

## ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

### META

Organizar vários tipos de ondas eletromagnéticas com diversos nomes em um esquema lógico, chamado espectro eletromagnético. Discutir a produção e a utilização prática das ondas eletromagnéticas que pertencem às diferentes partes do espectro. Definir efeito Doppler das ondas eletromagnéticas. Analisar condições de formação das ondas eletromagnéticas estacionárias, descrevê-las matematicamente e demonstrar sua utilização prática.

### OBJETIVOS

Ao final desta aula, o aluno deverá:

Interpretar o espectro eletromagnético e identificar a origem e características de cada tipo da onda eletromagnética.

Entender o efeito Doppler das ondas eletromagnéticas, manipular a fórmula que o descreve e listar algumas aplicações práticas.

Descrever matematicamente uma onda eletromagnética estacionária, achar seus nodos e anti-nodos e entender sua aplicação prática.

### PRÉ-REQUISITO

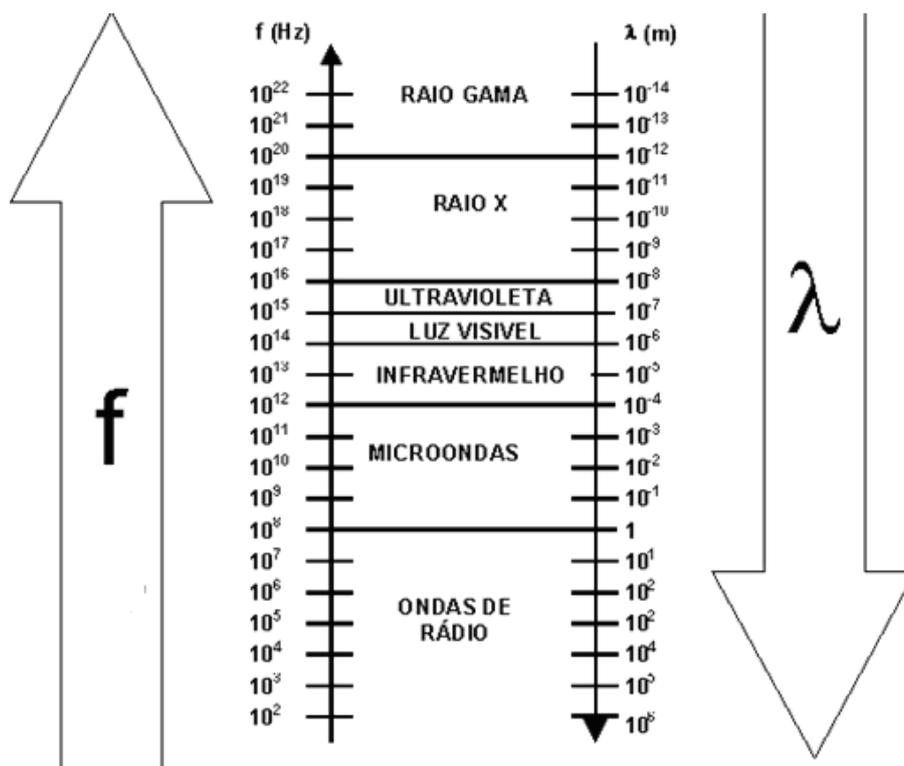
Trigonometria básica; cálculo diferencial básico; aula 06.

## Introdução

Todos nós ouvimos tantas vezes palavras como: luz, ondas de TV, radiação ultravioleta, raios X... Como essas palavras são diferentes, os leigos podem pensar (e muitos pensam) que elas indicam coisas completamente diferentes. Porém, todas essas palavras referem-se aos vários tipos de um único ente, chamado onda eletromagnética. Nessa aula aprenderemos como classificar as ondas eletromagnéticas pelas frequências (ou comprimentos de onda) juntando-as em um esquema chamado espectro eletromagnético. Revisaremos também o assunto sobre efeito Doppler, que é descrito diferentemente em relação ao caso das ondas mecânicas (aula 04) por causa dos efeitos relativísticos sofridos pelas ondas eletromagnéticas. Finalmente, vamos tocar no assunto das ondas eletromagnéticas estacionárias, enfatizando sua criação e descrição matemática. Ao longo da aula prestaremos muita atenção nos exemplos da utilização prática dos assuntos estudados.

### 7.1 Espectro eletromagnético

Aprendemos na última aula que todas as ondas eletromagnéticas exibem as mesmas propriedades físicas: todas se originam do movimento acelerado de cargas elétricas, consistem de campos elétricos e campos magnéticos que vibram nos planos perpendiculares entre si e em relação à direção de propagação, todas têm, no vácuo, a mesma velocidade etc. Por possuir a mesma descrição física, as ondas eletromagnéticas diferem entre si apenas pelas frequências e correspondentes comprimentos da onda. Essas frequências, porém, abrangem uma faixa enorme que denominamos **espectro eletromagnético**. A palavra espectro (do latim "spectrum", que significa fantasma ou aparição) foi usada por Isaac Newton, no século XVII, para descrever a faixa de cores que apareceu quando, numa experiência, a luz do Sol atravessou um prisma de vidro em sua trajetória. Os nomes de vários tipos das ondas, que usamos frequentemente no nosso dia-dia, são dados em acordo com a faixa das frequências que as mesmas ocupam no espectro eletromagnético (figura 7.1).



**Figura 7.1** Espectro eletromagnético apresentado na escala de frequência (esquerda) e dos comprimentos da onda (direita). Essas escalas são logarítmicas devido ao fato que os intervalos são muito elevados. As divisões entre os vários tipos das ondas não são definidas precisamente, e devem ser consideradas como aproximadas. A energia das ondas eletromagnéticas é proporcional a sua frequência, i.e., cresce com aumento da frequência.

