Aula 6

ELETRODINÂMICA

META

Conceituar corrente elétrica.

Apresentar a lei de Ohm e sua aplicação nos resistores.

Definir força eletromotriz e então discutir os circuitos de corrente contínua.

Mostrar as leis de Kirchhoff como ferramenta indispensável na solução de circuitos elétricos complexos.

Discutir finalmente o processo de carga e descarga de um capacitor.

OBJETIVO

Ao fim dessa aula o aluno deve ser capaz de:

∉ compreender o conceito de corrente elétrica e saber calculá-la em circuitos simples;
∉ saber diferenciar uma associação em série de uma associação em paralelo, assim como calcular a resistência equivalente da associação;
∉ solucionar circuitos elétricos complexos com o auxílio das leis de Kirchhoff.

PRÉ- REQUISITOS

Conceitos de carga elétrica, campo elétrico e potencial elétrico.

Introdução

Nessa aula discutiremos os circuitos em que as cargas elétricas estão em movimento; não um movimento desordenado e caótico, mas ordenado com uma direção preferencial e definida pelo campo elétrico que propaga-se ao longo do condutor.

Não obstante para chegarmos à solução de circuitos complexos necessitaremos primeiramente aprender alguns pressupostos essenciais ao nosso estudo; como o conceito de corrente elétrica e os efeitos causados pela sua passagem em condutores. Em especial o efeito Joule que provoca o aquecimento dos condutores devido à passagem da corrente eletrônica.

Outro ponto de vital relevância em nosso aprendizado é a lei de Ohm para os resistores. Onde além de aprendermos como se relacionam corrente, potencial aplicado e dificuldade de fluxo eletrônico em um resistor; discutiremos as associações de resistores em série e em paralelo.

Nesse ponto você pode estar se perguntando como é que as cargas elétricas vão adquirir movimento. De fato para isso será necessário fornecer energia ao sistema e realizar trabalho sobre os portadores de carga elétrica. Então discutiremos também o conceito de força eletromotriz, que poderia ser interpretado como a energia cedida às cargas elétricas por um gerador disposto ao longo do circuito. Enfim estaremos preparados para a discussão e resolução dos circuitos mais complexos onde utilizaremos uma ferramenta muito poderosa para esse fim que são as leis de Kirchhoff.

Finalmente, para finalizar esse extenso capítulo, discutiremos os processos de carga e descarga de um capacitor.

8 – A corrente elétrica e seus efeitos

8.1 – Corrente elétrica

As pessoas leigas, quando falam a respeito de circuitos elétricos, especificamente de uma tomada declaram, por exemplo, o seguinte: a corrente desta tomada é de 220 V. Provavelmente este erro se propaga entre as pessoas, devido ao fato que quando uma pessoa toma um choque, a sensação é de que alguma coisa correu ou fluiu da tomada para o corpo. A sensação estar correta, realmente alguma coisa flui da tomada para o corpo, mas não é a diferença potencial de 220 V, mas sim cargas elétricas que se movem e que em determinadas situações podem até matar. Este movimento é chamado de corrente elétrica, que é um fluxo de partículas carregadas ou íons de maneira ordenada.

Em condutores, existe uma quantidade enorme de cargas elétricas (elétrons) prontas para se mover. Quando uma diferença de potencial é aplicada neste condutor, começa a existir um movimento ordenado de elétrons em uma direção bem definida.

Vamos supor que podemos medir a quantidade de carga que passa em um determinado tempo em uma seção transversal de um condutor. Pegando a o número de carga (N) e multiplicando pela carga (q) encontramos a quantidade de carga (Nq) e dividindo pelo tempo de observação (Δt), definimos a intensidade de corrente (I), assim

$$I = \frac{Nq}{\Delta t}$$

a quantidade de carga pode ser escrita como sendo $Nq = \Delta q$, assim

$$\boldsymbol{I = \frac{\Delta q}{\Delta t}} \tag{8.1}$$

A equação 8.1 nos fornece a corrente média em um determinado intervalo de tempo, porém a corrente instantânea é dada por

$$\boldsymbol{I = \frac{dq}{dt}} \tag{8.2}$$

e a unidade no SI é o Ampère (A) ou C/s, em homenagem a André Ampére (1775-1836).

Antes de se conhecer que uma corrente em um condutor metálico é devido ao movimento dos elétrons, definiu-se que o sentido da corrente seria o do campo elétrico. Os elétrons sendo partículas negativas se movem no sentido oposto ao campo elétrico e a corrente. Ficou um definição estranha mas de difícil mudança, devido ao longo tempo de uso.

No estudo de correntes elétricas existe um conceito muito usado no lugar da corrente elétrica: densidade de corrente.

Sabemos que o número de carga que passa em uma seção reta de um condutor é N. Vamos supor que a seção que estamos observando a passagem de cargas tem certo volume LA conforme a figura 8.1.

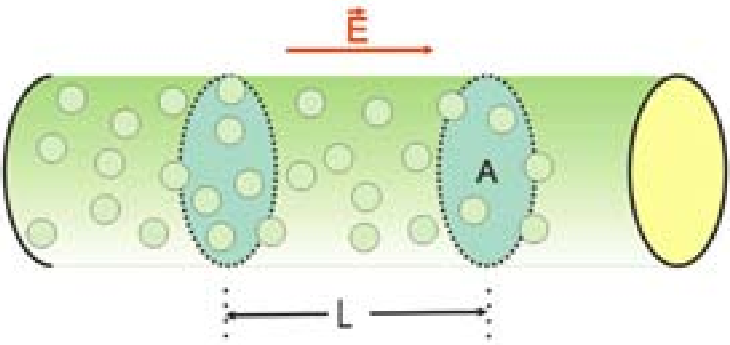


Figura 8.1 Movimento de cargas sobre um campo elétrico em volume LA.

