

# Aula 7

## CAMPO MAGNÉTICO E FORÇA MAGNÉTICA

### META

Definir, caracterizar e mostrar as propriedades de um imã.

Conceituar campo magnético e linhas de indução magnética.

Definir força magnética, mostrar como surgem as interações eletromagnéticas e caracterizá-la em suas principais propriedades.

Conceituar fluxo magnético e apresentar a lei de Gauss para o magnetismo.

Estudar o comportamento de partículas carregadas e correntes elétricas em um campo magnético.

Explicar a célebre experiência de Thomson e como determinou a razão entre a carga do elétron e sua massa.

Mostrar como funciona um motor de corrente contínua.

### OBJETIVO

Ao fim dessa aula você deve ser capaz de:

- € Elencar as principais propriedades dos imãs;
- € compreender o conceito de campo magnético e saber calculá-lo;
- € saber calcular a força magnética sobre partículas carregadas e condutores percorridos por corrente contínua quando mergulhados em um campo magnético;
- € compreender o funcionamento de um motor de corrente contínua.

### PRÉ- REQUISITOS

Operações com vetores (produto escalar e vetorial).

Conceitos de carga, campo e força.

## INTRODUÇÃO

O magnetismo está presente no mundo atual em diversos equipamentos como os imãs de geladeira, tubos de televisão, discos rígidos de computadores, equipamentos de ressonância nuclear magnética, alto-falantes e muitos outros.

A sua descoberta não tem um tempo bem definido, porém muitos relatos apontam que a pelo menos 2500 anos atrás, próximo a cidade de Magnésia (hoje chamada de Manisa, no oeste da Turquia), foram encontrados fragmentos de minério de ferro, os primeiros imãs permanentes. Estes materiais foram descobertos ao acaso por pastores que perceberam que os pregos de suas sandálias eram atraídos por estes pequenos pedaços de materiais que hoje é bastante conhecido e se chama magnetite ( $F_3O_4$ ).

Os chineses, no século XI dC, aproveitando a interação misteriosa entre os materiais magnéticos (magnetos), foram os primeiros a fazer um invento maravilhoso: a bússola. O elemento essencial de uma bússola é um imã que fica apoiado sobre um eixo vertical. Um dos lados do imã sempre aponta para a mesma direção, a qual foi designada como norte, ou seja, o imã foi então dividido em duas partes, um norte e outro sul. O que mais intrigou os inventores é o que levava a bússola sempre apontar para a mesma direção.

Em 1269 um engenheiro francês, Pierre de Maricourt, a partir de suas observações descreveu as principais características do magnetismo. Ele denominou os termos pólos (norte e sul) para as extremidades do imã. Observou que **pólos magnéticos de mesma denominação se repelem e pólos magnéticos de denominação diferente se atraem**. E ainda a inseparabilidade dos pólos de um imã.

Somente muitos anos mais tarde, por volta de 1600, Gilbert escreveu um livro intitulado *De Magnete* onde sugeria que a Terra seria um grande imã (magneto) e que no pólo norte terrestre existe um pólo sul magnético e que no pólo sul terrestre existe um pólo norte magnético. Seguindo este raciocínio, podemos concluir que o norte da bússola aponta para o norte geográfico que é o sul magnético e este não se encontra exatamente na mesma posição do geográfico, ele é ligeiramente deslocado de  $11,3^\circ$  do eixo central onde a Terra gira (figura 9.1).

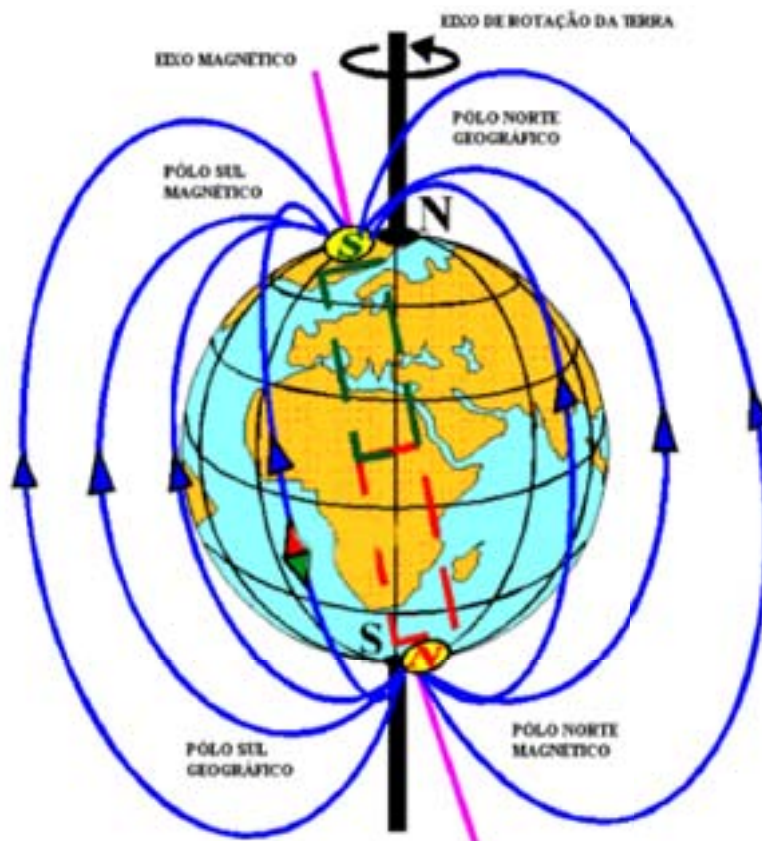
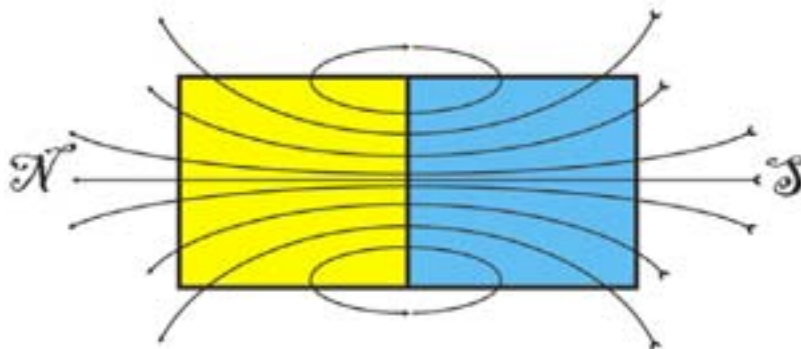


Figura 9.1 Campo magnético da Terra. (Fonte: <http://br.geocities.com/saladefisica5/leituras/magnetismoterra50.gif>)

## 9 – Campo Magnético e Força Magnética

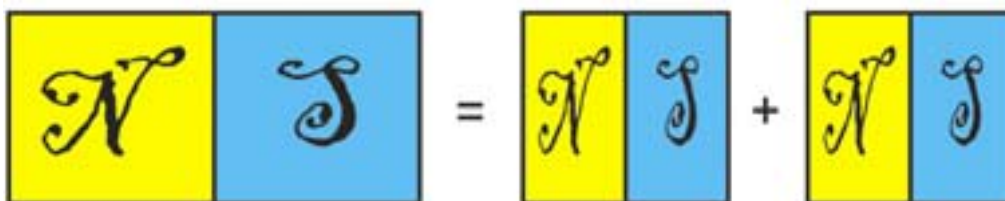
### 9.1 – O campo magnético

Todo magneto cria em volta de si uma zona de influência, a qual vamos chamar de campo magnético, análogo a uma carga que cria um campo elétrico em volta de si mesmo. Entretanto existe uma diferença muito grande quanto a criação dos campos. Uma única carga, seja positiva ou negativa, é capaz de criar um campo elétrico em torno de sua vizinhança, o que não ocorre com um dos pólos do ímã, sempre um campo magnético é criado através do par norte-sul (figura 9.2). Outra diferença interessante é que as linhas do campo magnético se curvam saindo do pólo norte e entrando no pólo sul, já no campo elétrico (pode ser visto com limalha de ferro sobre um magneto), só ocorre este fenômeno se existirem cargas de sinais opostos próximas uma da outra. Assim, o campo elétrico sai da carga positiva e entra na negativa (dipolo elétrico), mas se uma carga estiver isolada o campo não retornará para ela.



**Figura 9.2** Linhas de um campo magnético em um magneto (ímã).

Existem diversos pesquisadores em busca do monopólo magnético, mas até o momento isto não foi possível. Sempre quando um magneto é dividido dois magnetos surgem com o norte e sul acoplados formando dois novos dipolos magnéticos (figura 9.3). Este fantástico comportamento está correlacionado ao fato que a origem dos dipolos magnéticos não é nível macrométrico e sim devido ao spin dos elétrons dos átomos que constituem o material.



