

1

livro

2

aula

## CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS EM PAPEL MONOLOG (MONO-LOGARÍTMICO)

### META

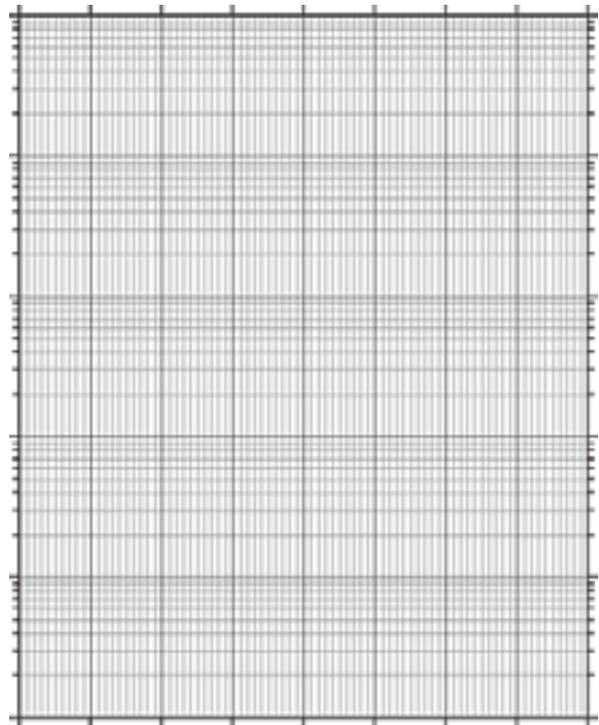
Expandir o estudo da utilização de gráficos em escala logarítmica.

### OBJETIVOS

Ao final desta aula, o aluno deverá:  
construir gráficos em escala mono-logarítmica; reconhecer a melhor escala (tipo de papel) na construção de gráficos para equação  $y = e^x$  e observar a linearização de curvas.

### PRÉ-REQUISITOS

Ser capaz de utilizar gráficos em papel milimetrado.  
Ser capaz de trabalhar com logaritmo.



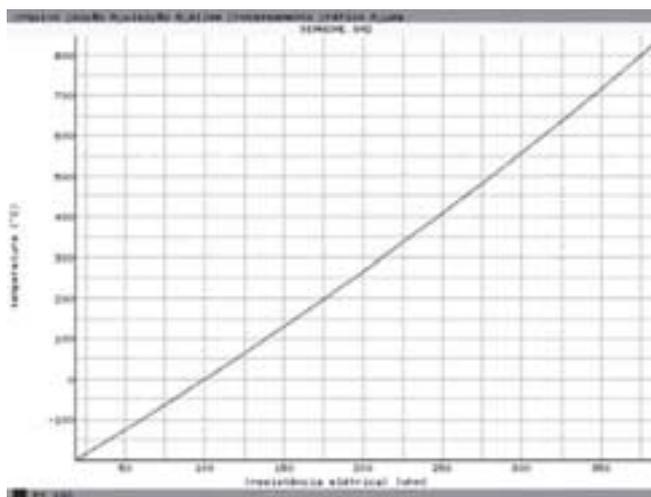
(Fonte: <http://www.fsc.ufsc.br>)

**O**lá, caro aluno! Esperamos que tenha gostado da nossa primeira aula e que esteja animado para prosseguir com os estudos desta disciplina.

## INTRODUÇÃO

Nesta aula, vamos estudar a utilização do papel MONOLOG para construção de gráficos aplicados nos eixos cartesianos. Esse tipo de papel é utilizado quando são apresentadas grandezas físicas que variam exponencialmente e o desejo é de obter uma linearização da curva. Quando essa curva é construída em papel milimetrado, temos a figura de uma curva exponencial. Para a Ciência Física o que interessa é a parte que a grandeza varia linearmente, por isso utilizamos um papel que tem uma escala conveniente, tendo a vantagem de facilitar a determinação dos parâmetros.

O papel de gráfico monolog é assim chamado porque a escala do eixo dos Y é logarítmica enquanto a escala do eixo dos X é decimal, como no caso do papel milimetrado. Da definição de logaritmo, fica claro que essa escala contempla somente valores positivos de uma grandeza. Entretanto, devemos observar que essa escala admite pontos à esquerda da origem quando os valores da grandeza são encontrados entre zero e um. A grandeza física que necessita utilizar papel monolog na construção e obtenção de uma reta obedece à equação  $Y = f(x) = K e^{-Ax}$ .



(Fonte: <http://www.pgie.ufrgs.br>).

## ESTUDO E APLICAÇÃO DO PAPEL MONOLOG

Para desenvolvermos o estudo e aplicação do **papel monolog**, primeiro vamos acompanhar a aplicação da propriedade de logaritmo na equação  $Y = K e^{-AX}$ .