Como já foi dito, todas as ondas no espectro eletromagnético exibem a mesma natureza física. Entretanto, a origem de vários tipos das ondas não é a mesma. Ondas de rádio ou microondas, por exemplo, são produzidas de maneira diferente do que as ondas luminosas ou de raios X. Abaixo segue uma breve descrição de cada tipo de onda eletromagnética listada na figura 7.1, com ênfase na sua utilização prática e a maneira de ser produzida.

### -- Ondas de rádio

Estas ondas são caracterizadas pelo  $\lambda$ , que pode variar de alguns quilômetros até aproximadamente 0,3 m, que corresponde às frequências relativamente pequenas, até  $10^8$  Hz. As ondas de rádio são geradas por equipamentos eletrônicos (i.e. circuitos LC), e utilizadas principalmente no sistema de rádio e TV.

As ondas longas de rádio, que vão de  $10^4$  Hz a  $10^7$  Hz, têm comprimento de onda grande, o que permite que elas sejam refletidas pelas camadas ionizadas da atmosfera superior (ionosfera). Portanto, elas alcançam muito longe, seguindo a curvatura da Terra. Estas ondas, além disso, têm a capacidade de contornar obstáculos como árvores,

edifícios, de modo que é relativamente fácil captá-las num aparelho rádio-receptor. No seu aparelho, estas ondas são reconhecidas nas bandas AM (“Amplitude Modulated”, i.e., moduladas em amplitude). As bandas FM (“Frequency Modulated”, i.e., moduladas em frequência) são reservadas para ondas curtas de rádio, cuja frequência é acima de  $10^7$  Hz, que carregam o som da maior qualidade, mas não são refletidas pela ionosfera e, portanto, têm alcance muito mais curto do que as ondas longas.

As ondas geradas pelas emissoras de TV possuem frequência acima de  $5 \times 10^7$  Hz (50 MHz). É costume classificar as ondas de TV em bandas (faixas) de frequência, que são:

- VHF : “Very High Frequency” (54 MHz à 216 MHz; canais 2 à 13)
- UHF : “Ultra High Frequency” (470 MHz à 890 MHz; canais 14 à 83)
- SHF : “Super High Frequency”
- EHF : “Extremely High Frequency”
- VHFI : “Very High Frequency Indeed”

Precisa ser dito que as ondas UHF já pertencem à faixa das frequências das microondas. As ondas de TV não são refletidas pela ionosfera, de modo que para estas ondas serem captadas a distâncias superiores a 75 km é necessário o uso de estações repetidoras.

### -- Microondas

As microondas são caracterizadas pelo  $\lambda$ , que varia de 0,3 m até 1 mm aproximadamente. Estas ondas possuem a faixa limite de frequências que podem ser produzidas por equipamentos e circuitos eletrônicos. Para produzir frequências mais altas, precisam ser usados osciladores moleculares e atômicos.

As microondas são muito utilizadas em telecomunicações. As ligações de telefone e programas de TV recebidos "via satélite" de outros países são feitas com o emprego de microondas. As microondas também são utilizadas no funcionamento de um radar. Uma fonte emite uma radiação que atinge um objeto e volta para o ponto onde a onda foi emitida. De acordo com a direção em que a radiação volta pode ser descoberta a localização do objeto que refletiu a onda. Finalmente, uma utilização de microondas bem comum é nos fornos de microondas, onde se esquentam os alimentos.

### -- Ondas infravermelhas

Os comprimentos de onda  $\lambda$  das ondas infravermelhas abrangem um intervalo entre 1,00 mm até  $7 \cdot 10^{-7}$  m (700 nm) aproximadamente (um nanômetro (1 nm) =  $10^{-9}$  m). Essas ondas são produzidas pelos corpos (objetos) quentes e usualmente chamadas radiação térmica (calor). A origem das ondas infravermelhas são vibrações dos átomos e moléculas do corpo, cuja agitação depende da temperatura do corpo. Como os átomos e moléculas são compostos de partículas eletricamente carregadas (elétrons, núcleos), sua vibração inclui um movimento não uniforme de cargas, e, portanto, produz radiação eletromagnética. As vibrações são muito rápidas, e resultam nas ondas com frequência

alta. Ondas infravermelhas têm aplicações práticas na indústria, medicina e outros campos.

### -- Luz visível

O olho humano tem condições de perceber somente frequências que vão de  $4,3 \cdot 10^{14}$  Hz a  $7 \cdot 10^{14}$  Hz (com  $\lambda$  entre 400 e 800 nm), preenchendo uma faixa bem estreita do espectro eletromagnético, indicada como luz visível. A luz visível é produzida ou pelos corpos muito quentes (fonte: vibração atômica), ou através das transições eletrônicas nos átomos que compõem o corpo. No último caso, a energia que o átomo adquiriu de alguma maneira não se gasta na agitação da sua vibração, mas para promover os seus elétrons para o estado com a energia mais alta. Quando os elétrons retornam para o estado da energia inicial, o excesso da energia é emitido na forma das ondas eletromagnéticas de luz visível ou ultravioleta. Para entender completamente este processo complexo, porém, precisa-se empregar a mecânica quântica, uma disciplina de física que estuda as leis da física que se aplicam ao mundo microscópico.

Quando se trata de luz visível, o cérebro humano interpreta os comprimentos de onda diferentes como cores diferentes. Consequentemente, a faixa correspondente dos comprimentos de onda da luz visível pode ser subdividida em acordo com o espectro das cores, como mostra tabela 7.1.

