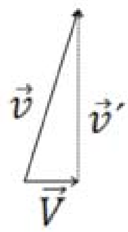


Neste caso é equivalente a dizer que a fonte sonora está virada para cima. Como os vetores formam um triângulo retângulo, pode-se escrever a seguinte relação

$$v'^2 = v^2 + V^2$$

$$v' = \sqrt{v^2 + V^2} = \sqrt{358^2 + 25^2} = \mathbf{358,9\ m/s}$$

d) Nesta situação, a fonte é inclinada de tal maneira que, o observador pensa que está deslocando perpendicularmente a fonte, porque, a medida da velocidade é perpendicular ao chão. Para que isto possa ocorrer, o vetor $\overrightarrow{v'}$ (velocidade medida pelo observador) deve está perpendicular ao vetor $\vec{V}$ (velocidade do observador), assim



$$v^2 = v'^2 + V^2$$

$$v' = \sqrt{v^2 - V^2} = \sqrt{358^2 - 25^2} = \mathbf{357,1\ m/s}$$

De um modo geral, podemos perceber que a velocidade depende do movimento relativo entre a fonte e o observador.

---

2 - Postulados de Einstein

Michelson e Morley realizaram entre 1881 e 1887 uma série de experiências com a luz. Eles chegaram a conclusão que a luz tem velocidade constante c independente da direção e referencial.

Vamos supor que o objeto em observação com referenciais inerciais seja a luz, aplicando a transformação de Galileu, temos

$$\boldsymbol{c' = c - V} \qquad (2.1)$$

Nesta situação $c' \neq c$ e c' variaria com a direção de propagação, contrariando a experiência de Michelson e Morley.

Outra experiência imaginária que se pode a fazer é o seguinte: suponha dois observadores A e B, cada um no seu referencial inercial. Enquanto B se afasta de A com uma velocidade $2{,}5\text{x}10^8$m/s, A emite um feixe de luz na direção de B, então B medirá uma velocidade da luz emitida por A um valor de $3x10^8$ m/s – $2,5x10^8$ m/s = $0,5x10^8$ m/s (análogo ao exercício 1.2). Agora vamos imaginar estes mesmos observadores só que B se aproxima de A, então o valor da velocidade relativa será $3x10^8$ m/s + $2,5x10^8$ m/s = $5,5x10^8$ m/s. A velocidade da luz nos dois experimentos deveria ser igual a $3x10^8$ m/s.

Portanto, a transformação de Galileu não é geral, ela não é aplicável para fenômenos eletromagnéticos.

As leis do Eletromagnetismo, ao contrário da Mecânica Clássica, não permaneciam invariantes na mudança de um referencial e a invariância da velocidade da luz conduziram Einstein a uma mudança profunda dos pressupostos em que se baseava a Física Clássica. Deste modo, surgiu a Teoria da Relatividade. Esta teoria foi dividida em duas partes, uma foi chamada de Relatividade Restrita, pois só trata de referenciais inerciais e a outra de Relatividade Geral, que trata de todo o tipo de referenciais, incluindo os acelerados não inerciais. A Relatividade Geral foi proposta em 1915.

Como base da Teoria da Relatividade, Albert Einstein em 1905, publicou um artigo científico com dois postulados básicos:

1) ***As leis físicas são as mesmas em todos os referenciais inerciais.***

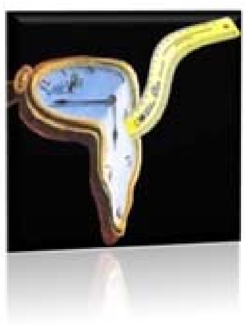
2) ***A velocidade da luz no vácuo é constante ($c \cong 300.000\ km/s$), é a mesma em todas as direções e em todos os referenciais inerciais, e é independente do movimento da fonte de luz.***

Este dois princípios são incompatíveis com a mecânica newtoniana tornando necessário modificá-la.

2.1 - Conseqüências dos postulados de Einstein

Vamos analisar duas consequências que resultaram da aplicação dos dois postulados de Einstein a dilatação do tempo e a contração do espaço.