### DESENVOLVIMENTO

Aplicando logaritmo em ambos os membros na equação  $Y = K e^{-AX}$ , obtemos a seguinte equação:  $\log Y = \log (K e^{-AX})$

$$\log Y = \log K - AX \log e$$

$$\log Y = \log K - 0,434 AX$$

A relação entre  $Y$  e  $X$  pode ser observada na equação  $\log Y = \log K - 0,434 AX$ , o que nos mostra que o gráfico de **Y vs. X** em papel monolog, com a escala logarítmica atribuída a  $Y$  e escala decimal a  $X$ , é uma reta com coeficiente angular igual a  $-0,434 A$ . Para encontrar o valor de **A**, temos que calcular primeiro a tangente ou coeficiente angular da reta escolhendo dois pontos dela. Escolhendo os pontos  $(X_1, Y_1)$  e  $(X_2, Y_2)$ , a tangente torna-se:

$$\text{Tangente} = \frac{X_2 - X_1}{Y_2 - Y_1}$$

Fazendo o valor da tangente =  $0,434 A$ , o valor do parâmetro **A** é calculado.

Para calcularmos o valor do parâmetro  $K$ , conhecido como coeficiente linear, utilizamos o valor do ponto da reta que toca o eixo dos  $Y$ , ou seja, é o valor de  $Y$  para  $X = 0$ . Outra maneira de encontrarmos o valor do parâmetro  $K$  é escolher um ponto da reta para substituir o valor de  $X$  e de  $Y$  na equação  $\log Y = \log K - 0,434 AX$ . O valor do parâmetro **A** é conhecido.

#### Papel Monolog

Papel para construção de gráficos que tem uma escala logarítmica no eixo dos  $Y$  e uma escala decimal no eixo dos  $X$ .

**Y vs. X**

**Y vs. X**, lê-se Y versus X

Observe com atenção o papel monolog que está anexo a esta aula. Como a escala no eixo dos Y é logarítmica, não precisamos calcular os valores do logaritmo de Y para colocar no gráfico. Marcam-se os valores como estão na tabela, sem logaritimar.

**t**

Tau (  $\tau$  ) Letra grega que representa a constante de tempo do circuito.

**e**

Exp corresponde à letra e. Lê-se exponencial.

**Exemplo de aplicação do papel MONOLOG.**

1- Seja a tabela a seguir, de corrente versus o tempo de carga de um capacitor num circuito RC. Trace o gráfico I vs. t em papel monolog e papel milimetrado. O gráfico I vs. t é regido pela lei de acordo com a função  $I = I_0 \exp(-t/\tau)$ . Determine no gráfico o valor da corrente inicial  $I_0$  e da constante de tempo  $\tau$ .

**Tabela**

| $(t \pm 0,5) s$ | $(I \pm 0,5) \mu A$ |
|-----------------|---------------------|
| 20,0            | 42,0                |
| 40,0            | 33,0                |
| 60,0            | 27,0                |
| 80,0            | 22,0                |
| 110,0           | 16,0                |
| 140,0           | 11,0                |

a) Com base nos dados anteriores, faça o que se pede a seguir:

- construa o gráfico e calcule os parâmetros  $I_0$  e  $\tau$ ;
- compare o gráfico construído com o gráfico apresentado na seção de atividade desta aula, como também os seus resultados.

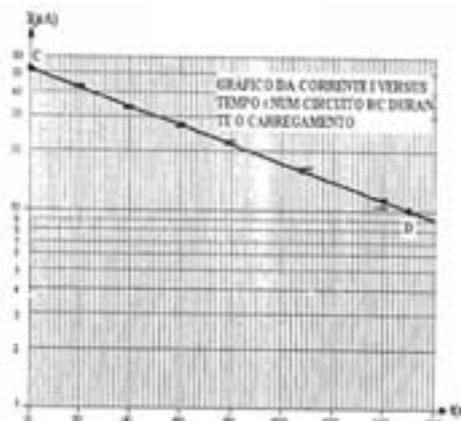


Figura 03.2: Gráfico da função  $I = I_0 \exp(-t/\tau)$  em papel monolog.

