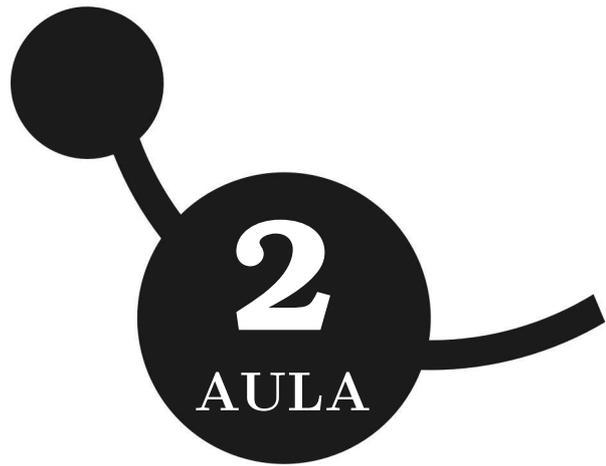


# Fótons



## **METAS:**

- Introduzir o conceito de fóton no contexto da teoria de Einstein para o efeito fotoelétrico.
- Introduzir a teoria elementar do efeito Compton.

## **OBJETIVOS:**

Ao fim da aula os alunos deverão ser capazes de:

- usar a teoria de Einstein para o efeito fotoelétrico na resolução de problemas;
- usar o conceito de fóton na resolução de problemas simples envolvendo o efeito Compton.

## **PRÉ-REQUISITOS:**

- Ondas eletromagnéticas.
- Radiação do corpo negro.

### 2.1 Introdução

Segundo a hipótese de quantização de Planck, a energia de uma onda eletromagnética estacionária com frequência  $\nu$  pode tomar somente os valores

$$\mathcal{E}_n(\nu) = nh\nu, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

em que  $h$  é a constante de Planck. Uma implicação da hipótese da quantização é que a *transferência* de energia entre a onda estacionária e as paredes da cavidade ocorre em porções, múltiplos de  $h\nu$ . A porção mínima (para o valor  $\nu$  da frequência) - o *quantum* de energia - é igual a  $h\nu$ . Em 1905, no desenvolvimento da teoria do *efeito fotoelétrico*, Einstein admitiu que a *quantização da energia* se aplica também às ondas progressivas e não apenas às ondas estacionárias.

### 2.2 O efeito fotoelétrico

#### 2.2.1 O que é efeito fotoelétrico?

O elétron foi descoberto por J. J. Thomson em 1897. Isso tornou possível o desenvolvimento de uma teoria do efeito fotoelétrico. O nome “elétron” foi sugerido por George Johnstone Stoney em 1894, antes da descoberta de J. J. Thomson.

Efeito fotoelétrico é a emissão de elétrons por um material (geralmente, metálico) devida a incidência de radiação eletromagnética sobre a superfície do material.

#### A descoberta

Fazendo experiências com ondas eletromagnéticas em 1886-1887, Heinrich Hertz notou que a descarga elétrica entre dois eletrodos metálicos é facilitada quando se faz incidir luz ultravioleta sobre um dos eletrodos. Em experiências feitas por Hallwachs, Hoor, Righi, Stoletow, Lenard foram estabelecidas as principais leis do efeito fotoelétrico. Ficou claro que a radiação eletromagnética é capaz, em certas circunstâncias, de arrancar *elétrons* do material (e não íons positivos, por exemplo). Os elétrons, emitidos do material no efeito fotoelétrico são chamados *fotoelétrons*. Foi estudada a dependência do

número dos fotoelétrons emitidos por unidade de área por unidade de tempo e da energia cinética desses elétrons da intensidade e da frequência da radiação incidente. Os resultados das experiências mostraram certos aspectos do efeito fotoelétrico que não admitem uma explicação adequada baseada nas teorias da física clássica.

### Experiências

A Figura 2.1 mostra um aparelho típico usado em estudos do efeito fotoelétrico.