**Figura 9.3** Representação da quebra de um dipolo magnético ao meio, dando origem a dois novos dipolos magnéticos.

Podemos representar qualquer campo magnético através das linhas de campo, semelhante as linhas do campo magnético terrestre (figura 9.1). O princípio fundamental é que as linhas de campo sejam tangentes em cada ponto ao vetor campo magnético, de modo análogo ao campo elétrico.

## 9.2 – Força magnética sobre uma partícula carregada

Quando uma carga é colocada em repouso num campo magnético nenhuma força se manifesta sobre ela. Entretanto, quando esta carga adquire certa velocidade passar agir sobre ela uma força magnética além das possíveis interações gravitacional e elétrica.

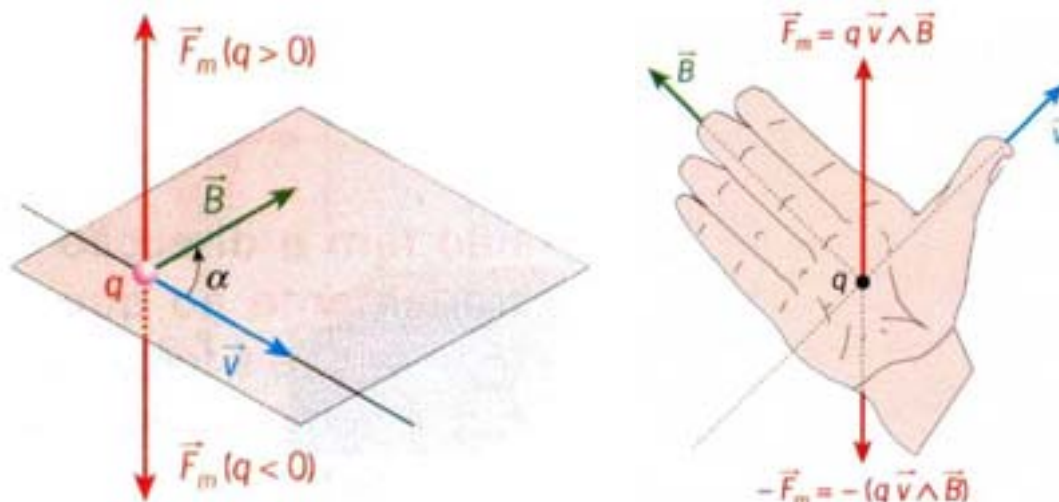
Através de medidas experimentais foi verificado que a força magnética é diretamente proporcional a carga da partícula, a velocidade, a intensidade do campo elétrico

e que o seu máximo ocorre quando a partícula se move perpendicularmente ao campo magnético.

É razoável propor uma relação que leve em consideração as observações experimentais. Como existe um máximo e um mínimo na intensidade da força e estas duas situações estão correlacionadas com o ângulo que o vetor velocidade ( $\vec{v}$ ) forma com o vetor campo magnético ( $\vec{B}$ ), podemos escrever que a força magnética é dada por

$$\mathbf{F}_m = qBv\text{sen}\alpha \quad (9.1)$$

Existe outro resultado experimental que diz que a força magnética é perpendicular ao plano determinado pela velocidade carga e pela direção do campo magnético (figura 9.4). O sentido é obtido através da regra da mão direita e é oposto para carga positivas e negativas.



**Figura 9.4** Relação vetorial entre o campo magnético, a velocidade e a força magnética. A força é sempre perpendicular ao plano que contém a velocidade e o campo magnético (Fonte: [http://profs.ccems.pt/PauloPortugal/PHYSICA/Tema\\_b2/Tema\\_b2.htm](http://profs.ccems.pt/PauloPortugal/PHYSICA/Tema_b2/Tema_b2.htm)).

Combinando os resultados experimentais, podemos escrever uma expressão vetorial para a força magnética e assim ela pode ser expressa pelo produto vetorial da velocidade pelo campo magnético, então

$$\vec{\mathbf{F}}_m = q\vec{v} \times \vec{\mathbf{B}} \quad (9.2)$$

Se uma partícula carregada estiver em uma certa região que tenha além do campo magnético, o elétrico e o gravitacional, a força total ( $F_t$ ) será a soma da força elétrica ( $\vec{F}_e$ ), força magnética ( $\vec{F}_m$ ) e a força peso ( $\vec{P}$ ), assim

$$\vec{F}_t = \vec{F}_e + \vec{F}_m + \vec{P} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) + m\vec{g}$$

Em muitas situações a massa da partícula é muito pequena, fazendo com que o termo  $m\vec{g}$  possa ser desprezado, então

$$\vec{F}_t = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (9.3)$$

A equação 9.3 é conhecida como *força de Lorentz* e foi verificada inicialmente pelo cientista alemão Hendrik Lorentz.

A força magnética é um vetor perpendicular a velocidade, isto tem uma implicação física peculiar: a força magnética não produz trabalho no movimento da carga e não produz nenhuma variação no valor da energia cinética, simplesmente altera a direção da velocidade.

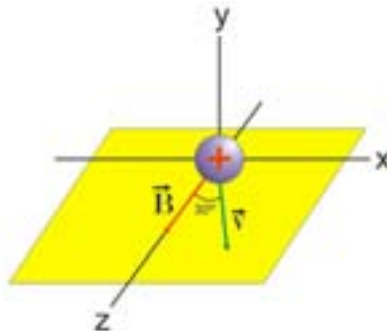
Usando a equação 9.1 a unidade de campo magnético no SI pode ser definida:  $N/Cms^{-1} = kgs^{-1}C^{-1} = T$  (tesla) e como  $Cs^{-1} = A$  (Ampère), podemos também escrever que  $T = N/A.m$ . Sendo assim, um tesla corresponde ao campo magnético que produz uma força de um Newton sobre uma carga de um Coulomb que se move perpendicularmente ao campo, com uma velocidade de um metro por segundo.

O nome a unidade de campo magnético foi colocado em homenagem a Nikola Tesla (1856-1943). As vezes é mais conveniente usar o sistema *cgs*, sendo assim, a unidade de B é o gauss ( $1 G = 10^{-4} T$ ).

O campo magnético da Terra da ordem de 1 G ou  $10^{-4} T$ , já no interior dos átomos pode chegar a 10 T, parâmetro importantíssimo na análise de espectros atômicos e o campo magnético na superfície de uma estrela de nêutrons é da ordem de  $10^8 T$ .

### Exemplo 9.1

Um feixe de prótons ( $q = 1,6 \times 10^{-19} C$ ) se move a  $3,0 \times 10^5 m/s$  em um campo magnético uniforme com módulo igual a  $2,0 T$  orientado ao longo do eixo Oz. A velocidade de cada próton está contida no plano xz, formando um ângulo de  $30^\circ$  com o eixo +Oz. Determine a força que atua sobre o próton.



Solução:

A regra da mão direita indica que a força está apontando no sentido do eixo y negativo e usando a equação 9.1, temos

$$F_m = qBv\text{sen}\alpha = (1,6 \times 10^{-19})(2,0)(3,0 \times 10^5)\text{sen}30^\circ = \mathbf{4,8 \times 10^{-14} \text{ N}}$$

Uma solução alternativa pode ser feita usando a expressão vetorial 9.2, assim

$$\vec{v} = (3,0 \times 10^5)\text{sen}30^\circ \hat{i} + (3,0 \times 10^5)\text{cos}30^\circ \hat{k}$$

$$\vec{B} = (2,0)\hat{k}$$

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} = (1,6 \times 10^{-19})[(3,0 \times 10^5)\text{sen}30^\circ \hat{i} + (3,0 \times 10^5)\text{cos}30^\circ \hat{k}] \times (2,0)\hat{k}$$

$$\vec{F}_m = (9,6 \times 10^{-14})\text{sen}30^\circ \hat{i} \times \hat{k} + (9,6 \times 10^{-14})\text{cos}30^\circ \hat{k} \times \hat{k}$$

Lembrando que  $\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$  e  $\hat{k} \times \hat{k} = 0$ , temos

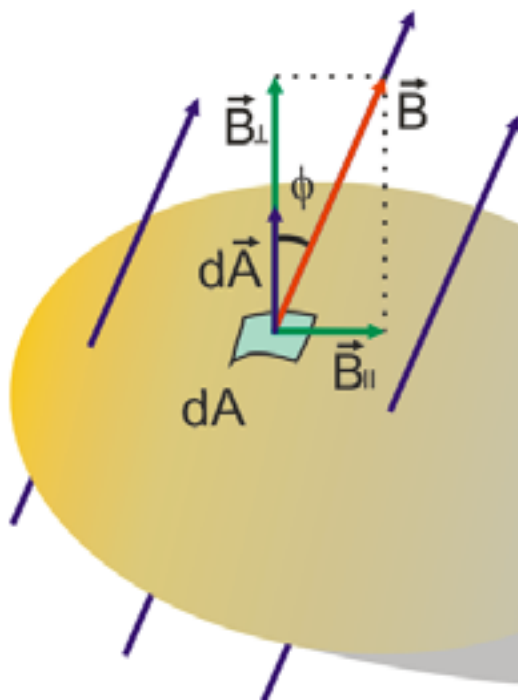
$$\vec{F}_m = \mathbf{(-4,8 \times 10^{-14} \text{ N})\hat{j}}$$

Observe que o modo vetorial tem uma grande vantagem porque naturalmente o sentido estabelecido pela regra da mão direita é conhecido a através do sinal do vetor força magnética.