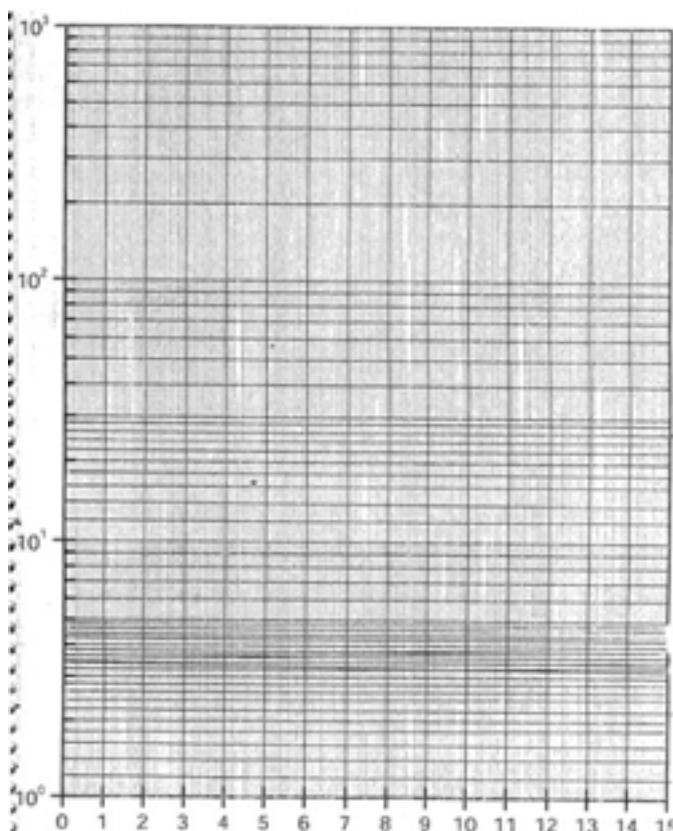


## ATIVIDADES

Caro aluno, nesta seção, você vai colocar em prática o que aprendeu ao longo desta aula. Mas antes de começar a desenvolver as atividades, gostaríamos de chamar a sua atenção para alguns pontos que são fundamentais ao seu bom desempenho na realização das atividades.

Evite escrever os valores de X e de Y no papel gráfico. Nesse papel, marque somente os valores das escalas escolhidas; faça a curva passando pelo maior número de pontos de acordo com as escalas escolhidas e com a equação. Não ligue ponto a ponto.

Agora quero que todos prestem bem atenção para o gráfico abaixo, por que ele corresponde ao que vocês construíram.





$$\text{Tangente} = \frac{\log 20 - \log 10}{86 - 152}$$

$$\text{Tangente} = \log ((2 \times 10) - \log 10) / (-66)$$

$$\text{Tangente} = (\log 2 + \log 10 - \log 10) / (-66)$$

$$\text{Tangente} = \log 2 / (-66)$$

O coeficiente angular da reta = tangente =  $-4,7 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  ou outro valor aproximado

$$\text{Tangente} = \log 2 / (-66) = -0,434 / t$$

Resolvendo a equação para  $t = -0.434 \times (-66) / \log 2$ , o valor da constante de tempo será aproximadamente  $t = 92 \text{ s}$

---

O valor do coeficiente linear  $K$  é o próprio valor de  $Y$ , por que para  $X = 0$  implica que  $\log Y = \log K$ , o que implica que  $Y = K$ . Para a linearização da curva  $Y = K e^{-A X}$ , é preciso utilizar papel gráfico MONOLOG.

**CONCLUSÃO**

---

### RESUMO



Nesta aula, aprendemos a manejar esse tipo de papel especial para linearizar curvas que obedecem à equação  $Y = K e^{-A X}$  que, normalmente em papel

### NOTA EXPLICATIVA

É importante observar que os números que são localizados entre duas potências de 10 que correspondem a um ciclo, tem valores diferentes para cada ciclo. Por exemplo, entre  $10^0$  e  $10^1$  observe em escala logarítmica os números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Agora quando usamos o ciclo seguinte, entre  $10^1$  e  $10^2$  ( intervalo de 10 a 100 ) onde era 2 agora o valor é 20 e assim sucessivamente, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.

Portanto é fácil perceber que no próximo ciclo teremos, os valores 200, 300, 400, ...

É de bom alvitre lembrar que esse tipo de papel apresenta os dois eixos em escala logarítmica, portanto comportamento matemático semelhante.

---

### PRÓXIMA AULA



Na próxima aula, prezado aluno, você vai continuar aprender a utilizar outro tipo de papel especial para a construção de gráficos de funções não lineares. Esse papel é chamado dilog (dilogarítmico), usado para equações do tipo  $y = b x^a$ .

Leia com atenção como foi utilizado o papel monologarítmico, para entender com mais facilidade esse tipo de papel gráfico.

---

### REFERÊNCIAS

MORETTO, Vasco Pedro; LENZ, Urbano. **Mecânica** – Física em Módulos de Ensino. 2º grau. São Paulo: Editora Ática S.A. (FALTA ANO DE PUBLICAÇÃO)

OKUNO, Emico; CALDAS, Iberê; ROBILLOTA, Cecil. **Física Para Ciências Biológicas e Biomédicas**. São Paulo: Harper & Row, 1982.

PUGLIESI NETTO, Humberto; SUAREZ, Francisco; Carneiro Neto; Oscar de Sá; Rodrigues. **Física Experimental**. São Paulo: Nobel, 1975