A placa de metal e o coletor estão no vácuo dentro de um invólucro. Luz monocromática incide através de uma janela de quartzo. Os elétrons são arrancados da placa e aqueles que atingem o coletor são detectados na forma de uma corrente elétrica, chamada *corrente fotoelétrica*. O potenciômetro é usado para variar o módulo da diferença de potencial aplicada entre a placa e o coletor. A corrente fotoelétrica registrada traz informações sobre o número de fo-

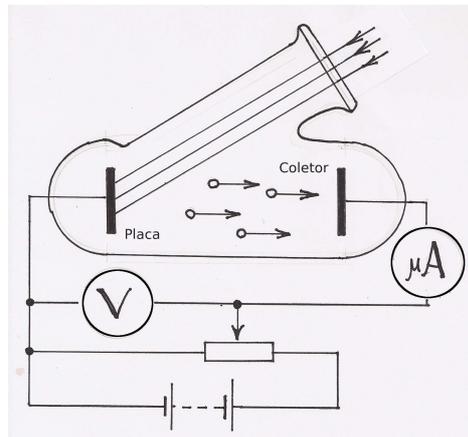


Figura 2.1: Aparelho usado em estudos do efeito fotoelétrico.

toelétrons que atingem o coletor por unidade de tempo. Aplicando uma diferença de potencial invertida (o polo positivo da bateria na placa) e variando seu módulo, podemos obter informações sobre a energia cinética com a qual os fotoelétrons são emitidos. Com efeito, um fotoelétron não poderia chegar ao coletor se a energia cinética  $K$  com a qual ele é emitido for menor que  $eV$ , onde  $V$  é o módulo da diferença de potencial invertida aplicada entre a placa e o coletor. Na Figura 2.2 são mostrados gráficos da corrente fotoelétrica em função da diferença de potencial aplicada para duas intensidades diferentes da

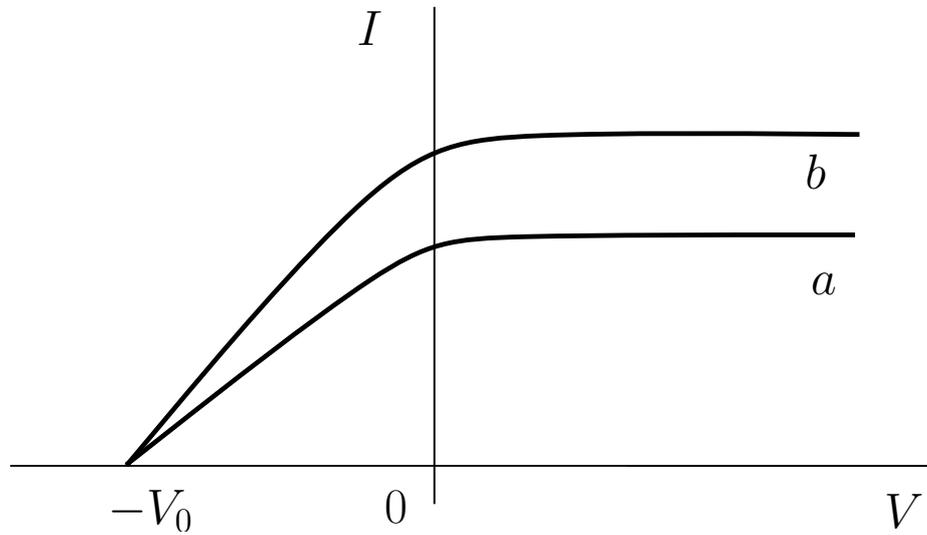


Figura 2.2: A energia cinética máxima dos fotoelétrons não depende da intensidade da luz incidente.

luz incidente enquanto a frequência da luz incidente é mantida constante. Os gráficos interceptam o eixo horizontal no mesmo ponto, o que significa que a energia cinética máxima dos fotoelétrons não depende da intensidade da luz incidente.

### 2.2.2 Aspectos do efeito fotoelétrico

Aspectos do efeito fotoelétrico que a teoria clássica não é capaz de explicar são os seguintes.

**1. Existe um limiar de frequências.** O efeito fotoelétrico não ocorre para qualquer frequência da luz incidente. Para cada material, existe um limiar de frequências  $\nu_0$  específico. A emissão de elétrons não ocorre quando a frequência  $\nu$  menor da luz incidente está abaixo do limiar  $\nu_0$ .

**2. A energia cinética máxima dos fotoelétrons  $K_{\max}$  depende da frequência da luz e não depende da intensidade da luz.** Quando au-

menta a intensidade  $I$  da luz incidente, cresce o número de elétrons emitidos por segundo, mas não a energia cinética máxima dos fotoelétrons. A energia cinética máxima cresce na medida que aumenta a diferença entre a frequência da luz incidente  $\nu$  e o limiar  $\nu_0$ .