Caso o feixe fosse de elétrons, a carga seria a mesma com sinal negativo e assim a força teria o mesmo valor, mas no sentido positivo do eixo y.

## 9.2 – Fluxo magnético e leis de Gauss para o magnetismo

O fluxo magnético  $\Phi_B$  é definido de modo análogo ao fluxo elétrico relacionado com a leis de Gauss (ver capítulo 6). Uma superfície imersa em um campo magnético foi dividida em vários elementos de área  $dA$  conforme a figura 9.5.



**Figura 9.5** Fluxo do campo magnético através de um elemento de área  $dA$ .

O elemento de fluxo através de um elemento de área é dado por

$$d\Phi_B = B_{\perp} dA = B \cos\phi dA = \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (9.5)$$

O fluxo magnético total será a soma sobre todos os elementos de área, somando sobre toda a superfície temos que

$$\Phi_B = \int B_{\perp} dA = \int B \cos\phi dA = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (9.6)$$

A equação 9.6 corresponde ao fluxo magnético sobre uma superfície. Na situação que o campo magnético é constante em toda a superfície, a integral ficará só sobre a superfície, então podemos escrever

$$\Phi_B = BA \cos\phi \quad (9.7)$$

A unidade de fluxo magnético no SI é definida como weber (Wb), como sendo o produto do campo em T pela área em  $m^2$ :

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot m^2 = \frac{N}{Am} m^2 = \frac{Nm}{A}$$

Este nome foi dado em homenagem ao físico alemão Wilhelm Weber (1804-1891).



Na aula 5 nós estudamos que a lei de Gauss para o campo elétrico é proporcional à carga elétrica existente no interior da superfície. A carga total é obtida através da soma algébrica de todas as cargas incluindo os seus respectivos sinais. No caso de um dipolo elétrico, que é composto de duas cargas elétricas de mesma intensidade e sinais opostos, o fluxo total será zero, pois a soma das cargas é nula.

De um modo análogo, podemos escrever a lei de Gauss para um fluxo magnético, levando em consideração que não existem monopólos magnéticos, a carga magnética no interior de uma superfície é zero, então o fluxo total sobre a superfície fechada é igual a zero. Isto correlacionado ao fato que sempre as linhas de campo magnético que sai, elas retornam para o interior da superfície, as linhas de campo magnético são sempre fechadas.

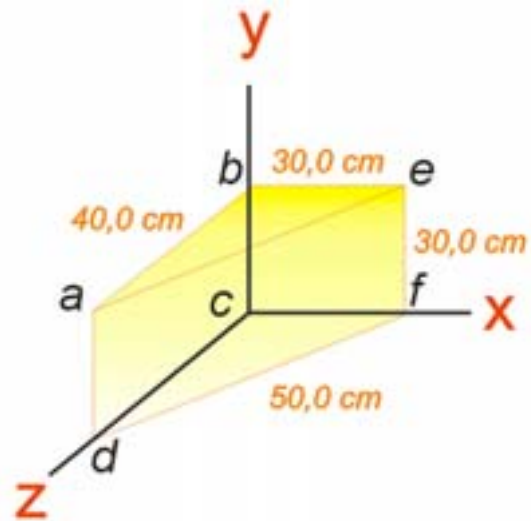
Podemos então escreve as lei de Gauss para o magnetismo como sendo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (9.8)$$

o fluxo magnético através de qualquer superfície fechada.

### Exemplo 9.2

O campo magnético  $\vec{B}$  em uma certa região é de  $0,128 \text{ T}$  e seu sentido é o do eixo  $+Oz$ . a) Qual é o fluxo magnético através da superfície  $abcd$ ? b) Qual é o fluxo magnético através da superfície  $befc$ ? c) Qual é o fluxo magnético através da superfície  $aefd$ ? d) Qual é o fluxo magnético através das cinco superfícies externas do volume?



Solução:

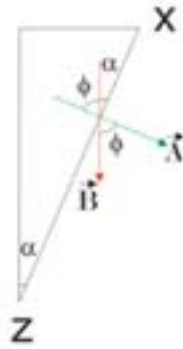
a) Utilizando a equação 9.7 e levando em consideração que não existe campo magnético através da superfície  $abcd$ , temos

$$\Phi_B(abcd) = BA \cos \phi = 0$$

b) Como o campo magnético é no sentido positivo de  $z$  o ângulo entre o vetor campo magnético e a área é de  $180^\circ$ , então

$$\Phi_B(befc) = (0,128)(0,3 \times 0,3) \cos 180 = -0,0115 \text{ Wb}$$

c) Fazendo um desenho do plano xz, temos



então

$$\phi + \alpha = 90 \rightarrow \phi = 90 - \alpha$$

$$\cos \phi = \cos(90 - \alpha) = \cos 90 \cos \alpha + \sin 90 \sin \alpha$$

$$\cos \phi = 0 \cdot \cos \alpha + 1 \cdot \sin \alpha = \sin \alpha = \frac{0,3}{0,5} = 0,6$$

o fluxo fica

$$\Phi_B(aefd) = BA \cos \phi = BA \sin \alpha = (0,128)(0,5 \times 0,3)(0,6) = +0,0115 \text{ Wb}$$

d) Os fluxos sobre as duas outras superfícies são nulos porque o vetor área é perpendicular ao vetor campo magnético, então o fluxo total é dado por

$$\Phi_B(\text{total}) = \Phi_B(aefd) + \Phi_B(befc) = -0,0115 + 0,0115 = 0$$

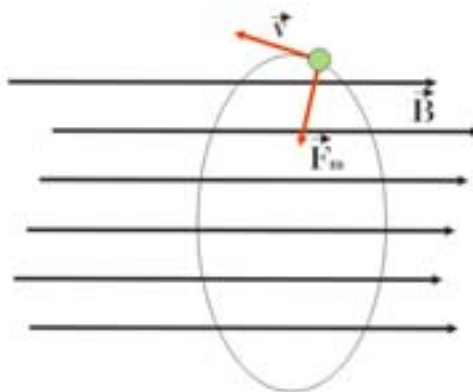
### 9.3 – Partículas carregadas em um campo magnético

Como foi dito na seção 9.2, a força magnética não realiza trabalho sobre partículas carregadas por ela ser sempre perpendicular ao vetor velocidade, sendo assim, o módulo do vetor velocidade permanece sempre constante.

Se uma partícula carregada penetra perpendicularmente em um campo magnético uniforme e como o  $\sin 90^\circ = 1$ , a equação 9.1 fica

$$F_m = qBv$$

Vamos desenhar esta situação física para uma partícula de carga positiva (figura 9.6).



**Figura 9.6** Movimento de uma partícula com carga positiva que penetra perpendicularmente em um campo magnético uniforme.

A trajetória descrita na figura 9.6 é de uma partícula em movimento circular uniforme com aceleração centrípeta igual a  $v^2/R$ , de acordo com a segunda lei de Newton, podemos escrever

$$|q|Bv = ma_c = m \frac{v^2}{R}$$

podemos encontrar o raio da trajetória circular, assim

$$R = \frac{mv}{|q|B} \quad (9.9)$$

Na equação 9.9 foi colocada a carga em módulo para ser um resultado geral. A mudança para uma partícula negativa só vai alterar o sentido de rotação ao longo da circunferência.

Usando que  $v = R\omega$ , a velocidade angular fica

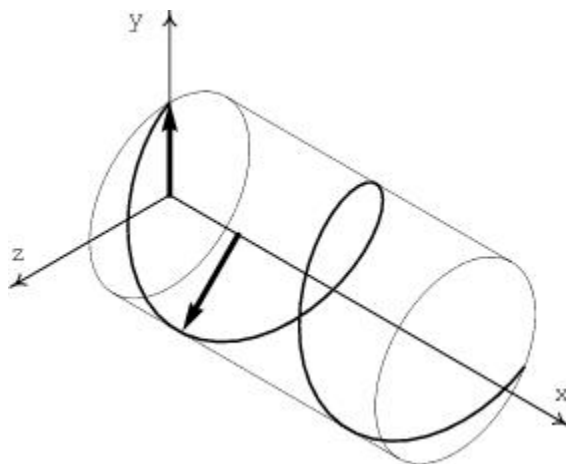
$$\omega = \frac{v}{R} = v \frac{|q|B}{mv} = \frac{|q|B}{m} \quad (9.10)$$

A frequência é dada por

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{|q|B}{2\pi m} \quad (9.11)$$

e ela independe do raio R da trajetória.