2.1.1 - Dilatação do tempo



Vamos supor que o nosso observador 1 (no referencial $O´$) acenda uma lanterna dentro do ônibus (com velocidade $\vec{V}$) apontando-a para um espelho que se encontra do teto. Qual é a trajetória de luz observada por ele e pelo observador 2 (no referencial O), situado na calçada?

Para o observador 1 em $O´$, situado dentro do ônibus,

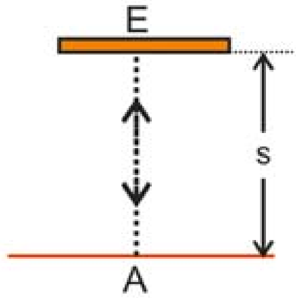


Figura 1.4 Trajetória do feixe de luz vista pelo observador 1 no referencial O'.

vai notar que a luz vai sair de A e será refletida por E e voltando A em um tempo t´ dado por

$$t' = \frac{s}{c} + \frac{s}{c} = \frac{2s}{c}$$

o tempo de subida e descida da luz é igual a $\frac{s}{c}$.

Para o observador 2 em I, situado na calçada,

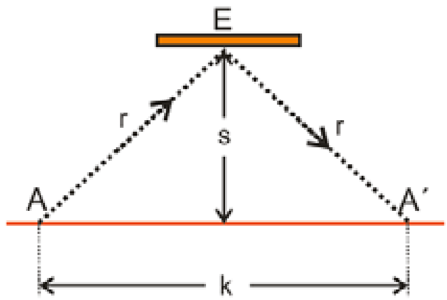


Figura 1.5 Trajetória do feixe de luz vista pelo o observador 2 no referencial *O*.

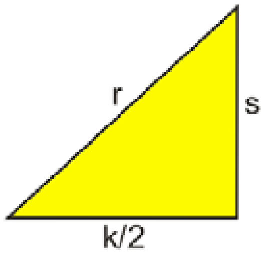
vai verificar que a luz vai voltar ao piso do ônibus mas chegando em uma posição A`. Quando a luz chega ao espelho, o ônibus já andou k/2, ao voltar ao piso o ônibus andou

$$k = Vt$$

como a velocidade da luz é a mesma em qualquer referencial (2º postulado de Einstein), temos

$$t = \frac{r}{c} + \frac{r}{c} = \frac{2r}{c}$$

Através da análise da figura podemos verificar que geometricamente é formado um triângulo retângulo entre a distância percorrida pelo ônibus (k/2), a altura (s) e o caminho percorrido pelo feixe de luz (r), então



$$\left(\frac{k}{2}\right)^2 + s^2 = r^2 \text{ e como}$$

$$k = Vt, s = \frac{ct'}{2} \; e \; r = \frac{ct}{2} \text{ temos}$$

$$\left(\frac{Vt}{2}\right)^2 + \left(\frac{ct'}{2}\right)^2 = \left(\frac{ct}{2}\right)^2$$

como o número 2 é comum em todos os membros ele pode ser eliminado do denominador, então

$$V^2t^2 + c^2t'^2 = c^2t^2$$

$$V^2t^2 - c^2t^2 = -c^2t'^2 \; (-1)$$

$$-V^2t^2 + c^2t^2 = c^2t'^2$$

$$t^2(c^2 - V^2) = c^2t'^2$$

$$t^2c^2(1 - \frac{V^2}{c^2}) = c^2t'^2$$

$$t^2\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) = t'^2$$

$$t^2 = \frac{t'^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}$$

$$t = \sqrt{\frac{t'^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}}$$

$$\boldsymbol{t} = \frac{\boldsymbol{t'}}{\sqrt{\left(\mathbf{1} - \frac{\boldsymbol{V}^2}{\boldsymbol{c}^2}\right)}} \tag{2.2}$$

onde $\boldsymbol{t'}$ é o tempo medido pelo observador 1 em relação referencial $\boldsymbol{O'}$ em repouso em relação ao ponto **A** e $\boldsymbol{t}$ é o tempo medido pelo observador 2 em relação ao referencial $\boldsymbol{O}$ onde todos os acontecimentos estão em movimento.