Cor	Comprimento de onda (nm)	Frequência ( $10^{12}$ Hz)
vermelho	780 - 622	384 - 482
laranja	622 - 597	482 - 503
amarelo	597 - 577	503 - 520
verde	577 - 492	520 - 610
azul	492 - 455	610 - 659
violeta	455 - 390	659 - 769

**Tabela 7.1:** Faixas de comprimentos de onda e das frequências de luz visível que determinam as cores.

A cor branca, que não aparece na tabela 7.1, é uma mistura de todas as cores: uma onda eletromagnética que contém uma mistura de todos os comprimentos da onda da faixa visível. Esse é o caso da luz que vem do Sol, por exemplo. Por outro lado, a onda que possui uma única e bem definida frequência (ou comprimento de onda), chama-se onda **monocromática** (em grego, “monos” = um e “chromos” = cor). Obviamente, essa onda possui uma única cor. A onda harmônica, por exemplo, descreve uma onda monocromática, pois é caracterizada por uma única frequência (ou comprimento de onda).

### -- Luz ultravioleta

A luz ultravioleta possui comprimentos de onda na faixa de 400 nm até 0,6 nm. Essa luz é produzida pelas transições eletrônicas que ocorrem nos átomos e moléculas excitados, da mesma maneira como luz visível (somente as transições agora envolvem energias maiores). A energia da radiação ultravioleta é grande, comparável com a energia suficiente para retirar elétrons dos átomos (digamos, para ionizar os átomos). Portanto, essa radiação pode causar danos aos tecidos vivos, como por exemplo, à nossa pele. O Sol é uma fonte poderosa da radiação ultravioleta (que vem junto com a radiação visível e infravermelha). Exatamente por causa dessa radiação, devemos utilizar protetores solares para proteger a nossa pele.

### -- Raios X

Os raios X possuem comprimentos de onda desde 10 nm até  $10^{-4}$  nm. Foram descobertos em 1895 pelo físico alemão Wilhelm Röntgen. Eles têm frequência alta e possuem muita energia. São capazes de atravessar muitas substâncias, embora sejam detidos por outras, principalmente pelo chumbo.

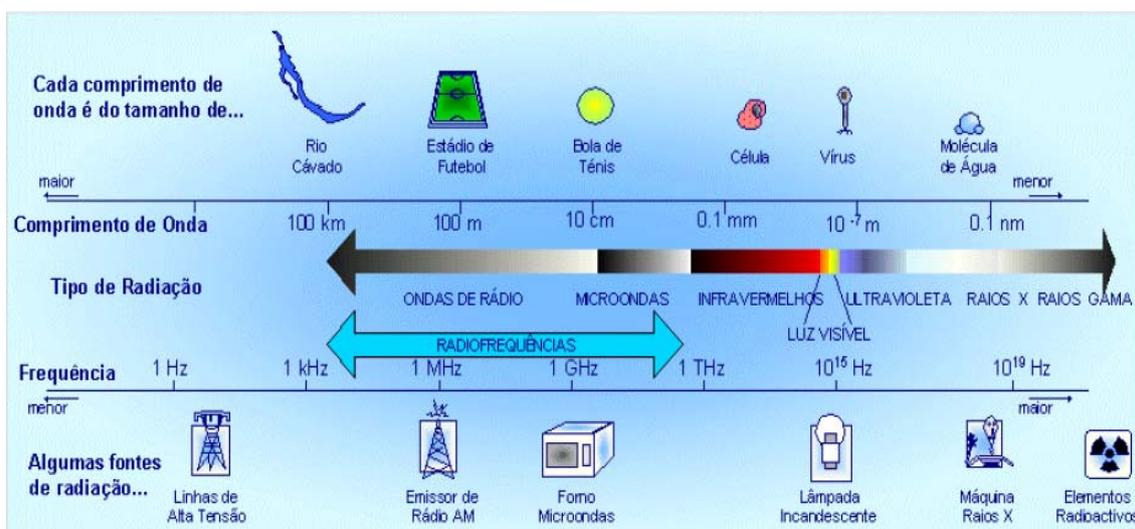
Os raios X são produzidos quando um feixe de elétrons de altíssima energia incide sobre um obstáculo material. O feixe é desacelerado e sua energia cinética é parcialmente transformada em energia eletromagnética, dando origem aos raios X.

Os raios X são muito utilizados em radiografias, já que conseguem atravessar a pele e os músculos da pessoa, mas são retidos pelos ossos. Eles são também bastante utilizados no tratamento de doenças como o câncer. Têm ainda outras aplicações: na pesquisa da estrutura da matéria, em química, em mineralogia e outros ramos.

### -- Raios Gama

As ondas eletromagnéticas com frequência e energia acima da dos raios X recebem o nome de raios gama ( $\gamma$ ). Os raios  $\gamma$  são produzidos por desintegração natural ou artificial de elementos radioativos, então originam de mudança dos estados da energia nos núcleos atômicos. Um material radioativo pode emitir raios  $\gamma$  durante muito tempo, até atingir uma forma mais estável.

Raios  $\gamma$  de alta energia podem ser detectados nos raios cósmicos que atingem a alta atmosfera terrestre em grande quantidade por segundo. Eles são perigosos e podem causar graves danos às células, de modo que os cientistas que trabalham em laboratório de radiação devem desenvolver métodos especiais de detecção e proteção contra doses excessivas dessa radiação.



**Figura 7.2** Uma apresentação ilustrativa do espectro das ondas eletromagnéticas, do seu uso e do tamanho de comprimento de onda.

## 7.2 Efeito Doppler das ondas eletromagnéticas

O efeito Doppler é um fenômeno exibido por todas as ondas quando emitidas por uma fonte que está em movimento em relação ao observador. Foi-lhe atribuído esse nome em homenagem a Johann Christian Andreas Doppler, que o descreveu teoricamente pela primeira vez em 1852. Nós já estudamos esse efeito no caso das ondas sonoras, aula 04.

O efeito Doppler também se aplica às ondas eletromagnéticas. Porém, neste caso descreve-se diferentemente devido ao fato que as ondas eletromagnéticas se propagam com velocidade da luz e, portanto, temos que levar em conta os efeitos relativísticos. Existem duas diferenças principais em relação ao caso do efeito Doppler das ondas mecânicas.