A densidade de carga é

$$n = \frac{N}{Volume}$$

deste modo, n é o número de partículas carregadas por unidade de volume, então

$$N = n.Volume = nLA$$

$$v = \frac{L}{\Delta t} \rightarrow L = v\Delta t$$

$$N = nv\Delta tA$$

e como

$$\Delta q = Nq$$

então

$$\boldsymbol{\Delta q = nv\Delta tAq} \qquad (8.3)$$

onde v é a velocidade média das cargas, A é a área da seção reta. Introduzindo 8.3 em 8.1, temos

$$\boldsymbol{I = \frac{nv\Delta tAq}{\Delta t} = nvAq} \qquad (8.4)$$

A densidade de corrente ($\boldsymbol{J}$) é definida com sendo a corrente por unidade de área, assim

$$J = \frac{I}{A}$$

Usando a equação 8.4, finalmente

$$\boldsymbol{J = qnv} \tag{8.5}$$

Como a velocidade das cargas é um vetor, a equação 8.5 pode ser representada na sua forma vetorial, assim

$$\boldsymbol{\vec{J} = qn\vec{v}} \tag{8.6}$$

Analisando a equação 8.6 percebemos que o sentido de $\vec{J}$ pode ser o mesmo de $\vec{v}$, dependendo do sinal da carga q. Por exemplo, em condutores metálicos, as cargas são os elétrons, tem q um sinal negativo, o sentido de $\vec{J}$ será oposto a $\vec{v}$ e no mesmo sentido do campo elétrico ($\vec{E}$), já que cargas negativas se movimentam no sentido oposto ao $\vec{E}$. Em um outro sistema, por exemplo, uma solução iônica de cátions (cargas positivas), $\vec{J}$ terá o mesmo sentido de $\vec{v}$ e novamente o mesmo sentido de $\vec{E}$, pois cargas positivas se movimentam no mesmo sentido de $\vec{E}$. Deste modo, pode-se afirmar que a densidade de corrente $\vec{J}$, sempre estará no mesmo sentido do campo elétrico $\vec{E}$ (figura 8.2).

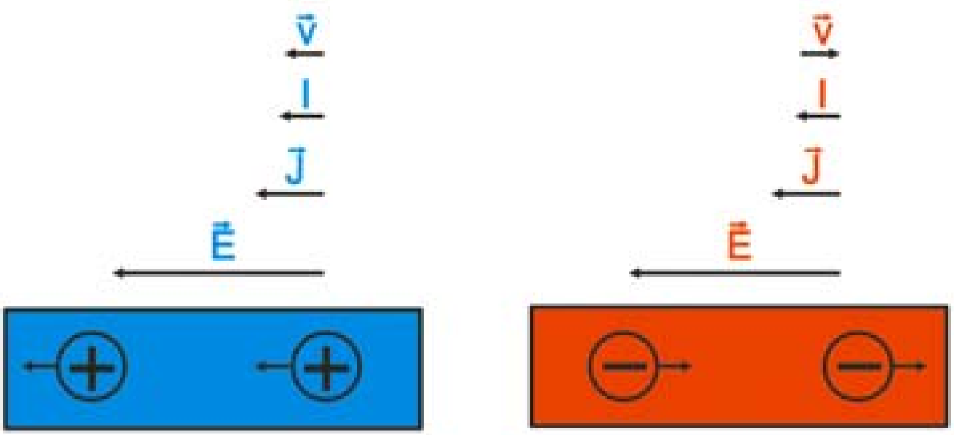


Figura 8.2 Representação do sentido da corrente I e dos vetores $\vec{E}$, $\vec{J}$ e $\vec{v}$.

Exemplo 8.1

Uma peça metálica foi recoberta por uma fina camada de prata. Para conseguir este êxito a placa foi imersa em uma solução contendo íons de Ag^+ e ligada ao terminal negativo de uma bateria. Foi aplicada uma corrente de 10 A durante 10 minutos. Calcule a massa e a quantidade átomos de prata depositados.

Solução:

A carga elétrica que chega no metal pode ser determinada pela equação 8.1, sabendo que $\Delta t = 10 \min = 10x60 = 600\ s$, então

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \rightarrow \Delta q = I\Delta t = 10x600 = 6000\ C$$

Sabendo que a constante de Farady $F\ =\ 9{,}6485x10^4\ C/mol$, então

$$F = \frac{\Delta q}{n^o\ mols} \rightarrow n^o\ mols = \frac{\Delta q}{F} = \frac{6000}{9{,}6485x10^4} = 6{,}22x10^{-2}\ mol$$

O peso molecular da prata é $PM = 107{,}87\ g/mol$, a massa depositada foi

$$\begin{array}{ll} 107{,}87\ g & \rightarrow 1\ mol \\ m & \rightarrow\ 6{,}22x10^{-2}\ mol \end{array}$$

$$\boldsymbol{m = 6{,}71\ g}$$

O número de Avogrado nos fornece o número de átomos em um mol ($N_A = 6{,}022x10^{23}\ átomos/mol$), o produto de número de mols por N_A, teremos o número de átomos depositados (N), então

$$N =\ n^o\ molsxN_A =\ 6{,}22x10^{-2}x6{,}022x10^{23} = \boldsymbol{3{,}87x10^{22}}$$

Exemplo 8.2

Através de um fio cobre de 2,5 mm de diâmetro passa uma corrente de 1,3 A. Determine a densidade de corrente e a velocidade média dos elétrons.

Solução:

A densidade de corrente é dada por

$$J = \frac{I}{A}$$

e como o fio é cilíndrico a área A da seção reta é

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

usando que $d = 2{,}5\, mm = 2{,}5x10^{-3}\, m$, assim

$$A = \frac{3{,}14x(2{,}5x10^{-3})^2}{4} = 4{,}91x10^{-6}\, m^2$$

a densidade fica

$$J = \frac{10}{4{,}91x10^{-6}} = \mathbf{2,6x10^5\ A/m^2}$$

Normalizando a densidade de elétrons (n) pelo número de Avogrado (N_A), temos

$$\frac{n}{N_A} = \frac{\text{atomos/m}^3}{\text{atomos/mol}} = \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

e normalizando a densidade pelo peso molecular, fica

$$\frac{\rho}{PM} = \frac{\text{massa/m}^3}{\text{massa/mol}} = \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

deste modo, podemos fazer a igualdade

$$\frac{n}{N_A} = \frac{\rho}{PM} \rightarrow n = \frac{N_A \rho}{PM}$$

Usando que $\rho_{Cu} = 9x10^3\ kg/m^3$ e $PM_{Cu} = 6{,}4x10^2\ kg/m^3$, a densidade de elétrons fica

$$n = \frac{(6{,}022x10^{23})(9x10^3)}{6{,}4x10^2} = 8{,}47x10^{28}\ el\acute{e}trons/m^3$$

e através da equação 8.5, podemos encontrar a velocidade média dos eletros usando que a carga do elétron é $q = 1{,}6x10^{-19}C$, assim

$$J = qnv\ \rightarrow v = \frac{J}{qn} = \frac{2{,}6x10^5}{(1{,}6x10^{-19})(8{,}47x10^{28})} = 3{,}8x10^{-5}\frac{m}{s} = 14\ cm/h$$

8.2 – Lei de Ohm

Georg Ohm (1787-1854) realizou um intenso estudo do comportamento de diversos condutores quando submetidos a uma diferença de potencial, e assim ele propôs a ***lei de Ohm***. Ele estabeleceu que

Para um condutor a temperatura constante, a relação entre a diferença de potencial entre dois pontos do condutor e a corrente elétrica que o atravessa é constante.