Quando a velocidade de penetração não é perpendicular, aparece uma componente da velocidade paralela ao campo que provoca um deslocamento na partícula. Ela passa a ter uma composição de movimento: circular e linear. Isto gera uma trajetória bastante diferente a qual é chamada de trajetória helicoidal (figura 9.7).

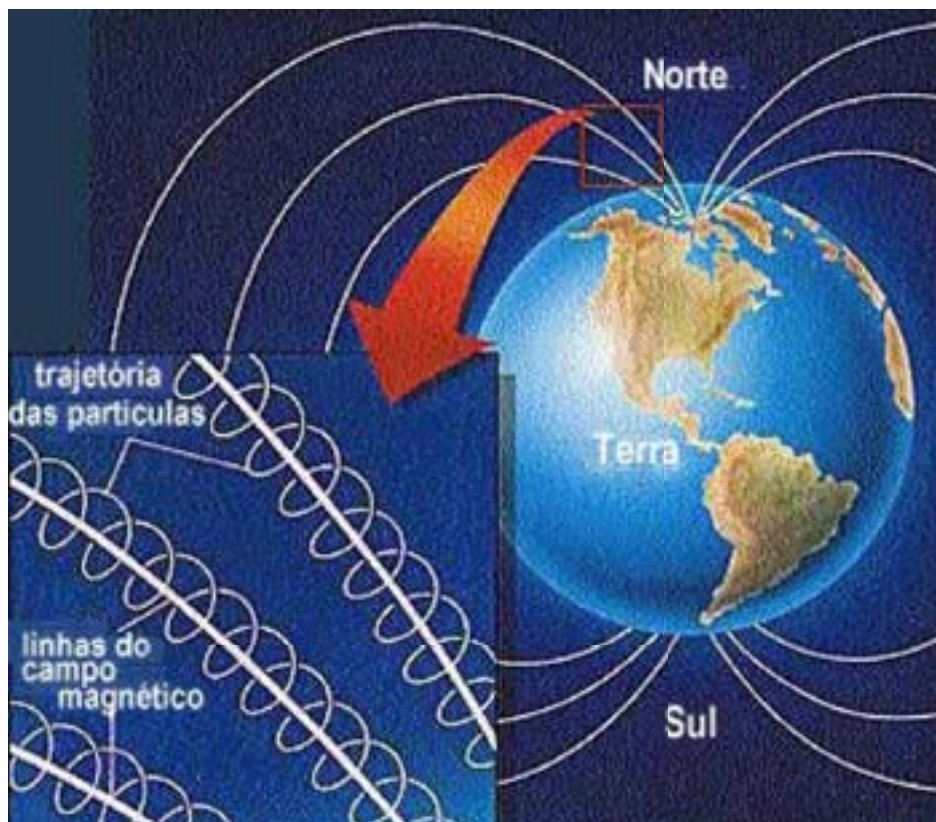


**Figura 9.7** Movimento de uma partícula com carga positiva que penetra obliquamente em um campo magnético uniforme descrevendo uma trajetória helicoidal (Fonte: <http://quark.fe.up.pt/psimage/helicoidal.jpg>).

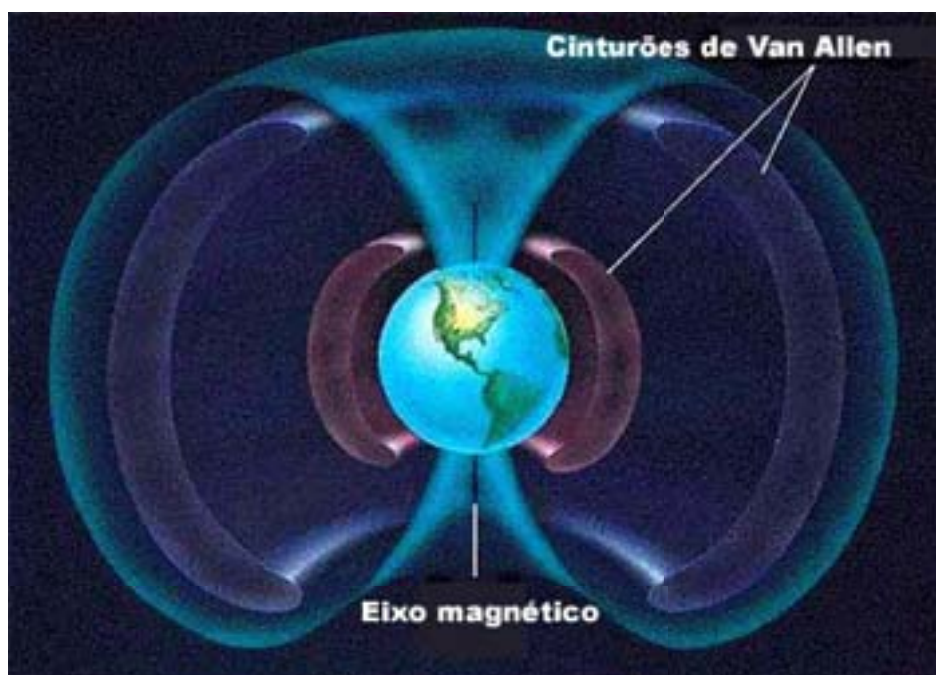
O movimento de uma partícula em um campo magnético variável é mais complicado, mas por trás deste movimento existe uma física belíssima.

Diariamente, devido as explosões solares, o Sol emite feixe de partículas carregadas composto basicamente de elétrons e prótons com energia muito alta que atinge a Terra, esta é a descrição do tão conhecido **vento solar**.

O campo magnético da Terra é variável e possui nos seus pólos a intensidade máxima. Estas duas regiões de máximo agem como dois espelhos magnéticos. As partículas do vento solar são aprisionadas nestes dois espelhos formando dois cinturões de radiação que protegem a Terra dos efeitos nocivos de outras radiações de partículas mais energéticas. Os prótons são aprisionados no cinturão interno e enquanto os elétrons são aprisionados no cinturão externo (figura 9.8). O cinturão de radiação foi descoberto pelo satélite Explorer I em 1957 e foi batizado de Van Allen em homenagem ao físico James Alfred Van Allen que fez a descoberta destes cinturões (figura 9.9).



**Figura 9.8** Trajetória das partículas do vento solar aprisionadas pelas linhas de campo da Terra (Fonte: <http://www.achetudoeregiao.com.br/Astronomia/Astrogif/Sol/particulas.jpg>).



**Figura 9.9** Cinturões de Van Allen (Fonte: [http://www.apolo11.com/imagens/etc/cinturao\\_van\\_allen.jpg](http://www.apolo11.com/imagens/etc/cinturao_van_allen.jpg))

Em determinadas épocas o Sol passa por uma intensa atividade emitindo partículas de altas energias. Muitas destas partículas conseguem romper a barreira formada pelos cinturões de Van Allen. No momento que atingem a alta atmosfera produzem os fenômenos das auroras: *boreal* no pólo norte e *austral* no pólo sul (figura 9.10).



**Figura 9.9** Aurora Boreal - Luminescência visível resultante da excitação de átomos e moléculas da atmosfera, quando bombardeados por partículas carregadas expelidas do Sol e defletidas pelo campo geomagnético. (Fonte: [http://www.plasma.inpe.br/LAP\\_Portal/LAP\\_Sitio/Figuras/Aurora\\_Boreal.jpg](http://www.plasma.inpe.br/LAP_Portal/LAP_Sitio/Figuras/Aurora_Boreal.jpg))

---

### *Exemplo 9.3*

*Um magnetron de um forno de microondas emite ondas eletromagnéticas com frequência  $f = 2450 \text{ MHz}$ . Qual é o módulo do campo magnético necessário para que os elétrons se movam em órbitas circulares com essa frequência?*

Solução:

Usando a equação 9.11, temos

$$f = \frac{|q|B}{2\pi m} \rightarrow B = \frac{2\pi m f}{|q|}$$

$$B = \frac{(2)(3,14)(9,11 \times 10^{-31})(245 \times 10^6)}{1,6 \times 10^{-19}} = \mathbf{0,0877 \text{ T}}$$

A intensidade do campo magnético é baixa e pode ser facilmente obtida com um magneto. As ondas eletromagnéticas são absorvidas pelas moléculas de água e estas vibram ao ponto de cozinhar os alimentos.