A velocidade V sempre será menor do que c, então

$$\frac{V^2}{c^2} < 1 \;\; \Rightarrow \;\; 1 - \frac{V^2}{c^2} < 1 \;\; \Rightarrow \;\; \sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)} > 1 \text{ portanto,}$$

$$t > t' \tag{2.3}$$

Como pode ser visto pela equação (2.3), para o observador em $\boldsymbol{O}$ ocorre uma dilatação do tempo. Os mecanismos que ocorrem em movimento parecem que têm uma duração maior do que àqueles que ocorrem em repouso.

Designa-se como ***intervalo de tempo próprio***, o intervalo de tempo que acontece em posições em repouso em relação a um determinado observador. Sendo assim, t´ na equação (2.2) corresponde ao intervalo de tempo próprio.

A transformação de Galileu é recuperada quando a velocidade V é muito pequena em relação a velocidade da luz, V/c << 1, se obtém t ≅ t´.

Exemplo 2.1

O paradoxo dos irmãos gêmeos – Um dos irmãos, com 20 anos de idade, viaja em uma nave com uma velocidade próxima a da velocidade da luz (V = 0,9c) durante 30 anos. Quantos anos passaram aqui na Terra durante a missão?

O tempo de 30 anos é medido dentro da nave, então t´ = 30 anos, assim

$$t = \frac{t'}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}} = \frac{30}{\sqrt{\left(1 - \frac{(0,9c)^2}{c^2}\right)}} = \frac{30}{\sqrt{\left(1 - \frac{0,81c^2}{c^2}\right)}}$$

$$\frac{30}{\sqrt{(1 - 0,81)}} = \frac{30}{\sqrt{0,19}} = \frac{30}{0,4359} \cong 69 \; anos$$

Isto significa que o irmão que viajou terá 20 + 30 = 50 anos e o irmão que ficou aqui na terra terá 20 + 69 = 89 anos. Quem viaja próximo a velocidade da luz o tempo passa mais devagar em relação a quem estava em repouso aqui na Terra.

A dilatação do tempo é frequentemente confirmada no estudo de vida média de partículas.

A partícula elementar múon (μ), criada na alta atmosfera (raios cósmicos), possuem uma vida média de $2{,}2x10^{-6}$ s, tem velocidade próximo a velocidade da luz V ≅ 0,995c, se desintegra em outras partículas conforme a equação $\mu \rightarrow e + \upsilon_e + \upsilon_\mu$ (múon → *elétron* + *antineutrino do elétron* + *neutrino do múon*) devido a sua alta instabilidade.

Em laboratório, o modo como o feixe de partículas de múons diminuem no tempo, confirmam a dilatação do tempo prevista 2º postulado de Einstein.

Vida média é o tempo para desintegrar metade da massa de uma determinada partícula. Por exemplo, em um determinado tempo tem-se 1 g de um determinado material, se a meia vida é de 100 anos, depois de 50 anos teremos 0,5 g, passados mais 100 anos, teremos 0,25 g e assim até todo o material ser desintegrado. A cada ciclo de meia vida do material metade de sua massa se desintegra.

Exemplo 2.2

Determine o tempo de vida média medido na Terra de um feixe de partículas de múons (μ) com velocidade $V = 2{,}994x10^8$ m/s com vida média de $t_{1/2} = 2{,}2x10^{-6}$ s.

Para determinarmos o tempo de vida média na Terra precisamos usar equação (2.2), uma vez que a velocidade V é próxima da velocidade da luz e como $t_{1/2}$ é medido no referencial da partícula que corresponde a $t' = t_{1/2}$, assim

$$t = \frac{2{,}2x10^{-6}}{\sqrt{\left(1 - \frac{(2{,}994x10^8)^2}{(3x10^8)^2}\right)}} = \frac{2{,}2x10^{-6}}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{2{,}994}{3}\right)^2\right)}} = \frac{2{,}2x10^{-6}}{\sqrt{(1 - (0{,}998)^2)}}$$

$$= \frac{2{,}2x10^{-6}}{\sqrt{(1 - 0{,}996)}} = \frac{2{,}2x10^{-6}}{\sqrt{0{,}004}} \cong \frac{2{,}2x10^{-6}}{0{,}0632} \cong 35x10^{-6} = 3{,}5x10^{-5}\, s$$

Observe que houve uma dilatação do tempo entre o referencial partícula e o referencial Terra.