A constante que ele se refere é chamada de resistência elétrica R do condutor entre os dois pontos que o potencial está sendo aplicado. A lei de Ohm pode ser expressa por

$$\boldsymbol{\frac{\Delta V}{I} = R\ \ ou\ \ \Delta V = RI} \tag{8.7}$$

A unidade de R é V/A ou ohm (Ω), sendo assim, um ohm é resistência de um condutor que pelo qual passa uma corrente de um ampère quando submetido a uma diferença de potencial de 1 volt. Pode-se verificar que um gráfico de $\boldsymbol{\Delta V x I}$ será uma reta, cujo o coeficiente angular é a resistência $\boldsymbol{R}$. Simbolicamente, a resistência ou resistor é representado conforme a figura 8.3

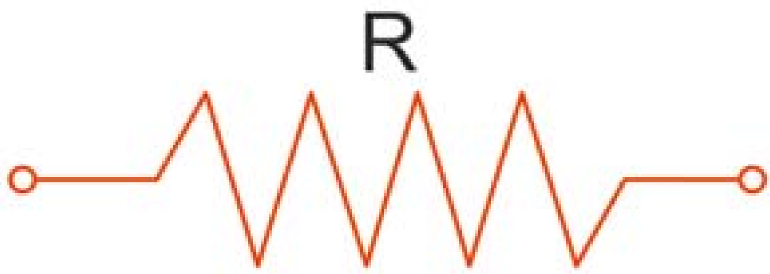


Figura 8.3 Representação simbólica de um resistor.

A lei de Ohm pode ser anunciada de outra maneira. A razão entre o campo elétrico e a densidade de corrente é uma constante. Esta constante é chamada de ***resistividade*** e é expressa por

$$\boldsymbol{\rho = \frac{E}{J}} \tag{8.8}$$

A unidade é dada por

$$\rho = \frac{\frac{V}{m}}{\frac{A}{m^2}} = \frac{V}{A}m = \Omega.m$$

a qual é bem característica de cada material. Quanto maior resistividade (dificuldade a passagem de cargas) menos condutor é o material. Sendo assim, a ***condutividade*** é o inverso da resistividade

$$\boldsymbol{\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (\Omega^{-1}.m^{-1})} \tag{8.9}$$

Um bom condutor de eletricidade possui condutividade elétrica maior do que um isolante. Os semicondutores possuem uma condutividade intermediária entre um condutor e um isolante.

Quando um determinado material segue a lei de ohm ele é chamado de material ôhmico, tem um comportamento linear, ρ para uma determinada temperatura, independe do valor do campo elétrico aplicado. Por outro lado, existem materiais que têm um comportamento diferenciado da lei de ohm, são os materiais não ôhmicos ou não lineares, J depende de E de um modo mais complexo.

A resistência elétrica R da equação 8.7 pode ser expressa na forma das dimensões do material. Tomando como exemplo a representação da figura 8.1, podemos escrever que

$$E = \frac{\Delta V}{L} \rightarrow \Delta V = E.L$$

e aplicando na equação 8.8 e também usando que J = I/A, temos

$$\mathbf{\Delta V = \rho J L = \frac{\rho I L}{A}} \tag{8.10}$$

inserindo a equação 8.10 na equação 8.7, ficamos

$$R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{\frac{\rho I L}{A}}{I}$$

$$\boldsymbol{R = \rho \frac{L}{A}} \tag{8.11}$$

A equação 8.11 nos indica que R é proporcional a dimensão e inversamente proporcional a área da seção reta do condutor, tendo como constante de proporcionalidade a resistividade.

Exemplo 8.3

Um fio possui seção reta com área A = 8,2x10⁷ m² e diâmetro igual a 1,02 mm. Ele conduz uma corrente I = 1,67 A. Calcule a) o módulo do campo elétrico no fio; b) a diferença de potencial entre dois pontos separados por uma distância igual a 50 m; c) a resistência de um segmento do fio de comprimento igual a 50 m. Dado: $\rho = 1{,}72x10^{-8}\ \Omega.m$

Solução:

a)Usando a equação 8.8, temos

$$E = \rho J = \rho \frac{I}{A} = 1{,}72x10^{-8} \frac{1{,}67}{8{,}2x10^{-7}} = \mathbf{0{,}0035\ V/m}$$

b)A diferença de potencial é dada por

$$V = EL = 0{,}0035x50 = \mathbf{1{,}7\ V}$$

c)Como o potencial V foi calculado para o comprimento de 50 m, podemos usar a lei de Ohm (equação 8.7), assim

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1{,}7}{1{,}67} = \mathbf{1\ \Omega}$$

Pode ser feito um cálculo sem usar o potencial através da equação 8.11, assim

$$R = \varrho\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{A}} = 1{,}72x10^{-8}\ \frac{50}{8{,}2x10^{-7}} = \mathbf{1\ \Omega}$$

8.3 – Potência elétrica

Quando é aplicada uma diferença de potencial a um condutor, aparece uma corrente que para ser mantida precisa de energia, porque as cargas são aceleradas pelo campo elétrico.

Vamos supor que em um condutor exista N cargas q submetidas a uma diferença de potencial ÷V. O produto de Nq corresponde a carga total Q e a energia total (equação 5.6) adquirida é dado por

$$Energia\ total = Q\Delta V \qquad (8.12)$$

Normalizando a equação 8.12 pelo tempo que a corrente foi aplicado encontra-se a potência necessária para mantê-la, assim

$$\boldsymbol{P = \frac{Q\Delta V}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t}\Delta V = I\Delta V} \qquad (8.13)$$

A equação é válida para qualquer tipo de condutor, mesmo para aqueles que não são ôhmicos, entretanto se for usada a lei de Ohm ($\Delta V = RI$), encontra-se uma expressão que é válida só para condutores ôhmicos, assim

$$\boldsymbol{P = I\Delta V = I.RI = RI^2} \tag{8.14}$$

Exemplo 8.4

(a)Determine a resistência de um cabo de cobre de 1 m de comprimento e 8 mm² de seção transversal. Se for percorrido por uma corrente de 0,74 A, calcule (b) a queda de tensão entre os extremos do cabo e (c) a potência dissipada. Dado: $\rho = 1{,}72x10^{-8}\ \Omega.m$