1. Ondas eletromagnéticas não precisam do meio de propagação. Portanto, a velocidade da fonte em relação ao meio não importa, é relevante somente a velocidade relativa entre a fonte e o observador.
2. A velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no vácuo é sempre igual a  $c$ , para qualquer observador, independentemente da sua velocidade.

Se anotarmos com  $f_o$  a frequência da onda eletromagnética registrada pelo observador, com  $f_f$  a frequência emitida pela fonte, e com  $v$  a velocidade relativa entre observador e fonte, as equações para o efeito Doppler assumem as seguintes formas:

$$f_o = f_f \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}} \quad (7.1)$$

caso o observador e a fonte se afastem, e

$$f_o = f_F \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \quad (7.2)$$

caso o observador e a fonte se aproximem. No caso de afastamento, a fórmula (7.1) prevê que o observador deve registrar uma frequência menor que emitida:  $f_o < f_F$  (já que o denominador é maior que numerador). No caso da aproximação, acontece o contrário,  $f_o > f_F$  pela fórmula (7.2).

O efeito Doppler das ondas eletromagnéticas é muito utilizado e explorado na prática. Esse efeito, por exemplo, permite a medição da velocidade de objetos através da reflexão de ondas emitidas pelo próprio equipamento de medição, que podem ser radares, baseados em radiofrequência, ou lasers, que utilizam frequências luminosas. Basicamente um radar detecta a posição e velocidade de um objeto emitindo uma onda na direção do objeto e, analisando o eco recebido de volta. Medindo a frequência do eco e comparando a com a frequência da onda emitida, é possível determinar a velocidade do objeto e se ele se aproxima ou se afasta do radar (usando basicamente as fórmulas 7.1 e 7.2). É muito utilizado para medir a velocidade de automóveis, aviões, bolas de tênis e qualquer outro objeto que cause reflexão.

Em astronomia, o efeito Doppler permite a medição da velocidade relativa das estrelas e outros objetos celestes em relação à Terra. Essas medidas permitiram aos astrônomos concluir que o universo está em expansão, base do efeito conhecido como “deslocamento para o vermelho” (“*red shift*”, em inglês). O último se refere à observação de que as frequências de luz chegando de todas as galáxias distantes estão deslocadas para frequências menores, que indica o afastamento destas galáxias da Terra (consulte fórmula 7.1). Isso significa, ao mesmo tempo, que os comprimentos de onda recebidos sofrem deslocamento para o lado dos comprimentos da onda maiores, i.e., para a parte do espectro visível dominada por luz vermelha (veja tabela 7.1). Foi percebido que quanto maior a distância desses objetos, maior o desvio para o vermelho observado (lei de Hubble), indicando assim a maior velocidade de afastamento. Este fato apóia a teoria de que há muito tempo atrás toda matéria do Universo era concentrada em um só ponto do espaço, e que o Universo de hoje foi criado pela explosão gigantesca que aconteceu neste ponto (teoria do “*Big Bang*”). Os objetos celestes que se aproximam a Terra causam desvio para o lado dos comprimentos de onda menores, i.e., para a parte do espectro visível dominada pela luz azul (deslocamento para azul).

Na medicina, um ecocardiograma utiliza o efeito Doppler para medir a direção e velocidade do fluxo sanguíneo ou do tecido cardíaco. Finalmente, o efeito Doppler é de extrema importância quando se está comunicando a partir de objetos em rápido movimento, como no caso dos satélites.

### 7.3 Ondas eletromagnéticas estacionárias

Na aula 6 aprendemos que as ondas eletromagnéticas também obedecem ao princípio de superposição, da mesma maneira como as ondas mecânicas. Portanto, quando duas ou mais ondas eletromagnéticas passam pela mesma região do espaço, seus campos elétricos e magnéticos se somam (cuidado, somam-se como vetores), dando origem ao efeito da **interferência**. A interferência das ondas eletromagnéticas será estudada com mais detalhes na última aula. Nesse momento, prestaremos atenção somente num caso especial da interferência, quando se combinam duas ondas idênticas que se propagam ao longo da mesma direção, mas em sentidos opostos. O resultado desta combinação é uma **onda estacionária**.

Como produzir na prática uma onda eletromagnética estacionária? Vamos considerar uma situação quando uma onda eletromagnética progressiva incide sob um ângulo reto sobre a superfície de um condutor perfeito. O último possui uma grande quantidade de elétrons livres (aqueles que são responsáveis pela condução elétrica) que se organizam de tal maneira para expulsar qualquer campo elétrico externo que tenta penetrar para dentro do condutor. Portanto, o campo elétrico da onda eletromagnética tem que apresentar nodo ( $\vec{E} = 0$ ) na superfície (isto, porém, não vale para ondas de altas frequências, correspondentes a ultravioleta distante ou raios X). Como consequência deste fato, o campo elétrico não penetra e a onda é totalmente refletida pela superfície, com a mesma amplitude e outras características da onda incidente. Realiza-se, então, a situação da interferência de duas ondas idênticas (incidente e refletida) propagando-se na mesma direção e em sentidos opostos.