2.1.2 - Contração do espaço

Vamos supor que o nosso observador 1 (no referencial O') acenda uma lanterna dentro do ônibus (com velocidade $\vec{V}$) apontando-a para um espelho que se encontra a sua frente numa distância L.

Para o observador 1 em O', situado dentro do ônibus, temos o seguinte diagrama:

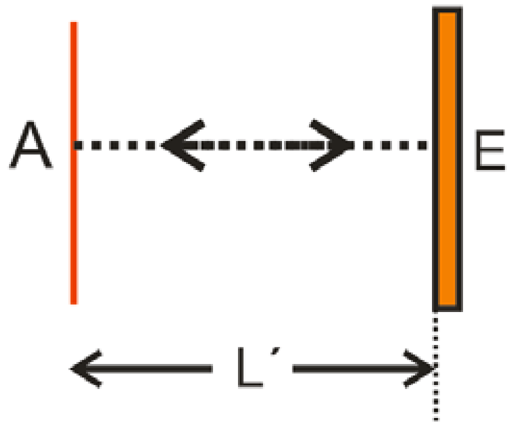


Figura 1.5 Trajetória do feixe de luz vista pelo observador 1 no referencial O'.

O tempo de ida e volta é dado por

$$t' = \frac{2L'}{c} \rightarrow 2L' = ct'$$

Para o observador 2 em O', situado na calçada, ele vê o feixe de luz passar por ele, então ele está em velocidade V relativa ao ônibus, assim o tempo t_1, na ida, é levado para percorrer o comprimento L do ônibus mais o comprimento percorrido pelo espelho E, assim fica,

$$t_1 = \frac{L + Vt_1}{c} \rightarrow t_1 = \frac{L}{c - V}$$

Na volta, temos a lanterna vindo no sentido oposto ao feixe de luz, então o tempo t2 é o tempo para percorrer L do ônibus menos o caminho percorrido pela lanterna, então,

$$t_2 = \frac{L - Vt_2}{c} \rightarrow t_2 = \frac{L}{c + V}$$

O tempo de ida e volta será

$$t = t_1 + t_2 = \frac{L}{c - V} + \frac{L}{c + V} = \frac{2cL}{c^2 - V^2} \rightarrow 2L = ct\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)$$

$$2L^{\prime} = ct^{\prime} = ct\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} \rightarrow ct = \frac{2L^{\prime}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

$$2L = \frac{2L^{\prime}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)$$

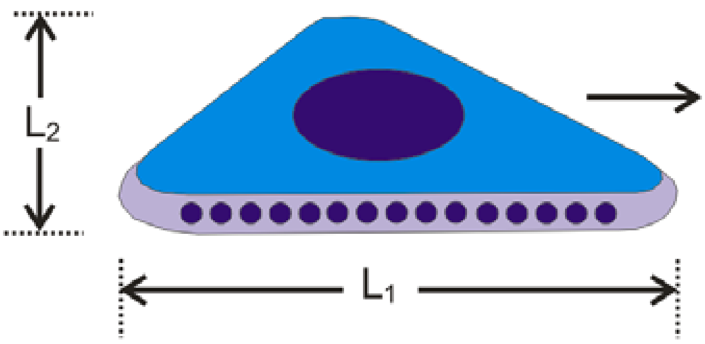
Finalmente,

$$\boldsymbol{L = L^{\prime}\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \tag{2.4}$$

Como $\sqrt{\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)}$ é sempre menor do 1, então $L < L^{\prime}$. Para o ob2, em O, a que vê o objeto em movimento (distância entre a lanterna e o espelho), mede o comprimento menor do que o comprimento medido pelo observador O´, que vê o objeto em repouso. O comprimento de um objeto medido em movimento parece que está mais curto do que quando está em repouso em relação ao observador.