Solução:

a)Usando a equação 8.11 com A = 8 mm² = $8(10^{-3}m)^2 = 8x10^{-6}\ m^2$, assim

$$R = \varrho\frac{L}{A} = 1{,}72x10^{-8}\ \frac{1}{8x10^{-6}} = 0{,}00215\ \Omega = \mathbf{2{,}15\ \ m\ \Omega}$$

b)Usando a equação 8.7, temos

$$\Delta V = RI = 0{,}00215x0{,}74 = 0{,}00159 = \mathbf{1{,}59\ mV}$$

c)Usando a equação 8.13, temos

$$P = I\Delta V = 0{,}74x0{,}00159 = 0{,}00189 = \mathbf{1{,}89\ mW}$$

8.4 – Associação de resistores

Quando os resistores são associados em série (figura 8.4), uma mesma corrente percorre todos eles e segundo a lei de Ohm ocorre uma queda de potencial em cada resistor, assim

$$\Delta V_1 = R_1 I, \qquad \Delta V_2 = R_2 I, \ldots, \Delta V_n = R_n I$$

A queda de tensão total é dada por

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \ldots + \Delta V_n = (R_1 + R_2 + \ldots + R_n)I$$

A soma de todos os resistores pode ser representada por um Rs equivalente, assim

$$\boldsymbol{R_s = R_1 + R_2 + \ldots + R_n} \qquad (8.15)$$

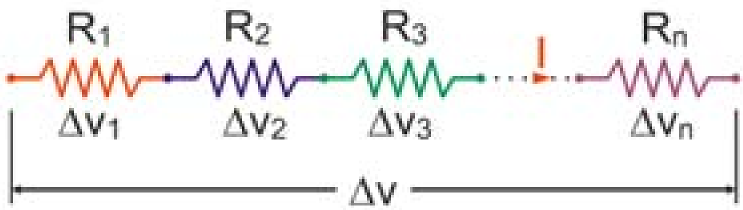


Figura 8.4 Associação de resistores em série.

Para uma associação em paralelo, as resistências são ligadas de modo que se tenha uma mesma queda de potencial (diferença de potencial = d.d.p.) para todas (figura 8.5). De acordo com a lei de Ohm, temos

$$I_1 = \frac{\Delta V}{R_1}, \qquad I_2 = \frac{\Delta V}{R_2}, \ldots, I_1 = \frac{\Delta V}{R_n}$$

A corrente total é dada pela soma de cada corrente, assim

$$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}\right)\Delta V$$

Para satisfazer a lei de Ohm, a resistência R equivalente a associação em paralelo é

$$\boldsymbol{\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}} \qquad (8.16)$$

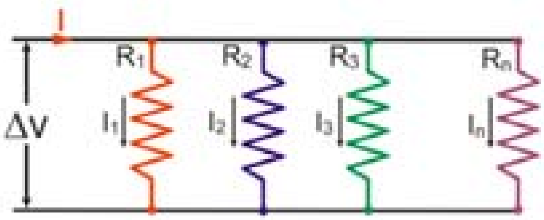
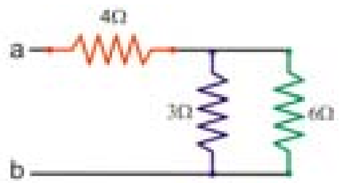


Figura 8.4 Associação de resistores em paralelo.

Exemplo 8.5

Calcule a resistência equivalente do circuito e a corrente em cada resistor sabendo que a d.d.p. entre A e B é igual a 18 V.

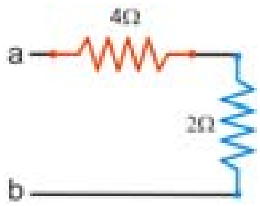


Solução:

Vamos inicialmente calcular a resistência equivalente total R, deste modo deve-se calcular a resistência equivalente dos dois resistores em paralelo (Rp), assim

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} \rightarrow R_p = \frac{6}{3} = 2\,\Omega$$

Redesenhando o circuito, temos



um circuito com resistores associados em série, deste modo a resistência equivalente Rs que é igual a resistência total R é dada por

$$R = R_s = 4 + 2 = \mathbf{6\,\Omega}$$

Usando a equação 8.7, determina-se a corrente total sobre o circuito, assim

$$\Delta V = RI \rightarrow 18 = 6xI \rightarrow I = \frac{18}{6} = \mathbf{3\,A}$$

A corrente que passa pelo resistor de 4 T, corresponde a I_4 = 3 A, então a d.d.p. sobre ele será de

$$\Delta V_4 = R_4 I_4 = 4x3 = 12\,V$$

Isto significa que a d.d.p. sobre os resistores que estão em paralelo corresponde a

$$\Delta V_p = 18 - 12 = 6\,V$$

deste modo pode-se calcular a corrente em cada resistor, assim

$$\Delta V_3 = R_3 I_3 \;\rightarrow\; I_3 = \frac{\Delta V_3}{R_3} = \frac{\Delta V_\mathrm{p}}{R_3} = \frac{6}{3} = \boldsymbol{2\,A}$$

$$\mathrm{I}_6 = \frac{\Delta V_\mathrm{p}}{R_6} = \frac{6}{6} = \boldsymbol{1\,A}$$

observe que

$$I_3 + \mathrm{I}_6 = \mathrm{I} = 3\,\mathrm{A}$$

8.5 – Circuitos de corrente contínua

Existem dois tipos de circuitos, os de corrente contínua e os de corrente alternada. A diferença entre eles é que no de corrente contínua a corrente é constante, não varia no tempo, já para o de corrente alternada, por exemplo, aqui no Brasil, o sinal da corrente alterna entre positivo e negativo 60 vezes em cada segundo. Isto equivale a uma freqüência de rede de 60 Hz, o sinal em cada pino de uma tomada fica alternando nesta freqüência.

Como exemplo de circuitos de corrente contínua temos o celular, notebook e de corrente alternada podem ser um ventilador, ferro de passar roupa, chuveiro elétrico, e etc. Muitos equipamentos que são ligados na rede elétrica funcionam com corrente contínua, pois internamente eles possuem um conversor de corrente alternada (da tomada) para corrente contínua, são eles: computador, impressora, DVD, e etc.

Nesta seção, vamos estudar circuitos fechados de corrente contínua, onde além dos elementos que provocam a queda de tensão, existem àqueles que alimentam o circuito, os quais vão ser chamados de geradores elétricos ou simplesmente baterias, conectados em forma de um anel como descrito na figura 8.5.