Vamos representar esta situação matematicamente. A superfície condutora será o plano YZ, centralizado na posição  $x = 0$ . A onda incidente harmônica propaga-se ao longo do eixo X, no sentido de  $x$  decrescente, com campo elétrico vibrando no plano XY e o campo magnético no plano XZ. A onda refletida tem as mesmas características, somente o sentido de propagação é diferente: para o  $x$  crescente. As fórmulas para os campos elétricos e magnéticos destas duas ondas são (6.11) e (6.12), já discutidas na aula 6. A onda resultante da superposição das ondas incidente e refletida tem os seguintes campos elétricos e magnéticos:

$$\begin{aligned}\vec{E}(x,t) &= E_{\max} \cdot \vec{e}_y \cdot [-\text{sen}(\omega t + kx) + \text{sen}(\omega t - kx)] \\ \vec{B}(x,t) &= B_{\max} \cdot \vec{e}_z \cdot [\text{sen}(\omega t + kx) + \text{sen}(\omega t - kx)]\end{aligned}\quad (7.3)$$

onde os primeiros termos correspondem à onda incidente e os segundos à onda refletida. Utilizando a identidade trigonométrica:  $\text{sen}(\alpha \pm \beta) = \text{sen}\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \text{sen}\beta$  as fórmulas (7.3) se transformam em:

$$\begin{aligned}\vec{E}(x,t) &= -2E_{\max} \vec{e}_y \text{sen}(kx) \cos(\omega t) \\ \vec{B}(x,t) &= +2B_{\max} \vec{e}_z \cos(kx) \text{sen}(\omega t)\end{aligned}\quad (7.4)$$

Equação (7.4) descreve uma onda eletromagnética estacionária, cujas principais características foram descritas na aula 05. Ao longo de eixo X os campos  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  oscilam com amplitude cuja magnitude depende da posição  $x$ . As posições nas quais as

amplitudes dos campos elétricos e (ou) magnéticos têm valor máximo chamam-se **antinodos**, enquanto as posições nos quais estas amplitudes são iguais a zero chamam-se **nodos**.

As posições dos nodos do campo elétrico,  $x_{NE}$ , são definidas pela equação:

$$\vec{E}(x_{NE}, t) = 0 \quad (7.5)$$

que vale para qualquer instante  $t$  e para qualquer ponto no plano YZ que corta o eixo X nos pontos  $x = x_{NE}$ . Portanto, digamos que a equação (7.5) define **planos nodais** do campo elétrico da onda estacionária, i.e., os planos nos quais o campo elétrico é igual a zero. Segundo a equação (7.4), equação (7.5) será satisfeita se for:

$$\begin{aligned} \text{sen}(kx_{NE}) = 0, \text{ que implica: } kx_{NE} &\equiv \frac{2\pi}{\lambda} x_{NE} = 0, \pi, 2\pi, \dots \\ \Rightarrow x_{NE}^{(n)} &= n \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (7.6)$$

Similarmente, as posições dos nodos do campo magnético,  $x_{NB}$ , são definidas pela equação:

$$\vec{B}(x_{NB}, t) = 0 \quad (7.7)$$

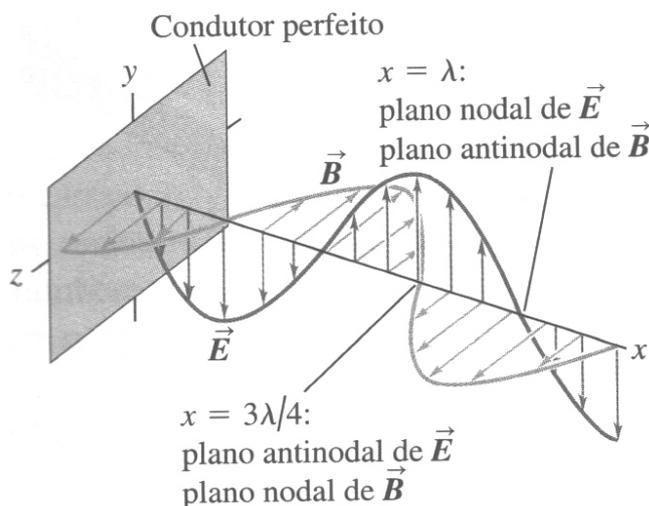
que implica o seguinte (pela equação (7.4)):

$$\begin{aligned} \cos(kx_{NB}) = 0, \quad kx_{NB} &\equiv \frac{2\pi}{\lambda} x_{NB} = \frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}, 5\frac{\pi}{2}, \dots \\ \Rightarrow x_{NB}^{(n)} &= (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (7.8)$$

É fácil mostrar que entre cada dois planos nodais, tanto para  $\vec{E}$  quanto para  $\vec{B}$ , existem planos anti-nodais, situados exatamente no meio. As posições desses planos são encontradas resolvendo as equações:

$$\begin{aligned} \text{sen}(kx_{AE}) = \pm 1 \quad \rightarrow \quad x_{AE}^{(n)} &= (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad \text{para os planos anti-nodais do } \vec{E}, \\ \cos(kx_{AB}) = \pm 1 \quad \rightarrow \quad x_{AB}^{(n)} &= n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad \text{para os planos anti-nodais do } \vec{B}. \end{aligned}$$

Conclui-se que os planos nodais de cada campo são separados por uma distância igual a  $\lambda/2$ . Os planos nodais e anti-nodais são regularmente separados por uma distância  $\lambda/4$ , para cada campo. Os planos nodais de  $\vec{E}$  coincidem com planos anti-nodais de  $\vec{B}$ , e vice-versa, como ilustrado na figura 7.3.



**Figura 7.3:** Formação de uma onda eletromagnética estacionária a partir da reflexão sobre superfície condutora no plano YZ com a posição  $x = 0$  (Young, H. D. e Freedman, R. A., *Física III*).

Em cada ponto de uma onda estacionária os campos  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  são defasados por  $90^\circ$ . Isto é claramente visto na figura 7.3: quando o campo elétrico é máximo, o campo magnético é zero, e vice-versa. Esta propriedade é consequência das equações (7.4):

$$\begin{aligned}\vec{E} &\square \vec{e}_y \cos(\omega t) \\ \vec{B} &\square \vec{e}_z \sin(\omega t)\end{aligned}$$

i.e., do fato de que as funções seno e cosseno são defasadas por  $\pi/2$ . Numa onda eletromagnética progressiva, no entanto, os campos  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  sempre se encontram em fase, como foi concluído a partir da análise das equações de Maxwell.