#### Exemplo 9.4

Suponha que uma partícula carregada seja um próton ( $q=1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $m=1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ) e que o campo magnético uniforme seja paralelo ao eixo  $Ox$  e possua módulo igual a  $0,5 \text{ T}$ . Só existe a força magnética atuando sobre o próton. No instante  $t = 0$ , o próton possui componentes da velocidade dados por  $v_x = 1,5 \times 10^5 \text{ m/s}$ ,  $v_y = 0$  e  $v_z = 2,0 \times 10^5 \text{ m/s}$ . a) Para  $t = 0$ , calcule a força que atua sobre o próton e sua aceleração. b) Determine o raio da trajetória helicoidal, a velocidade angular do próton e o passo da hélice (a distância percorrida ao longo do eixo da hélice durante uma revolução).

Solução:

a) Como  $v_y = 0$ , o vetor velocidade é dado por  $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_z \vec{k}$ . Usando a equação 9.2 e sabendo que  $\hat{i} \times \hat{i} = 0$  e  $\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$ , obtemos

$$\begin{aligned} \vec{F}_m &= q \vec{v} \times \vec{B} = q(v_x \vec{i} + v_z \vec{k}) \times B \hat{i} = q v_z B \hat{j} \\ &= (1,6 \times 10^{-19})(2 \times 10^5)(0,5) = \mathbf{(1,6 \times 10^{-14} \text{ N}) \hat{j}} \end{aligned}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_m}{m} = \frac{1,6 \times 10^{-14}}{1,67 \times 10^{-27}} = \mathbf{(9,58 \times 10^{12} \text{ m/s}^2) \hat{j}}$$

A força foi muito fraca, porém a aceleração é extremamente grande devido a massa ser muito pequena.

b) Lembrando que a força é perpendicular a velocidade, então o seu módulo permanece constante, então usando 9.9 e colocando a componente perpendicular ao campo magnético, temos

$$R = \frac{mv_z}{|q|B} = \frac{(1,67 \times 10^{-27})(2 \times 10^5)}{(1,6 \times 10^{-19})(0,5)} = 4,18 \times 10^{-3} \text{ m} = \mathbf{4,18 \text{ mm}}$$

De acordo com a equação 9.10, a velocidade angular é dada por

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{2 \times 10^5}{4,18 \times 10^{-3}} = \mathbf{4,79 \times 10^7 \text{ rad/s}}$$

A cada volta o próton avança um determinado espaço ao longo do campo magnético. O tempo para dar este passo é igual ao tempo de uma volta completa, ou seja, igual ao período que é  $T = 2\pi/\omega = 2 \times 3,14 / 4,79 \times 10^7 = 1,31 \times 10^{-7} \text{ s}$ . Como o passo é na direção de Ox, devemos usar a componente  $v_x$  da velocidade, assim

$$\Delta x = v_x T = (1,5 \times 10^5)(1,31 \times 10^{-7}) = 0,0197 \text{ m} = \mathbf{19,7 \text{ mm}}$$

O passo é muito maior do que o raio, indicando que esta hélice é bastante esticada.

#### 9.4 – *Experiência de Thomson*

Utilizando o conhecimento da força que age sobre uma partícula carregada quando ela está sobre ação de campos elétricos e magnéticos (equação 9.3), J. J. Thomson (1856-1940) (figura 9.10) elaborou um experimento bem interessante para determinação da razão entre a carga do elétron e sua massa ( $e/m$ ). Inicialmente foi construída uma cela de vidro com diversos eletrodos que permitissem a geração dos elétrons e o controle da trajetória deles através da aplicação dos campos elétrico e magnético (figura 9.11).



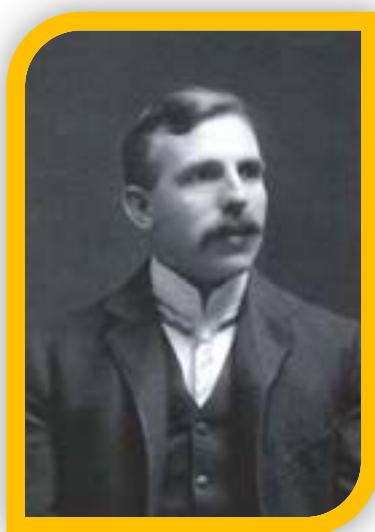


Figura 9.10 J. J. Thomson (Fonte: [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6a/Ernest\\_Rutherford.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6a/Ernest_Rutherford.jpg))

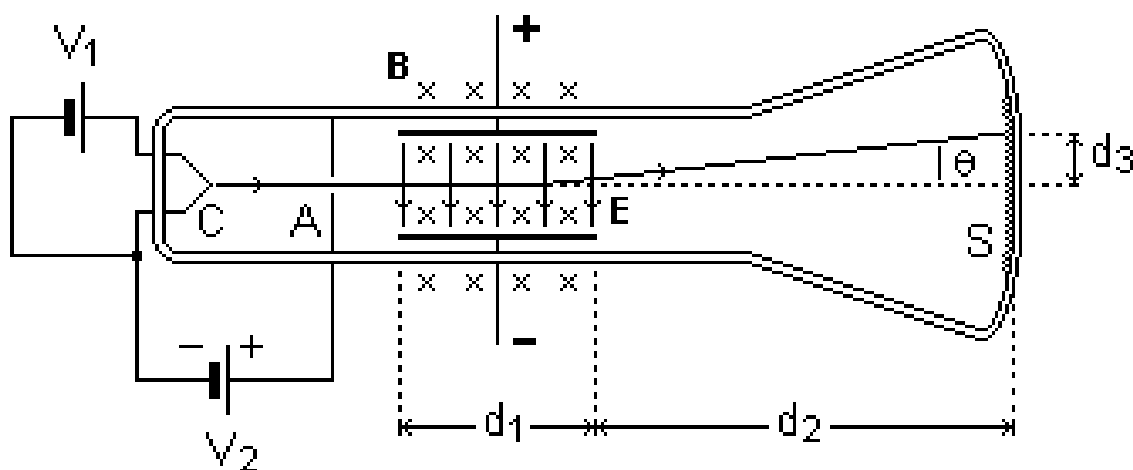


Figura 9.11 Esquema do experimento de J. J. Thomson (Fonte: <http://www.ufsm.br/gef/Moderna10.gif>)

Analisando a figura 9.11 podemos ver que existem duas fontes de tensão  $V_1$  e  $V_2$ . Quando se aplica uma corrente no cátodo C usando a fonte  $V_1$ , ele se aquece e gera elétrons através de um processo que é chamado de termoiônico, os elétrons são acelerados para o ânodo, o qual possui um pequeno orifício por onde eles passam e entram em na região dos campos elétrico (vertical de cima para baixo) e magnético (entrando no plano horizontal). Dependendo dos valores dos campos, os elétrons irão atingir o anteparo S em um determinado ponto em relação uma linha de desvio zero (linha pontilhada). Para que a resultante fosse zero, foram aplicados campos convenientes que mantivesse a trajetória na linha pontilhada, como a força magnética é para cima e a elétrica para baixo, para que os elétrons sigam em linha reta a força total equação 9.3 deve ser nula, então

$$-qE + qvB = 0 \rightarrow v = \frac{E}{B} \quad (9.12)$$

Supondo que os elétrons adquiriram energia cinética devido uma diferença de potencial  $eV$  entre o cátodo e o ânodo, assim

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV \rightarrow v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \quad (9.13)$$

Igualando as equações 9.12 e 9.13, temos

$$\sqrt{\frac{2eV}{m}} = \frac{E}{B}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{E^2}{2VB^2} \quad (9.14)$$

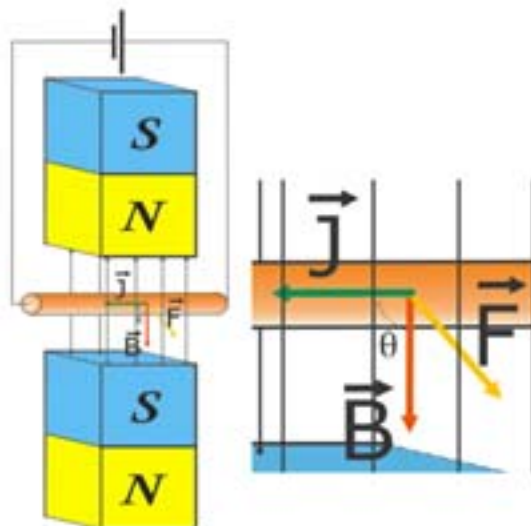
Usando o método desenvolvido por J. J. Thomson é impossível medir a carga ou a massa do elétron, entretanto o resultado mais relevante da experiência de Thomson é a medida da razão  $e/m$  a qual ele encontrou um único valor, não dependendo do material cátodo, e nem do tipo de gás da cela e nem de outro parâmetro da experiência. Com simples procedimento de manter a trajetória retilínea, sabendo o valor de  $V$ ,  $E$  e  $B$  obteve o valor de  $e/m$ .