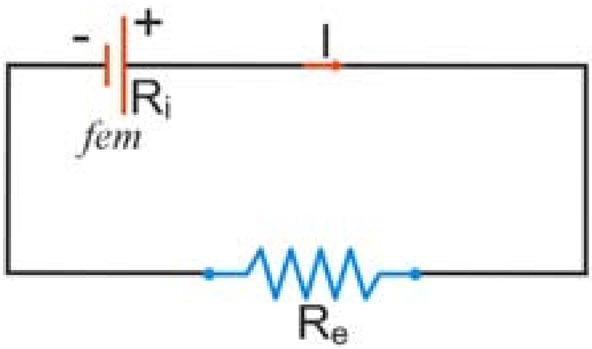


Figura 8.5 Representação de um circuito fechado de corrente contínua.

Para mover toda carga no circuito é necessário realizar trabalho. O trabalho total realizado sobre o circuito é chamado de força eletromotriz, ou simplesmente fem. A energia fornecida as cargas é igual a energia transferida para os materiais que compõem os condutores, assim

$$\boldsymbol{fem = RI} \tag{8.17}$$

onde R é a resistência total do circuito percorrido por uma corrente total I. Observe que a equação 8.17 é lei de Ohm mas diferente um pouco quando no lugar da *fem* se tem ÷V. A *fem* é aplicada em circuito fechado, enquanto ÷V é a diferença de potencial entre dois ponto em um condutor.

Convencionou-se que em uma bateria o pólo de maior potencial é o positivo e o de menor potencial é o negativo e que a corrente flui do positivo para o negativo, em sentido oposto a corrente real.

Para o circuito figura 8.5 a resistência equivalente é dada por

$$R = R_e + R_i$$

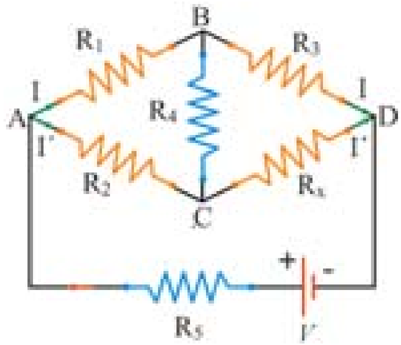
onde Re e Ri são as resistências externa do circuito e interna da bateria, respectivamente. A lei de Ohm para o circuito deve ser escrita como

$$\boldsymbol{fem} = (R_e + R_i)\boldsymbol{I} \rightarrow \boldsymbol{fem} - R_i\boldsymbol{I} = R_e\boldsymbol{I} \tag{8.18}$$

cada lado da segunda equação 8.18 dá a d.d.p. entre os pólos da bateria. Corresponde a um valor menor do que o valor nominal (*fem*), entretanto, se o circuito estiver aberto, a corrente será zero e o valor nos pólos da bateria será o mesmo da *fem*.

Exemplo 8.6

Existe um circuito fechado muito especial chamado de ponte de Wheatstone – ele é usado para medir resistências desconhecidas. Determine as condições para que a corrente que flui por R_4 seja nula.



Solução:

Para que a corrente em R_4 seja nula, a d.d.p entre B e C também deverá ser nula. Quando a corrente chegar no ponto B ou C ela não deverá se dividir, então, a corrente em R_1 deverá ser igual em R_3 e a corrente em R_2 deverá ser igual em R_x, assim

$$\Delta V_{AB} = R_1 I$$
$$\Delta V_{BD} = R_3 I$$
$$\Delta V_{AC} = R_2 I'$$
$$\Delta V_{CD} = R_x I'$$

A d.d.p entre os pontos B e C é igual a zero devido a corrente ser zero, então

$$\Delta V_{BC} = 0 \rightarrow V_B - V_C = 0 \rightarrow V_B = V_C$$

Como $V_B = V_C$, implica que

$$\Delta V_{AB} = \Delta V_{AC}$$
$$\Delta V_{BD} = \Delta V_{CD}$$

então

$$R_1 I = R_2 I' \rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{I'}{I}$$

$$R_3 I = R_x I' \rightarrow \frac{R_3}{R_x} = \frac{I'}{I}$$

realizando a igualdade, temos

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x}$$

$$\boldsymbol{R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1}} \qquad (8.19)$$

Através da equação 8.19, pode-se determinar a resistência desconhecida Rx, foi com esta finalidade de Wheatstone criou este circuito.

8.6 – Leis de Kirchhoff

Muitos circuitos não podem ser reduzidos a circuitos que tenham resistores em série ou paralelos, como é o caso do circuito do exemplo 8.6 na condição que a corrente que passa por R_4 ser diferente de zero.

O físico alemão Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) desenvolveu uma técnica que é composta de duas leis básicas que se apóiam de que toda junção de dois ou mais condutores chama-se ***nó*** e que caminho fechado é chamado de ***malha***. Em relação ao exemplo 8.6, podemos ver que existem alguns nós, por exemplo, os nós A, B, C e D e algumas malhas como a malha ABC e a BCD.

As leis de Kirchhoff são enunciadas da seguinte maneira:

Lei dos nós: *a soma algébrica de todas as correntes que entram ou saem de um nó, é igual a zero, ou seja* $\sum I = 0$.

Lei das malhas: *a soma algébrica de todas as diferenças de potencial através de uma malha, incluindo os elementos resistivos e a fem de todas as fontes, é necessária igual a zero, ou seja* $\sum V = 0$.

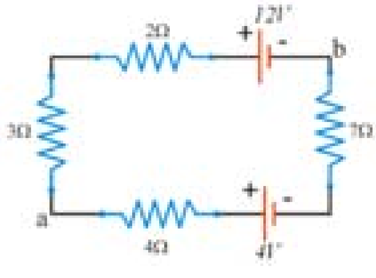
A lei dos nós tem como base a conservação da carga elétrica, pois a carga que chega deve ser igual a carga que sai por unidade de tempo. Em outras palavras, como a carga por unidade de tempo é a corrente, a soma algébrica de toda corrente que entra, considerada positiva é igual a toda corrente que sai, considerada negativa.

Em relação a lei das malhas é convencionado que, partindo de um determinado ponto do circuito quando atravessamos uma fonte de tensão no sentido do – para +, a *fem* deve ser considerada positiva. Para o caso quando atravessamos uma fonte no sentido + para –, a *fem* deve ser considerada negativa. Em relação aos resistores, adota-se o seguinte: quando atravessamos no mesmo sentido da corrente o termo IR é negativo porque a corrente está fluindo no sentido do decréscimo do potencial e quando atravessamos no sentido contrário a corrente o termo IR é positivo, porque isso corresponde a um aumento do potencial

---

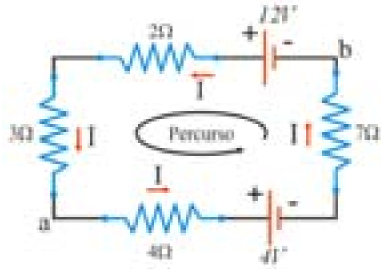
Exemplo 8.7

O circuito indicado na figura contém dois resistores e duas baterias, cada uma delas com uma fem e uma resistência interna. Calcule a) a corrente no circuito; b) a diferença de potencial V_{ab} e c) a potência de cada fem.