Uma onda estacionária pode ser formada entre duas placas condutoras paralelas entre as quais a onda eletromagnética sofre constantemente interferência entre ondas incidentes e ondas refletidas. Como o campo elétrico tem nós em ambas as superfícies, podemos estabelecer a analogia entre esse sistema e o sistema mecânico de uma corda fixada em ambos os lados, e usar os resultados da análise do último, já discutido na aula 5. Se a distância entre as placas condutoras for  $L$ , então o  $L$  deve ser múltiplo inteiro de  $\lambda/2$ . Os possíveis comprimentos de onda que se formam entre as placas são limitados:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (7.9)$$

bem como as possíveis frequências:

$$f_n = \frac{c}{\lambda_n} = n \cdot \frac{c}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (7.10)$$

onde o  $c$  é a velocidade de luz. As equações acima descrevem modos normais de uma onda eletromagnética estacionária.

Um exemplo muito citado de utilização das ondas eletromagnéticas estacionárias é um **forno de microondas**. Num forno de microondas existe um equipamento eletrônico que gera **microondas** de  $\lambda = 12,2$  cm para aquecer o alimento. Este comprimento de onda é fortemente absorvido pelas moléculas de água contidas nos alimentos. Absorvendo a energia das microondas, essas moléculas agilizam seu movimento e, a partir do aumento de atrito com as moléculas vizinhas, aumentam a temperatura da comida. As microondas com  $\lambda = 12,2$  cm têm outras propriedades interessantes: elas não são absorvidas pela maioria dos plásticos, vidros ou cerâmicas, e são refletidas por metais (por isso, as panelas de metal não podem entrar ao forno de microondas). Devido a tudo isso, os fornos de microondas são extremamente eficientes porque aquecem apenas o alimento, e nada mais, em um tempo bem curto.

Agora, por que você acha por que o alimento gira nos fornos de microondas? A resposta está diretamente conectada com a matéria estudada nesta aula. Como as paredes do forno são metálicas, as microondas são constantemente refletidas por elas e formam um padrão das ondas estacionárias dentro do forno. Como já aprendemos, a distância entre os nodos é de  $\lambda/2 = 6,1$  cm. Sem girar, alguns pontos da comida ficariam sempre nas posições de nodos, e outros nas posições de anti-nodos. Os primeiros não seriam aquecidos, e os segundos seriam super-aquecidos (passados). A rotação do prato dentro do forno evita que isso aconteça!

### Bibliografia consultada

Alonso, M. S. e Finn, E. J., *Física*, Ed. Edgard Blucher Editora, São Paulo, 1999.

Young, H. D. e Freedman, R. A. *Física III - Eletromagnetismo*, Pearson Education do Brasil (qualquer edição).

Halliday, D., Resnick, R., Walker, J *Fundamentos de Física - Eletromagnetismo*, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. (qualquer edição).

### Exercícios

1. Classifique as ondas com frequências de 2 Hz, 2 kHz, 2 MHz, 2 GHz, 2 THz, 2 PHz, 2 EHz, 2 ZHz e 2 YHz no espectro eletromagnético. Classifique ondas com comprimentos de onda de 2 km, 2 m, 2 mm, 2  $\mu$  m, 2 nm, 2 pm, 2 fm e 2 am.

2. Calcule uma estimativa da ordem de grandeza para a frequência de uma onda eletromagnética com um comprimento de onda igual à (a) sua altura; (b) à espessura de uma folha de papel. Como cada onda é classificada no espectro eletromagnético?

Resposta

(a) Se a sua altura é  $1,80\text{ m}$ , por exemplo, segue:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,0 \cdot 10^8\text{ m/s}}{1,80\text{ m}} = 1,67 \cdot 10^8\text{ Hz} = 167 \cdot 10^6\text{ Hz} = 167\text{ MHz}$$

(b) Se a folha tem espessura aproximadamente de  $1,0\text{ mm}$ , segue:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,0 \cdot 10^8\text{ m/s}}{0,001\text{ m}} = 3000 \cdot 10^8\text{ Hz} = 300 \cdot 10^9\text{ Hz} = 300\text{ THz}$$

3. O olho humano é mais sensível à luz com um comprimento de onda de  $5,50 \times 10^{-7}\text{ m}$ , que está na região verde-amarelo do espectro eletromagnético visível. Qual é a frequência dessa luz?

4. Suponha que você está localizado a  $180\text{ m}$  de um transmissor de rádio. (a) A quantos comprimentos de onda você está do transmissor se a estação se chama  $1150\text{ AM}$ ? (As frequências da banda AM estão em quilohertz.) (b) Quantos comprimentos de onda seriam se essa estação fosse a  $98,1\text{ FM}$ ? (As frequências da banda FM estão em megahertz.)

Resposta

(a) Primeiro devemos calcular o comprimento de onda  $\lambda$  que corresponde a frequência de  $1150\text{ kHz}$ :

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3,0 \cdot 10^8\text{ m/s}}{1150 \cdot 10^3\text{ 1/s}} = \frac{300000 \cdot 10^3\text{ m/s}}{1150 \cdot 10^3\text{ 1/s}} = 260,87\text{ m}$$

A sua distância da fonte  $d = 180,00\text{ m}$  e a seguinte fração do comprimento de onda:

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{180,00\text{ m}}{260,87\text{ m}} = 0,69, \text{ isto é, você se encontra na distância de } 0,69 \text{ comprimentos de}$$

onda a partir da estação  $1150\text{ AM}$ .

(b) Repetindo o procedimento do item (a), o resultado é:  $\frac{d}{\lambda} \approx 60$ , isto é, você se encontra a distância que corresponde a  $60$  comprimentos de onda a partir de estação  $98,1\text{ FM}$ .