Devido a independência do resultado, as partículas que formavam o feixe, era uma componente comum da matéria. Por isso, atribuiu-se a descoberta dos elétrons a J. J. Thomson.

### ***9.5 – Força magnética exercida sobre condutor percorrido por corrente elétrica***

Oersted em 1820 foi o primeiro cientista a descobrir, deixando por acaso uma bússola perto de um fio onde passava corrente, que existe uma força entre a corrente e o magneto da bússola. A passagem da corrente alterou o sentido de orientação da bússola.

Vamos considerar que um fio com uma densidade de corrente  $\vec{J}$  e comprimento  $L$ , está submetido a um campo magnético  $\vec{B}$ , conforme a figura 9.12.



**Figura 9.12** Um condutor quando colocado em um campo magnético experimenta uma força perpendicular a corrente e ao campo magnético.

Vamos considerar uma seção reta do condutor onde as partículas de carga  $q$  se movem com velocidade  $\vec{v}$ . Supondo que se tenha  $n$  partículas por unidade de volume, o vetor densidade de corrente será dado pela equação 8.6  $\vec{J} = qn\vec{v}$ .

Sabemos que a força magnética sobre uma carga  $q$  é dada por  $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$ . Existe  $n$  partículas por unidade de volume, deste modo, a força magnética por unidade volume fica,

$$\vec{f} = nq\vec{v} \times \vec{B} = \vec{J} \times \vec{B}$$

A força total sobre todo o volume é obtida pela integração, assim

$$\vec{F}_m = \int_{Vol} \vec{J} \times \vec{B} dV$$

Como o fio tem seção de área  $S$  e elemento de volume  $dV = Sdl$ , então podemos escrever

$$\vec{F}_m = \int \vec{J} \times \vec{B} S dl$$

Definindo  $\vec{u}$  como sendo o vetor unitário ao longo do eixo do fio, podemos escrever o vetor densidade de corrente como sendo  $\vec{J} = J\vec{u}$ , então

$$\vec{F}_m = \int J \vec{u} \times \vec{B} S dl = JS \int \vec{u} \times \vec{B} dl = I \int \vec{u} \times \vec{B} dl$$

Como a densidade de corrente é a intensidade de corrente por unidade de área  $I = JS$ . Supondo que tenhamos um condutor retilíneo e o campo magnético é uniforme, então os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{B}$  são constantes, assim

$$\vec{F}_m = I \vec{u} \times \vec{B} \int dl = I \vec{u} \times \vec{B} L$$

$$\vec{F}_m = IL \vec{u} \times \vec{B} \quad (9.15)$$

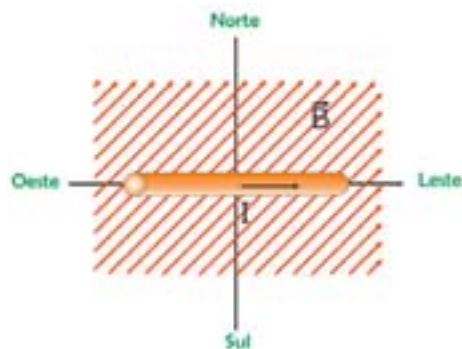
O sentido da força magnética sobre um condutor retilíneo é dado pela regra da mão direita, do produto vetorial. A equação 9.15 em módulo ela pode ser escrito como

$$F_m = ILB \sin \theta \quad (9.16)$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre o vetor densidade de corrente e o vetor campo magnético.

### Exemplo 9.5

Uma barra metálica conduz uma corrente de 50 A de oeste para leste em uma região entre os pólos de um grande eletroímã. Nessa região, existe um campo magnético no plano horizontal orientado para o nordeste (ou seja, considerando uma rotação de 45° do leste para o norte) com módulo igual a 1,2 T, como indicado na figura. a) Determine o módulo, a direção e o sentido da força magnética que atua sobre uma seção de 1 m da barra. b) Mantendo-se a barra no plano horizontal, como ela deve ser orientada para que o módulo da força seja máximo?



Solução:

- a) O módulo é encontrado através da equação 9.16, então

$$F_m = ILB\text{sen}\theta = 50 \times 1 \times 1,2 \times \text{sen}45^\circ = \mathbf{42,4\ N}$$

A direção da força é perpendicular ao plano formado pela corrente e o campo magnético, ou seja, uma força vertical. Pela regra da mão direita indica que está saindo do plano da figura.

b) Como todos os parâmetros estão fixos, para se obter força máximo devemos mexer no ângulo entre a barra e o campo magnético. A função seno tem o seu máximo em  $90^\circ$ . Este ângulo pode ser alcançado quando a barra for girada de  $45^\circ$  no sentido dos ponteiros do relógio (para manter a força para cima), e neste caso a corrente seria orientada a sudeste, então

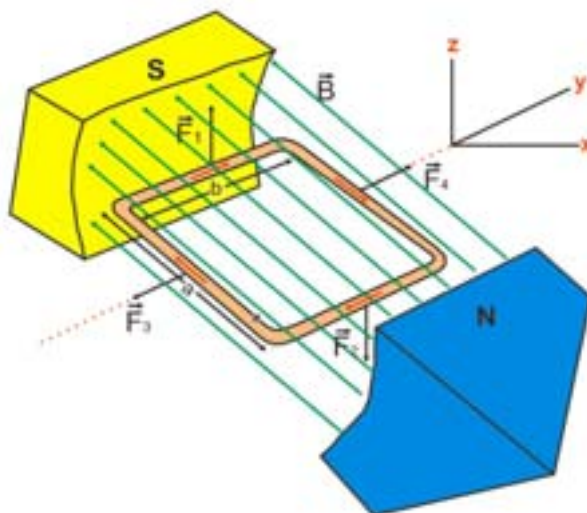
$$F_m = 50 \times 1 \times 1,2 \times \text{sen}90^\circ = \mathbf{60,0\ N}$$

Como a força magnética é para cima e se ela for suficientemente forte para suspender e manter em equilíbrio o fio (em levitação), este é um exemplo simples no que ocorre com os trens que podem atingir velocidades acima de 400 km/h, porque o atrito dos trilhos é eliminado pela levitação magnética.

---

### ***9.6 – Torque sobre uma corrente em circulação***

Nesta seção abordaremos de maneira muito simples o funcionamento de um motor de corrente contínua (corrente que não oscila no tempo), através da análise de um condutor metálico em forma de anel por onde circula uma corrente imersa em um campo magnético (figura 9.13).



**Figura 9.13** Rudimentos de um motor elétrico de corrente contínua, com um anel em um formato retangular por onde circula uma corrente  $I$ , imersa em um campo magnético.

A força magnética resultante sobre o anel é nula, entretanto existe um torque que provoca a rotação deste anel sobre o eixo  $Oy$ . Não existe torque na direção das forças 3 e 4 porque elas estão atuando ao longo do mesmo eixo  $Ou$ , por outro lado as forças 1 e 2 atuam em eixos diferentes, produz um torque fazendo o anel girar no sentido horário. O torque devido as forças 1 e 2 será nulo quando elas atuarem no mesmo eixo, é caso quando o anel estiver na vertical e assim as forças estarão atuando no eixo  $Oz$ . As correntes nas seções 3 e 4 possuem um ângulo variável em relação ao campo magnético, por outro lado as correntes nas seções 1 e 2, sempre são perpendiculares, então

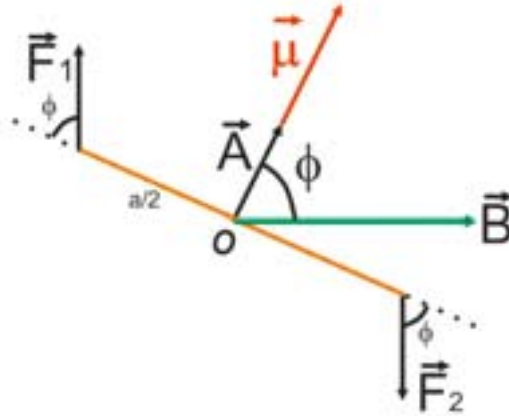
$$F_1 = IbB\text{sen}90 = IbB, \text{ no sentido } +z$$

$$F_2 = IbB\text{sen}90 = IbB, \text{ no sentido } -z$$

$$F_3 = IaB\text{sen}\theta, \text{ no sentido } -y$$

$$F_4 = IaB\text{sen}\theta, \text{ no sentido } +y$$

Realizando um corte lateral do anel, temos a figura 9.14.