Solução:

a)Para determinarmos a corrente é necessário primeiro escolher o sentido da corrente. Para isto vamos adotar que ela sai da bateria de maior potencial e vamos colocar a o caminho de circulação no sentido da corrente. Note que este é um circuito bastante simples e que não possui nós, então a equação para malha é



$$-Ix4 - 4 - Ix7 + 12 - Ix2 - Ix3 = 0$$

$$8 - Ix16 = 0 \ \rightarrow I = \frac{8}{16} = \mathbf{0,5\ A}$$

b)A diferença de potencial Vab corresponde a diferença de potencial de a em relação a b. O método consiste em partir de b até a, fazendo uma soma algébrica dos potenciais, obedecendo se o caminho está no mesmo sentido ou sentido contrário a corrente. Existem dois caminhos, então

$$Caminho\ 1: V_{ab} = 0{,}5x7 + 4 + 0{,}5x4 = \mathbf{9,5\ V}$$

$$Caminho\ 2: V_{ab} = 12 - 0{,}5x2 - 0{,}5x3 = \mathbf{9,5\ V}$$

c)A potência da fem de 12 V é dada pela equação 8.13, assim

$$P = 12x0{,}5 = \mathbf{6\ W}$$

e para fem de 4 V, temos

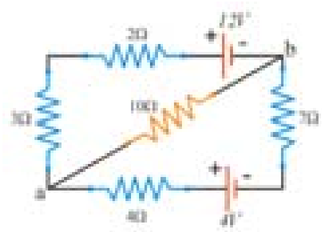
$$P = -4x0{,}5 = -\mathbf{2W}$$

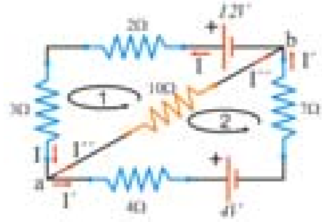
O sinal negativo vem do fato que a corrente percorre a bateria do terminal com potencial mais elevado para o terminal com potencial mais baixo. O resto da potência é dissipado nos 4 resistores e que pode ser verificado usando que $P = I^2R$.

O exemplo que foi resolvido é semelhante ao caso que a bateria de um carro é carregada por outra e o resistores correspondem aos cabos de ligação.

Exemplo 8.8

O circuito do exemplo foi 8.7 foi modificado e foi incluído um resistor de entre os pontos a e b. Qual a corrente que passa no trecho a e b e o potencial Vab.





Solução:

Neste caso, os pontos a e b são nós e passamos a ter duas malhas conforme a figura ao lado.

$$Malha\ 1: 12 - 2xI - 3xI - 10xI = 0 \rightarrow I = \frac{12}{15} = 0{,}8\ A$$

$$Malha\ 2: -4 - 7xI' + 10xI'' - 4xI' = 0 \rightarrow -4 - 11xI' + 10xI'' = 0$$
$$Nó\ a: I = I' + I'' \rightarrow 0{,}8 = I' + I'' \rightarrow I' = 0{,}8 - I''$$

Introduzindo a equação do nó a malha 2, temos

$$-4 - 11(0{,}8 - I'') + 10xI'' = 0$$

$$-4 - 8{,}8 + 11xI'' + 10xI'' = 0$$

$$-12{,}8 + 21xI'' = 0$$

$$I'' = \frac{12{,}8}{21} = 0{,}61\ A$$

A corrente de 0,61 A corresponde a corrente que passa no trecho a e b. Para encontrar o potencial, aplica-se a lei de Ohm no resistor central, assim

$$V_{ab} = 0{,}61x10 = \mathbf{6{,}1\ V}$$

8.7 – Circuito R-C

Foi visto até o momento circuitos que a corrente se mantém constante durante o tempo. Entretanto, quando em um simples circuito como o da figura 8.5 é introduzir um capacitor, haverá uma situação transiente que a corrente terá uma mudança substancial até que o capacitor se carregue ou descarregue no tempo.

Em muitos aparelhos eletrônicos é facilmente visto a atuação dos capacitores, principalmente quando desligamos, umas pequenas luzes ainda permanecem acessas, indicando que os capacitores ainda estão carregados.

Vamos fazer uma modificação no circuito da figura 8.5 e introduzir um capacitor e uma chave liga-desliga, conforme a figura 8.6.

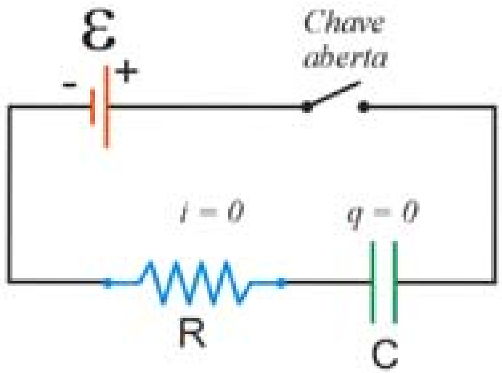


Figura 8.6 Circuito para carregar um capacitor. Imediatamente antes de fechar a chave a carga é igual a zero.

8.7.1 – Processo de carga de um capacitor

Quando a chave é fechada uma corrente passa a circular e o capacitor começar a se carregar (figura 8.7). A força eletromotriz produz uma corrente I que produz cargas +q e –q nas placas do capacitor e a velocidade com que este processo acontece é dada por

$$I = \frac{dq}{dt} \tag{8.20}$$

e diferença de potencial no capacitor é dada por $\Delta V = q/C$.

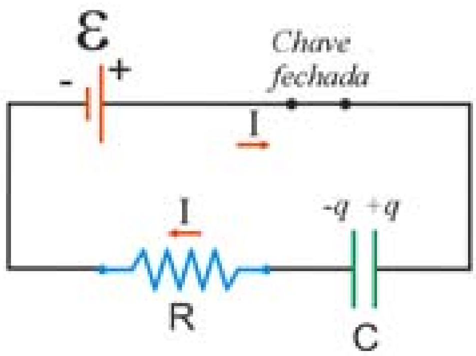


Figura 8.7 Circuito para carregar um capacitor. Imediatamente depois que a chave foi fechada, dando início ao processo de carga.