5. Uma fonte de luz se afasta de um observador com uma velocidade  $v_F$ , que é pequena comparada com  $c$ . (a) Mostre que o desvio fracionário no comprimento de onda medido é dado pela expressão aproximada

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{v_F}{c}$$

Esse fenômeno é conhecido como desvio para o vermelho, porque a luz visível é deslocada rumo ao vermelho. (b) Medidas espectroscópicas da luz a  $\lambda = 397 \text{ nm}$  vindo de uma galáxia na constelação Ursa Maior revelam um desvio para o vermelho de 20,0 nm. Qual é a velocidade de recessão da galáxia?

Resposta

Como a fonte e observador se afastam, frequência que percebe o último é calculada pela fórmula:

$$f_o = f_F \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{v_F}{c}}}{\sqrt{1 + \frac{v_F}{c}}}, \text{ onde } f_F \text{ e } v_F \text{ são a frequência e a velocidade relativa da fonte}$$

( $c$  é velocidade de luz). Aplicando expansão de Taylor:

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \dots$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \dots$$

esta fórmula se transforma em:

$$f_o \approx f_F \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v_F}{c}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v_F}{c}\right) = f_F \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v_F}{c}\right)^2,$$

onde a expansão foi cortada a partir de termo quadrático por  $v_F/c$  devido ao fato que  $v_F \ll c$ . Sabendo que  $f = c/\lambda$  segue:

$$\frac{c}{\lambda_o} = \frac{c}{\lambda_F} \cdot \left[1 - \frac{v_F}{c} + \frac{v_F^2}{4c^2}\right],$$

onde  $\lambda_o$  e  $\lambda_F$  são comprimentos de onda percebidos pelo observador e emitidos pela fonte, respectivamente. O último termo em parêntesis é muito menor do que penúltimo, então podemos o desprezar.

$$\Rightarrow \lambda_F \approx \lambda_o - \lambda_o \cdot \frac{v_F}{c}, \text{ i.e. } \frac{\lambda_o - \lambda_F}{\lambda_o} = \frac{\Delta\lambda_o}{\lambda_o} \approx \frac{v_F}{c}.$$

O resultado mostra que o desvio para vermelho depende proporcionalmente da velocidade de afastamento: quanto maior velocidade de afastamento, maior é o desvio para comprimentos de onda maiores. A fórmula permite uma estimativa da velocidade de afastamento de uma galáxia, por exemplo, a partir das medidas de desvio de comprimentos da onda recebidos.

$$(b) \frac{v_F}{c} = \frac{\Delta \lambda_O}{\lambda_O} = \frac{20 \text{ nm}}{397 \text{ nm}} = 0,05 \Rightarrow v_F = 0,05 \cdot c.$$

6. Mostre que o deslocamento Doppler  $\Delta \lambda$  no comprimento de onda da luz é descrito pela expressão

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} + 1 = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda da fonte e  $v$  é a velocidade da aproximação relativa entre a fonte e o observador. (b) Com que rapidez um motorista deveria estar se deslocando para fazer uma luz vermelha parecer verde? Considere 650 nm como sendo um comprimento de onda típico para a luz vermelha e 550 nm como típico para a verde.

### Resposta

(a) No caso de aproximação da fonte e observador (velocidade  $v$ ), a fórmula do efeito Doppler fica:

$$f_O = f_F \cdot \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} = f_F \cdot \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \Rightarrow \frac{f_O}{f_F} = \frac{\lambda_F}{\lambda_O} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}};$$

$$\frac{\lambda_O}{\lambda_F} \equiv \frac{\lambda_O - \lambda_F}{\lambda_F} + \frac{\lambda_F}{\lambda_F} = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \Rightarrow \frac{\Delta \lambda_F}{\lambda_F} + 1 = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}.$$

A fórmula demonstra que:  $\Delta \lambda_F \equiv \lambda_O - \lambda_F < 0$ , isto é:  $\lambda_O < \lambda_F$ , significando que o observador registra comprimentos de onda menores do que aqueles emitidos (deslocamento para azul).

(b) Utilizando a fórmula deduzida no item (a) e dados:  $\lambda_F = 650 \text{ nm}$  (vermelho),  $\Delta \lambda_F = 650 - 550 = 100 \text{ nm}$ , segue:

$$\frac{c-v}{c+v} = \left( \frac{\Delta \lambda_F}{\lambda_F} + 1 \right)^2 \Rightarrow v = c \cdot \frac{1 - \left( \frac{\Delta \lambda_F}{\lambda_F} + 1 \right)^2}{1 + \left( \frac{\Delta \lambda_F}{\lambda_F} + 1 \right)^2} = 0,14 \cdot c = 42000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Essa velocidade é impossivelmente grande para motorista de um carro.

7. Um padrão de interferência de onda estacionária é criado por ondas de rádio entre duas chapas metálicas separadas por 2,00 m. Essa é a menor distância entre as chapas que irá produzir um padrão de onda estacionária. Qual é a frequência fundamental?

Resposta

Onda estacionária deve ter nodos nas chapas metálicas. O padrão de oscilação que corresponde ao modo fundamental (primeiro harmônico) deverá ter um anti-nodo entre dois nodos. Portanto, teremos nodo, antinodo e nodo da onda estacionária (metade do comprimento de onda) arranjados ao longo do comprimento  $L = 2,00m$ .

Isto é,

$$\frac{\lambda_1}{2} = L \Rightarrow \lambda_1 = 2L \Rightarrow f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2L} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4,00 \text{ m}} = 0,75 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$

8. Um forno de microondas é alimentado por um tubo de elétrons, chamado magnetron, que gera ondas eletromagnéticas na frequência de 2,45 GHz. As microondas entram no forno e são refletidas pelas paredes. O padrão de onda estacionária produzido no forno pode cozinhar a comida desigualmente, com pontos quentes da comida nos antinodos e pontos frios nos nodos. Sendo assim, uma bandeja giratória é frequentemente usada para girar a comida e distribuir a energia. Se um forno de microondas projetado para ser utilizado com uma bandeja giratória é, em vez disso, usado com um prato de cozimento em uma posição fixa, os antinodos podem aparecer como marcas de queimadura em alimentos como tiras de cenoura ou queijo. A distância de separação entre as queimaduras é medida como sendo de 6 cm  $\pm 5\%$ . A partir desses dados, calcule a velocidade das microondas.