Exemplo 2.3

Uma nave espacial se movimenta com uma velocidade v = 0,7c em relação ao solo. As suas dimensões são L_1 = 30 m e L_2 = 20 m. Qual é o comprimento da nave medido por uma pessoa parada na calçada?



Analisando a figura podemos perceber que o sentido do deslocamento da nave é o da horizontal. Sendo assim, a única dimensão que vai ser afetada é de L_1, ficando L_2 inalterada. Assim podemos escrever que L_1 = (repouso) = ? e L_1' = (movimento) = 30 m.

Observe que o referencial O está na Terra e o referencial O' está na nave.

Usando a equação (2.4), temos

$$L_1 = 30\sqrt{\left(1 - \frac{(0{,}7c)^2}{c^2}\right)}$$

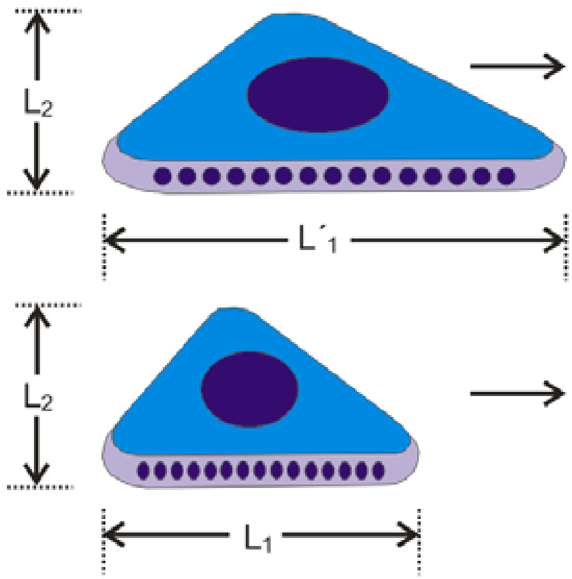
$$L_1 = 30\sqrt{(1 - 0{,}49)}$$

$$L_1 = 30\sqrt{0{,}51}$$

$$L_1 = 30\sqrt{0{,}51}$$

$$L_1 \cong 30\,x\,0{,}71 = 21{,}4\,m$$

O movimento relativisto provocou uma contração de 28,7% na dimensão L_1 da nave em relação a uma pessoa na Terra. Ocorreu uma contração na maior dimensão ao longo do movimento, que afeta também as laterais inclinadas da nave, como pode ser visto na figura abaixo.



ATIVIDADES

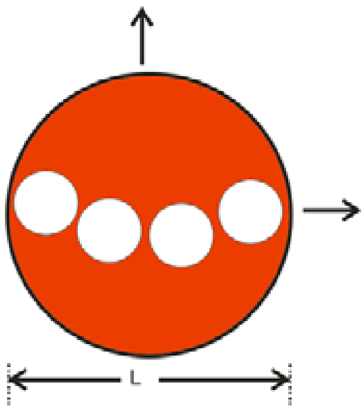
1) Considere um ônibus que se aproxima de um ponto de parada a uma velocidade de 20 m/s e um passageiro que anda na calçada com uma velocidade de 10 m/s. Ambas as velocidades são medidas em relação ao ponto de parada.
   Determine a velocidade do passageiro em relação ao ônibus quando:
   a) Ele está em sentido contrário ao ônibus;
   b) Ele está no mesmo sentido do ônibus.

2) Um avião voa horizontalmente a uma velocidade de 70 m/s a uma altura de 3000 m. Em determinado instante uma peça se desprende do avião e o movimento dela é acompanhado pelo piloto e por um observador que está no solo. Determine:
   a) A trajetória observada pelo piloto e o observador no solo;
   b) A partir do momento que a peça cai, a posição onde o objeto cai em relação ao piloto e ao observador.