Aplicando a lei das malhas em um percurso no mesmo sentido da corrente, temos

$$\varepsilon - \frac{q}{c} - RI = 0 \ \rightarrow RI = \varepsilon - \frac{q}{c} \tag{8.21}$$

Introduzindo a equação 8.20 em 8.21, temos

$$R\frac{dq}{dt} = \varepsilon - \frac{q}{c} = -\frac{1}{C}(q - \varepsilon C)$$

$$\frac{dq}{q-\varepsilon C} = -\frac{1}{RC}dt \tag{8.22}$$

Como em t = 0 a carga do capacitor é zero (q = 0), integrando ambos os termos, ficamos

$$\int_0^q \frac{dq}{q-\varepsilon C} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

O cálculo destas integrais nos leva a

$$\ln(q-\varepsilon C) - \ln(-\varepsilon C) = -\frac{t}{RC} \rightarrow \ln\left(\frac{q-\varepsilon C}{-\varepsilon C}\right) = -\frac{t}{RC}$$

Usando que $lnx = y \rightarrow x = e^y$, temos

$$\frac{q-\varepsilon C}{-\varepsilon C} = e^{-t/RC}$$

$$\boldsymbol{q = \varepsilon C(1 - e^{-t/RC})} \tag{8.23}$$

Observe que o segundo termo entre parêntese da equação 8.23 diminui com o tempo, conduzindo a carga do capacitor para um valor assintótico $\boldsymbol{\varepsilon C}$. A quantidade $\boldsymbol{\tau = RC}$ é chamada de ***constante de tempo*** ou ***tempo de relaxação do circuito***. O tempo que o capacitor vai levar para ser carregado depende do valor de $\boldsymbol{\tau}$. Quanto maior valor, maior será o tempo para o capacitor ser carregado, devido ao fato que t precisa se aproximar do valor do produto RC.

A expressão para corrente é calculada introduzindo 8.23 em 8.20, assim

$$I = \frac{d\varepsilon C(1 - e^{-t/RC})}{dt} = -\frac{d\varepsilon Ce^{-t/RC}}{dt}$$

$$\boldsymbol{I = \frac{\varepsilon}{R}e^{-t/RC}} \tag{8.24}$$

No início do processo, quando t = 0, o valor da corrente é igual a $\boldsymbol{\varepsilon/R}$, de acordo com a lei de Ohm. A corrente decresce exponencialmente com o tempo e para longos tempos ela será zero, indicando que o capacitor está carregado e que a diferença de potencial sobre o capacitor será igual a fem.

8.7.2 – Processo de descarga de um capacitor

Vamos considerar que após o capacitor ter sido carregado a chave foi aberta e a que bateria do circuito da figura 8.6 foi retirada, assim temos a situação descrita na figura 8.8 de um circuito composto de apenas um capacitor, um resistor e uma chave liga-desliga.

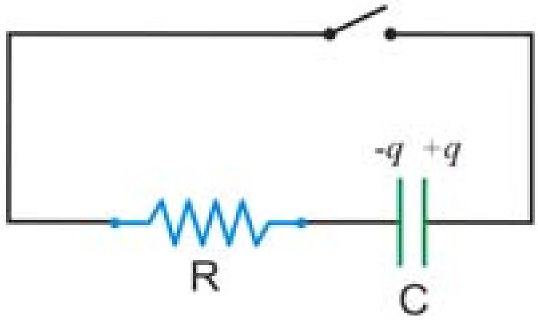


Figura 8.8 Circuito de descarga de um capacitor com a chave aberta.

Quando a chave é fechada (figura 8.9) o capacitor se descarregada através da resistência $\boldsymbol{R}$ e como não há força eletromotriz aplicada $\boldsymbol{\varepsilon = 0}$, e a equação 8.22 pode ser escrita como

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

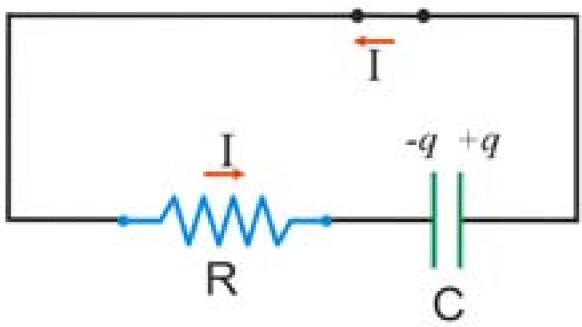


Figura 8.9 Circuito de descarga de um capacitor com a chave fechada.

Em $\boldsymbol{t = 0}$ vamos supor que exista uma carga q_0, então integrando em ambos os lados, temos

$$\int_{q_o}^{q} \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

Resolvendo as integrais, temos

$$\ln q - \ln q_o = -\frac{t}{RC} \rightarrow \ln\left(\frac{q}{q_o}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$\frac{q}{q_o} = e^{-t/RC}$$

$$\boldsymbol{q = q_o e^{-t/RC}} \qquad (8.25)$$

A partir da equação da carga podemos encontrar o comportamento da corrente no tempo, assim

$$I = \frac{dq}{dt} = q_o \frac{de^{-t/RC}}{dt}$$

$$\boldsymbol{I = -\frac{q_o}{RC} e^{-t/RC}} \qquad (8.26)$$

A carga e a corrente diminuem exponencialmente com o tempo, ambos tendem a zero para um tempo muito grande.

Exemplo 8.9

Um resistor com resistência 10 MT é conectado em série a uma capacitor cuja capacitância é de 1,0 μF e com uma bateria de fem igual a 12 V, como indicado na figura 8.6. Antes da chave ser fechada no instante t = 0, o capacitor está descarregado. a)Qual é a constante de tempo? b)Qual é a fração da carga final que está sobre uma das placas quando t = 46 s? c)Qual é a fração da corrente inicial que permanece quando t = 46 s?

Solução:

a)Usando que $\boldsymbol{\tau = RC}$, temos

$$\tau = RC = (10x10^6)x(1x10^{-6}) = \mathbf{10\ s}$$

b)De acordo com a equação 8.23, a quantidade $q_f = \varepsilon C$ corresponde a carga final, a fração da carga final corresponde a q/q_f, então

$$\frac{q}{q_f} = 1 - e^{-t/RC} = 1 - e^{-46/10} = 0{,}99$$

O capacitor fica 99% carregado depois de um tempo igual a 4,6RC, ou 4,6 constantes de tempo.

c)De acordo com equação 8.24 a corrente inicial é dada por $I_o = \frac{\varepsilon}{R}$, então

$$\frac{I}{I_o} = e^{-t/RC} = e^{-46/10} = 0{,}01$$

Depois de um tempo igual a 4,6 constantes de tempo, a corrente diminui para 1% do seu valor inicial.