Dica

Lembre-se que a distância entre anti-nodos (queimaduras) é igual a metade de comprimento de onda. Calculando esse comprimento e sabendo frequência, é fácil calcular velocidade da onda.

**Resumo da aula**

**Espectro eletromagnético** é o intervalo completo da radiação eletromagnética, subdividido em faixas que representam regiões que possuem características peculiares em termos dos processos físicos, geradores de energia em cada faixa, ou dos mecanismos físicos de detecção desta energia. As principais faixas do espectro eletromagnético, com frequências crescentes, são: ondas de rádio e TV, microondas, luz infravermelha, luz visível, luz ultravioleta, raios X e raios gama.

**O efeito Doppler** é a alteração da frequência da onda percebida pelo observador em virtude do movimento relativo de aproximação ou afastamento entre a fonte e o observador. Aplica-se ao movimento ondulatório em geral, quanto para ondas mecânicas tanto para ondas eletromagnéticas. No último caso, porém, tem que ser levados em conta efeitos relativísticos, devido ao fato que as velocidades da onda eletromagnética são extremamente grandes.

Denotando com  $f_o$  a frequência da onda eletromagnética registrada pelo observador, com  $f_F$  a frequência emitida pela fonte, e com  $v$  a velocidade relativa entre observador e fonte, as equações para o efeito Doppler das ondas eletromagnéticas são:

$$f_o = f_F \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}} \quad (7.1)$$

caso o observador e a fonte se afastem, e

$$f_o = f_F \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \quad (7.2)$$

caso o observador e a fonte se aproximem. No caso de afastamento, o observador registra uma frequência menor que emitida:  $f_o < f_F$ , já no caso da aproximação, acontece o contrário,  $f_o > f_F$  pela fórmula.

Existem muitos exemplos de utilização prática do efeito Doppler, sendo mais conhecidas suas aplicações em astronomia (para medição da velocidade relativa das estrelas e outros objetos celestes em relação à Terra), em medicina (para medir a direção e velocidade do fluxo sanguíneo ou do tecido cardíaco) e em controle de tráfego (radares).

**Ondas eletromagnéticas estacionárias** são produzidas pela superposição de duas ondas idênticas que se propagam em sentidos opostos. Usualmente são formadas entre duas placas condutoras (metálicas), que refletem totalmente a onda eletromagnética. A onda resultante, portanto, tem nodos nas superfícies metálicas, e o sistema possui características bem parecidas com o sistema de uma onda estacionária mecânica formada em uma corda fixa nos dois lados (aula 05).

Posições de planos nodais e anti-nodais (calculados a partir da origem situada numa das placas) do campo elétrico:

$$x_{NE}^{(n)} = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad ; \quad x_{AE}^{(n)} = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

e do campo magnético:

$$x_{NB}^{(n)} = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4} \quad ; \quad x_{AB}^{(n)} = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

são determinados em termos de comprimento de onda das ondas eletromagnéticas que formam a onda estacionária. Esses planos são arranjados alternadamente, com distância entre nodos e anti-nodos igual a um quarto de  $\lambda$ . Numa onda estacionária, os campos elétrico e magnético oscilam em contra-fase, isto é, a diferença de fase entre  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  é de  $90^\circ$ .

Os possíveis comprimentos de onda e frequências são quantizados (conjunto discreto de valores):

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} ; \quad f_n = \frac{c}{\lambda_n} = n \cdot \frac{c}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

correspondendo aos modos normais de oscilação de campos numa onda eletromagnética estacionária.

### Conclusão

Nessa aula aprendemos que as ondas de rádio, microondas, radiação infravermelha, luz visível, luz ultravioleta, raios X e raios gama, todas são um único ente com a mesma natureza física: ondas eletromagnéticas! Elas diferem entre si somente pela frequência (ou comprimento de onda) e pela maneira de serem produzidas. São classificadas em um esquema chamado espectro eletromagnético, que as relaciona em termos das suas frequências. A luz visível compreende uma faixa bem pequena neste espectro, entre  $10^{14}$  e  $10^{15}$  Hz, onde se encontram todas as frequências que o nosso cérebro interpreta como cores diferentes. Também aprendemos que as ondas eletromagnéticas exibem efeito Doppler, bem como as ondas mecânicas, mas com relação diferente entre as frequências observadas e as emitidas devido aos efeitos relativísticos. Finalmente, vimos que o estudo das ondas estacionárias mecânicas (aula 05) ajudou a descrever as ondas eletromagnéticas estacionárias, que se formam de maneira similar, usualmente entre duas placas condutoras que não permitem o campo elétrico penetrar em seu interior, e, portanto, representam nodos da onda estacionária.

### Informações sobre a próxima aula

Na próxima aula estudaremos a propagação da luz (e outras ondas eletromagnéticas) através dos meios materiais. Definiremos uma propriedade física, índice de refração do meio, que tem papel importantíssimo em óptica. Estudaremos a reflexão e refração da luz que incide na interfase entre dois meios, e deduziremos as fórmulas que descrevem estes efeitos a partir de um princípio geral, chamado princípio de Fermat. Aprenderemos que as ondas eletromagnéticas com diferentes frequências refratam diferentemente, produzindo um efeito chamado dispersão. Ele explica a decomposição da luz branca em cores pelo prisma, e também o fenômeno do arco-íris.