**Figura 9.14** Corte lateral do anel retangular.

Na figura 9.15 temos representado o vetor área  $\vec{A}$  (perpendicular a superfície do anel), o vetor momento de dipolo magnético da espira  $\vec{\mu}$  e o ângulo  $\phi$ , entre o campo e os vetores  $\vec{A}$  e  $\vec{\mu}$ .

Para determinar o torque é necessário ser feito o produto da força pelo raio de giro, como a força deve estar perpendicular ao raio de giro, devemos pegar a componente perpendicular da força 1 e 2 em relação a seção  $a$  do fio. O torque em relação o centro de giro  $O$ , fica

$$\tau = \frac{a}{2} F_1 \sin\phi + \frac{a}{2} F_2 \sin\phi$$

como  $F_1 = F_2$ , temos

$$\tau = IabB \sin\phi$$

como módulo do vetor área é  $A = ab$ , temos

$$\tau = IAB \sin\phi \quad (9.17)$$

utilizando o fato de que o ângulo entre o vetor área e o campo magnético é  $\phi$ , podemos escrever a equação 9.17 na forma vetorial,

$$\vec{\tau} = I\vec{A}\times\vec{B}$$

A grandeza vetorial  $I\vec{A}$  é chamada de *momento de dipolo magnético da espira* e é denominada pela letra grega  $\mu$ , então

$$\vec{\mu} = I\vec{A} \quad (9.18)$$

deste modo, podemos escrever a equação para o torque como sendo

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B} \quad (9.19)$$

De um modo geral a equação 9.19 é válida para qualquer espira ou anel que esteja na presença de um campo magnético. Caso se tenha mais de uma espira, ou seja, um enrolamento com  $N$  *volts* equivalente a um solenóide, a equação 9.18 deve ser reescrita multiplicando-a pelo número de volts  $N$ .

O dipolo magnético tem um comportamento semelhante ao dipolo elétrico, deste modo, a energia potencial de um dipolo magnético em um campo magnético é dada por

$$dW = -\tau d\phi = \mu B \sin\phi d\phi$$

Usando que  $dU = -dW$ , temos

$$dU = +\mu B \sin\phi d\phi$$



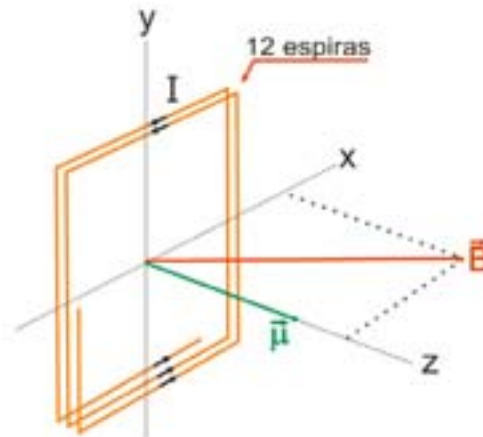
Integrando sobre todo o ângulo, temos

$$U = -\mu B \cos\phi = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (9.20)$$

Através da equação 9.20 podemos ver que  $U = 0$ , quando o momento de dipolo é perpendicular ao campo magnético. As equações de 9.17 a 9.20 são válidas para outras formas de espiras.

### Exemplo 9.6

Em um enrolamento quadrado de 12 voltas, de lado igual a 40 cm passa uma corrente de 3 A. Ele repousa no plano  $xy$  na presença de um campo magnético uniforme  $\vec{B} = 0,3T\hat{i} + 0,4T\hat{k}$ . Determine a) o momento dipolo magnético do enrolamento; b) o torque exercido sobre o enrolamento e c) a energia potencial do enrolamento.



Solução:

a) Como o momento de dipolo magnético está sobre o eixo  $Oz$ , podemos escrever a expressão vetorial (9.18) multiplicada pelo número de voltas, assim

$$\vec{\mu} = NIA\hat{k} = (12)(3)(0,4 \times 0,4)\hat{k} = 5,76 \text{ A} \cdot \text{m}^2\hat{k}$$

b) O torque magnético é dado pela expressão 9.19, assim

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = (5,76\hat{k}) \times (0,3\hat{i} + 0,4\hat{k}) = 1,73 \text{ N} \cdot \text{m}\hat{j}$$

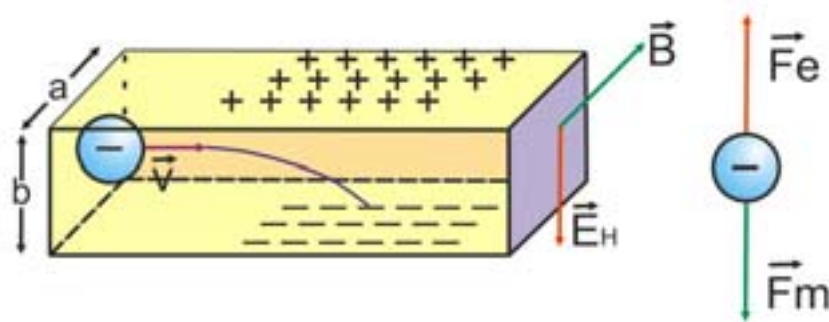
c) A energia potencial é dada pela equação 9.20 e lembrando que o produto escalar  $\hat{k} \cdot \hat{i} = 0$  e  $\hat{k} \cdot \hat{k} = 1$ , então

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -(5,76 \hat{k}) \cdot (0,3\hat{i} + 0,4\hat{k}) = -2,30 \text{ J}$$

## 9.7 – O efeito Hall

O *efeito Hall* foi descoberto pelo físico norte-americano Edwin Hall, em 1879, enquanto ainda era estudante de graduação – desvio de cargas elétricas no interior de um condutor devido à ação de um campo magnético externo.

Vamos supor um fio em forma de uma fita condutora com seção reta  $S = ab$ , por onde circula elétrons com velocidade  $v$ , conforme a figura 9.15.



**Figura 9.15** Movimento de um elétron sobre ação de um campo magnético externo e um campo elétrico Hall interno a fita condutora.

O campo magnético externo  $\vec{B}$  aplicado ao longo da dimensão  $a$  provoca o aparecimento de uma força magnética  $\vec{F}_m$  para baixo fazendo que os elétrons sejam desviados para baixo possibilitando um acúmulo de cargas negativas na parte inferior do condutor e um acúmulo de cargas positivas na parte superior (ou falta de cargas negativas na parte superior).

A separação de cargas leva a uma condição típica de um capacitor de placas paralelas com um surgimento de um campo elétrico Hall  $\vec{E}_H$ , entre a parte superior e a

inferior. Deste modo, uma força elétrica Hall  $\vec{F}_e$  passar a agir nos elétrons no sentido de baixo para cima, chegando um momento que a força elétrica Hall equilibra a força magnética, assim

$$F_e = F_m$$

$$qE_H = qvB$$

$$E_H = vB \quad (9.21)$$

Como a densidade de corrente é dada por

$$J = nqv = \frac{i}{S} \rightarrow v = \frac{i}{nqS} \quad (9.22)$$

Introduzindo 9.21 em 9.22, temos

$$E_H = \frac{iB}{nqS}$$

O campo elétrico Hall pode ser expresso por  $E_H = V_H/b$ , então

$$\frac{V_H}{b} = \frac{iB}{nqS}$$

$$n = \frac{ibB}{qSV_H}$$

e como  $b/S = 1/a$ , assim

$$\mathbf{n} = \frac{iB}{qaV_H} \quad (9.23)$$

A equação 9.23 fornece o valor da densidade de portadores. Como esta equação também é válida para portadores positivos, o sinal do potencial Hall indica o tipo de portador. A ocorrência de portadores positivos é possível nos semicondutores, onde as lacunas se comportam como partículas com carga positiva que se movem na direção oposta dos elétrons, uma equação análoga a 9.23 pode ser encontrada para portadores positivos.

Sabe o tipo de portador e densidade deles é de fundamental importância para indústria eletrônica na fabricação de dispositivos semicondutores.

Outra importante informação é que o modelo aqui apresentado é bastante simples e que não leva as interações quânticas, por isso, alguns anos mais tarde foi proposto o modelo chamado efeito Hall quântico, que será abordado em um curso mais avançado.