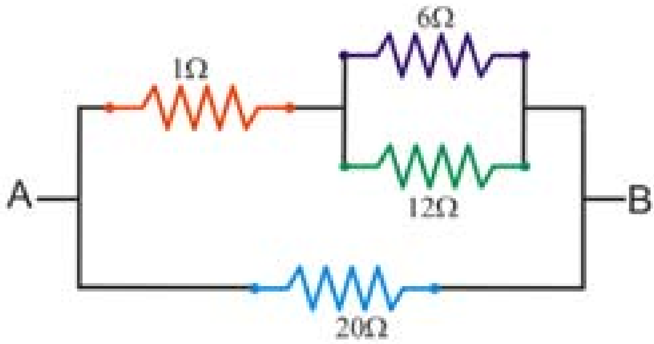
ATIVIDADES

11) Determine a variação na densidade de corrente que ocorre quando uma corrente de 0,25 A sai de um fio com 2 mm de diâmetro para um de 0,5 mm.

12) Aplica-se uma diferença de potencial de 0,1 V a um cabo de cobre de 2 m de comprimento e 1 mm de diâmetro. Quantos elétrons atravessam a seção transversal do cabo, por segundo?

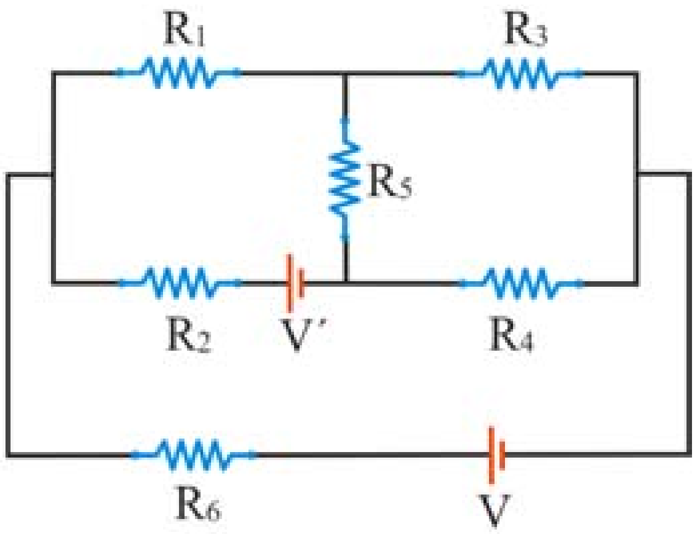
13) Repita o exemplo 8.4 para um cabo com um raio duplo e faça uma análise comparativa com os resultados obtidos no exemplo 8.4.

14) Calcule a resistência equivalente da associação de resistências. Determine, também, a corrente elétrica em cada resistência supondo a d.d.p. aplicada entre A e B de 30 V.



15) O capacitor da figura 8.8 está carregado com uma carga de 5,0 μC e em seguida a chave é fechada e ele começa a se descarregar (R = 10 MT e C = 1,0 μF). a)Em que instante a carga do capacitor é igual a 0,5 μC? b)Qual é a corrente nesse instante?

16) Calcule a corrente elétrica do circuito sabendo que $R_1 = R_5 = R_6 = 2T$, $R_3 = 4T$ e $R_4 = 1T$, enquanto V = 10V e V´ = 5V.



CONCLUSÃO

Ao longo dessa aula você teve a oportunidade de verificar como origina-se um fluxo eletrônico ou corrente elétrica, bem como comportam-se os portadores de carga enquanto se propagam ao longo de um condutor e os efeitos causados pela sua passagem nesses condutores.

Pôde observar que a corrente elétrica depende do campo elétrico que atua no interior do condutor e ainda calcular a velocidade dos portadores de carga ao longo desses condutores.

Aprendeu que a lei de Ohm calcula a dificuldade que a corrente eletrônica tem de atravessar um condutor e que essa grandeza foi denominada de resistência elétrica e relaciona-se através do quociente da diferença de potencial aplicado nos terminais do condutor e a corrente elétrica atuante nesse instante. Aprendeu ainda a determinar uma resistência equivalente em uma associação seja ela em série, paralela ou mista.

Mostramos que para mover toda carga no circuito é necessário realizar trabalho e que o trabalho total realizado sobre o circuito é chamado de força eletromotriz, ou simplesmente fem. Os geradores elétricos são os responsáveis então pelo fornecimento da energia necessária à movimentação das cargas elétricas.

Enfim calculamos circuitos simples e finalmente circuitos complexos de corrente contínua onde nos valemos da lei dos nós e lei das malhas de Kirchhoff.

RESUMO

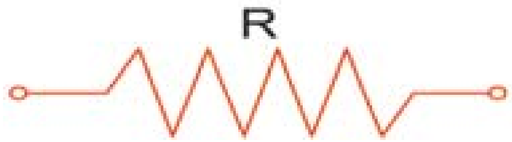
Corrente elétrica

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Lei de Ohm

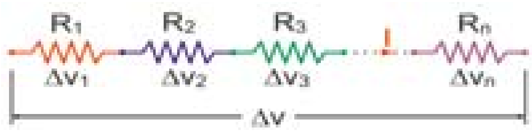
Para um condutor a temperatura constante, a relação entre a diferença de potencial entre dois pontos do condutor e acorrente elétrica que o atravessa é constante.

$$\frac{\Delta V}{I} = R \;\; ou \;\; \Delta V = RI$$



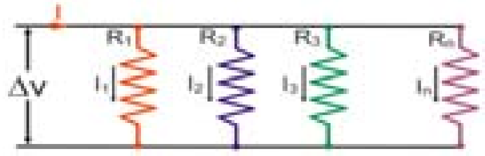
Associação de resistores

∉ ***Em série***



$$R_s = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

∉ ***Em paralelo***



$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

Potência elétrica

$$\boldsymbol{P = \frac{Q\Delta V}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t}\Delta V = I\Delta V}$$

Leis de Kirchhoff

Lei dos nós: *a soma algébrica de todas as correntes que entram ou saem de um nó, é igual a zero, ou seja* $\sum I = 0$.

Lei das malhas: *a soma algébrica de todas as diferenças de potencial através de uma malha, incluindo os elementos resistivos e a fem de todas as fontes, é necessária igual a zero, ou seja* $\sum V = 0$.

PRÓXIMA AULA

Em nossa próxima aula estudaremos as bases do magnetismo.

REFERÊNCIAS

ALONSO, M., Finn, E. J. Física. 1ed. São Paulo: Addison-Wesley, 1999, 936p.

SERWAY, R. A., JEWETT Jr, J. W. Princípios de Física. Vol. 1. 3 ed. São Paulo: Thomson, 2005, 403p.

HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J. Fundamentals of Physics – Extended. 4 ed. New York: John Wiley & Sons, 1993, 1306p.