3) Em relação ao exemplo 2.2 determine o espaço que o múon percorreu até desintegrar-se em relação ao referencial múon e ao referencial Terra. R: d_μ = 659 m e d_T = 10.479 m

4) Em relação a questão 3, explica a diferença entre os espaços percorridos. Em relação ao referencial Terra, se múons são gerados a uma altura de 10.000 m, eles chegaram à Terra? Justifique.

5) Uma nave em forma de uma esfera com diâmetro L = 15 m, medido na referencial em repouso, se move a uma velocidade V = 0,97c. Em parte do percurso ela se nove para cima e depois se move horizontalmente, conforme a figura ao lado. Em relação ao referencial da Terra, determine:
   a) O diâmetro da nave na trajetória vertical e na horizontal;
   b) Para uma determinada trajetória, o formato continuará esférico? Caso seja ***não*** a sua resposta, qual é o novo formato da nave para cada trajetória? Esboce o novo formato.



6) Um astronauta realizou uma missão que teve duração de 3 meses. Sua nave se deslocava com velocidade V = 0,9c em relação a Terra. Quantos meses se passaram

na terra durante a missão? *Lembre que t´ = tempo (movimento) = 3 meses e t = tempo próprio (repouso) = ?.*

7) Um astronauta realizou uma missão que teve duração de 3 meses. Sua nave se deslocava com velocidade v = 3600 Km/h em relação a Terra. Quantos meses se passaram na terra durante a missão?

8) Faça uma discussão a respeito dos resultados encontrados nas questões 6 e 7, incluindo na discussão a influência da velocidade próxima a da luz no movimento das naves.

CONCLUSÃO

Nessa aula aprendemos que o tempo nas transformações de Galileu é absoluto, ou seja, não depende do referencial escolhido assim como a aceleração é sempre a mesma para qualquer observador – a aceleração é a mesma em sistemas de referência se possuem movimento de translação relativo uniforme.

E ainda que em 1905 o físico alemão Albert Einstein propôs uma nova teoria de relatividade, batizada de Teoria da Relatividade Restrita ou Especial, cuja interpretação de seus postulados nos levaram a uma constatação que estava em desacordo com a mecânica Newtoniana; a de que o tempo não é o mesmo para observadores em diferentes referenciais (a dilatação temporal), assim como medidas de corpos em movimento nos levariam a medidas diferentes para referencias diversos (a contração do espaço).

RESUMO

Transformações de Galileu

Forma vetorial	*Forma escalar*
$\vec{s}' = \vec{s} - \vec{V}t$	$x' = x - Vt, \quad y' = y, \quad z' = z$
$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}$	$v'_x = v_x - V, \quad v'_y = v_y, \quad v'_z = v_z$
$\vec{a}' = \vec{a}$	$a'_x, = a_x, \quad a'_y = a_y, \quad a'_z = a_z$

E ainda que t = t\`

Postulados de Einstein

3) As leis físicas são as mesmas em todos os referenciais inerciais.

2) A velocidade da luz no vácuo é constante ($c \cong 300.000\ \mathrm{km/s}$), é a mesma em todas as direções e em todos os referenciais inerciais, e é independente do movimento da fonte de luz.

Conseqüências dos postulados de Einstein

1. Dilatação do tempo

$$t = \frac{t'}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}}$$

2. Contração do espaço

$$L = L'\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

PRÓXIMA AULA

Em nossa próxima aula continuaremos estudando a relatividade dos movimentos apresentando as transformadas de Lorentz e a dinâmica relativística.

GLOSSÁRIO

Postulado – princípio implícito ou explícito, mas não demonstrado por experimentação, de uma argumentação.

Múon – são partículas elementares originárias dos raios cósmicos, que por sua vez são partículas de origem extraterrestre.

REFERÊNCIAS

ALONSO, M., Finn, E. J. Física. 1ed. São Paulo: Addison-Wesley, 1999, 936p.

TIPLER, P. A., MOSCA, G. Física. Vol. 3. 5 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006, 293p.

GASPAR, A. Física. 1ed. São Paulo: Editora Ática, 2001.