### *Exemplo 9.7*

*Uma placa de cobre com 2,0 mm de largura e 1,5 cm de espessura é colocada em um campo magnético uniforme de 0,4 T, uma corrente de 75 A é aplicada ao longo do comprimento conforme a figura 9.15. Foi feita uma medida do potencial no topo da fita e foi encontrado o valor de 0,81 μV superior a parte inferior. A partir dessa medida, determine a concentração dos elétrons no cobre.*

Solução:

Usando a equação 9.23, temos

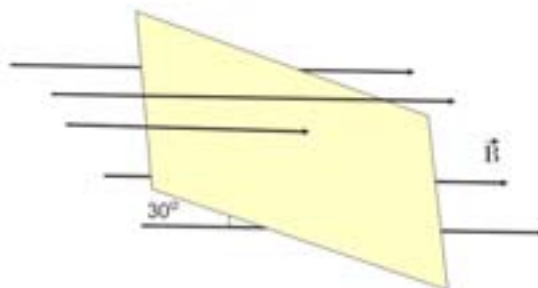
$$n = \frac{iB}{qaV_H} = \frac{(75)(0,4)}{(1,6 \times 10^{-19})(2 \times 10^{-3})(0,81 \times 10^{-6})}$$

$$n = \frac{30}{2,592 \times 10^{-28}} = 1,2 \times 10^{29} \text{ m}^{-3}$$

O valor encontrado é um pouco acima do real que é  $8,5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ , o que mostra que o modelo simplificado não leva em consideração as interações quânticas dos elétrons e dos íons, entre eles e com a rede cristalina.

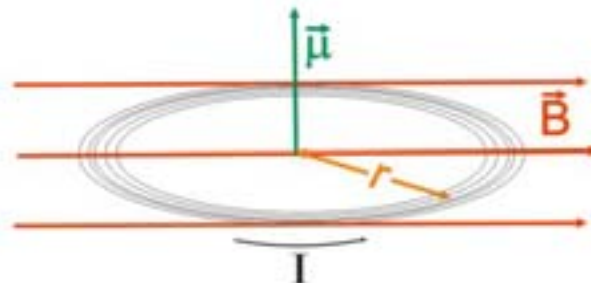
## ATIVIDADES

- 1) Uma partícula com carga igual  $-1,24 \times 10^{-8} \text{ C}$  se move com velocidade instantânea  $\vec{v} = (4,19 \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}})\hat{i} + (-3,85 \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}})\hat{j}$ . Qual é a força exercida sobre essa partícula por um campo magnético (a)  $\vec{B} = (1,40 \text{ T})\hat{i}$ ? (b)  $\vec{B} = (1,40 \text{ T})\hat{k}$ ?
- 2) Uma partícula que inicialmente está se deslocando de norte para sul em um campo magnético vertical orientado de cima para baixo sofre um desvio para o leste. Qual é o sinal da carga da partícula? Explique sua resposta usando um diagrama.
- 3) A figura abaixo mostra a vista de perfil de um plano com área de  $3,0 \text{ cm}^2$  em um campo magnético uniforme. Sabendo que o fluxo magnético através da área é igual a  $0,90 \text{ mWb}$ , calcule o módulo do campo magnético e determine a direção e o sentido do vetor área.

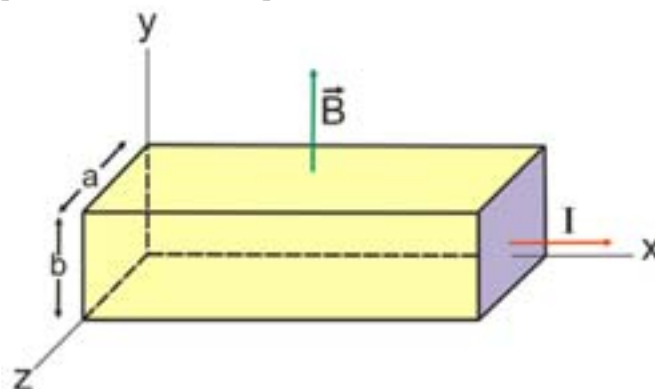


- 4) Uma partícula com carga  $6,4 \times 10^{-19} \text{ C}$  se desloca ao longo de uma órbita circular com raio igual a  $4,68 \text{ mm}$  em virtude da força oriunda de um campo magnético de módulo  $1,65 \text{ T}$ , cuja direção é perpendicular ao plano da órbita. a) Qual é o módulo do momento linear  $\vec{p}$  da partícula? b) Qual é o módulo do momento angular  $\vec{L}$  da partícula?
- 5) Um eletroímã produz um campo magnético igual a  $0,55 \text{ T}$  em uma região cilíndrica entre seus pólos com raio igual a  $2,5 \text{ cm}$ . Um fio retilíneo passa no centro dessa região conduzindo uma corrente igual a  $10,8 \text{ A}$  e possui uma direção perpendicular ao eixo do cilindro e ao campo magnético. Qual é o módulo da força que atua sobre o fio?

- 6) Uma bobina circular com raio de 0,05 m possui 30 espiras e está situada sobre um plano horizontal. Ela conduz uma corrente de 5,0 A no sentido anti-horário quando observada de cima para baixo. A bobina está em um campo magnético uniforme orientado da esquerda para direita, com módulo igual a 1,2 T. Calcule o módulo do momento magnético e o módulo do torque sobre a bobina.



- 7) A figura abaixo mostra uma placa de prata com dimensões  $a = 11,8$  mm e  $b = 0,23$  mm que conduz uma corrente igual a 120 A no sentido de  $+x$ . A placa está em um campo magnético uniforme na direção  $y$ , cujo módulo é igual a 0,95 T. Aplique o modelo simplificado do efeito Hall. Sabendo que existem  $5,85 \times 10^{28}$  elétrons livres por metro cúbico, determine: a) o módulo da velocidade de arraste dos elétrons na direção do eixo  $Ox$ ; b) o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico no eixo  $Oz$  produzido pelo efeito Hall; c) o potencial Hall.



## CONCLUSÃO

Ao longo dessa aula estudamos os principais conceitos relativos aos fenômenos magnéticos. Verificamos que o magnetismo é algo constantemente presente em nossas vidas, não obstante que o nosso planeta, ele mesmo é um gigantesco ímã. Mas não apenas por essa razão, pois o magnetismo se manifesta em diversas ocasiões cotidianas como: alto-falantes, aparelhos celulares, computadores, enfim uma infinidade de situações onde esses fenômenos estão presentes. Convivemos com o magnetismo diariamente, portanto seu estudo e compreensão tornam-se vitais para um estudante de física.

Foi um capítulo denso, essencialmente teórico, por vezes até um tanto árido, onde vários conceitos e definições básicas foram discutidos lançando assim as bases para a compreensão de fenômenos mais complexos que serão estudados mais adiante.

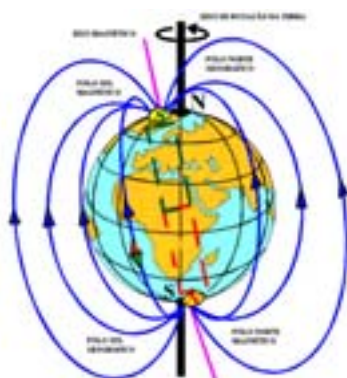
Na continuidade de nossos estudos analisaremos as relações íntimas entre os fenômenos de natureza elétrica e os fenômenos de natureza magnética, os quais chamamos hoje de eletromagnetismo. Verificaremos que não é possível dissociar esses fenômenos, já que um não existe sem o outro.

## RESUMO

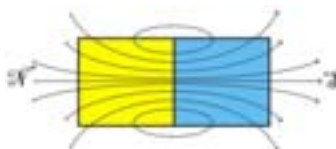
### PRINCIPAIS PROPRIEDADES MAGNÉTICAS

- ∄ atrair materiais ferromagnéticos;
- ∄ possuir dois pólos de denominações opostas;
- ∄ inseparabilidade dos pólos;
- ∄ atração entre pólos de mesma denominação e repulsão entre pólos de denominação diferente.

### CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE

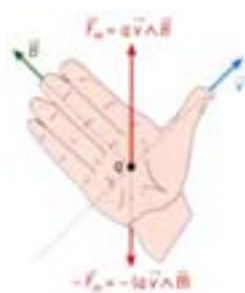


### LINHAS DE INDUÇÃO MAGNÉTICA



São linhas fechadas que saem do pólo norte em direção ao pólo sul, externamente ao ímã.

### FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UMA PARTÍCULA CARREGADA



$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$



**FLUXO MAGNÉTICO E LEIS DE GAUSS PARA O MAGNETISMO**

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

**FORÇA MAGNÉTICA EXERCIDA SOBRE CONDUTOR PERCORRIDO POR CORRENTE ELÉTRICA**

$$F_m = ILB\text{sen}\theta$$

**PRÓXIMA AULA**

Em nossa próxima aula continuaremos estudando os fenômenos magnéticos.

**REFERÊNCIAS**

ALONSO, M., Finn, E. J. Física. 1ed. São Paulo: Addison-Wesley, 1999, 936p.

SERWAY, R. A., JEWETT Jr, J. W. Princípios de Física. Vol. 1. 3 ed. São Paulo: Thomson, 2005, 403p.

HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J. Fundamentals of Physics – Extended. 4 ed. New York: John Wiley & Sons, 1993, 1306p.

GASPAR, A. Física 3. São Paulo. Ed. Ática, 2001.