**3. Não há retardamento.** A corrente fotoelétrica é detectada no mesmo instante em que a luz começa a incidir sobre o material. Não foi observado um retardamento maior que  $10^{-9}$  s.

### Porque a teoria clássica não é capaz de explicar esses aspectos do efeito fotoelétrico?

Segundo a teoria clássica, a radiação é uma onda eletromagnética. Emissão de um fotoelétron ocorre quando o elétron é “arrancado” do metal pela onda. Do ponto de vista da teoria clássica, o elétron acumula energia da mesma forma como um barco submetido às ondas no mar. Mas essa explicação é incompatível com os resultados das experiências.

Com efeito, a capacidade de uma onda de “arrancar” um elétron do metal depende, em primeiro lugar, da intensidade da onda. Qualquer que seja a frequência da onda, se a intensidade for suficientemente grande, a onda será capaz de arrancar elétrons do material. Não foi isso que as experiências mostraram. Quando a frequência da radiação está abaixo do limiar de frequências, emissão de elétrons não ocorre mesmo com a maior intensidade da onda disponível.

A teoria clássica não é capaz de explicar porque existe uma energia cinética máxima dos fotoelétrons e porque esta energia depende apenas da frequência da radiação incidente.

Espera-se que em uma onda de intensidade maior os elétrons poderiam adquirir uma energia cinética maior. No entanto, a energia cinética máxima dos

## Fótons

---

fotoelétrons depende da frequência e não depende da intensidade da radiação.

Finalmente, o processo de acumulação da energia da onda pelo elétron precisa de tempo (as estimativas mostraram que se tratava de alguns minutos!). Mas um retardamento no efeito fotoelétrico nunca foi observado.

### 2.2.3 A teoria de Einstein

**Fótons.** Em 1905 Einstein propôs uma teoria simples e capaz de explicar todos os aspectos do efeito fotoelétrico. Segundo Einstein, a radiação eletromagnética (a “luz”) poderia ser tratada como um fluxo de “quanta de luz” posteriormente denominados *fótons*.

Todos os fótons em um feixe de luz monocromática têm a mesma energia porque a *energia do fóton*  $\mathcal{E}$  é relacionada à frequência da luz,

$$\mathcal{E} = h\nu. \quad (2.1)$$

**A equação de Einstein.** A emissão de um elétron no efeito fotoelétrico é causada por um único fóton. O fóton é totalmente absorvido no processo (ele deixa de existir) .

O trabalho  $W$  mínimo necessário para tirar um elétron do material é chamado *função trabalho*. O valor de  $W$  é uma característica do material. Usando a lei de conservação da energia e a eq. (2.1), obtemos para a energia cinética máxima  $K_{\text{máx}}$  do elétron emitido

$$K_{\text{máx}} = h\nu - W. \quad (2.2)$$

Esta é a equação de Einstein para o efeito fotoelétrico.

A energia cinética no primeiro membro da eq. (2.2) é a energia cinética máxima do elétron. Com efeito, na saída do metal o elétron pode sofrer (ou não) perdas de energia devidas a colisões com outros elétrons.

**O efeito fotoelétrico explicado pela teoria de Einstein.** A teoria de Einstein explica os aspectos do efeito fotoelétrico acima listados.

O termo *fóton* foi criado muito mais tarde, em 1926, por Gilbert Lewis, o descobridor da *ligação covalente*. Lewis usou a palavra *fóton* no contexto de uma teoria, criada por ele e que nunca foi aceita pela comunidade científica. Porém, o termo *fóton* foi aceito como nome para o “quantum de luz”.

**1. O limiar de frequências.** A energia cinética do elétron é positiva. Portanto, decorre da equação (2.2) que o efeito fotoelétrico pode ocorrer somente se

$$h\nu - W > 0.$$

Portanto, uma radiação cuja frequência é menor que

$$\nu_0 = \frac{W}{h},$$

não vai causar emissão de fotoelétrons.

**2. A energia cinética máxima dos fotoelétrons.** Segundo a equação de Einstein (2.2), a energia máxima dos fotoelétrons é uma função linear da frequência, de acordo com os resultados das experiências, ver a Figura 2.3.

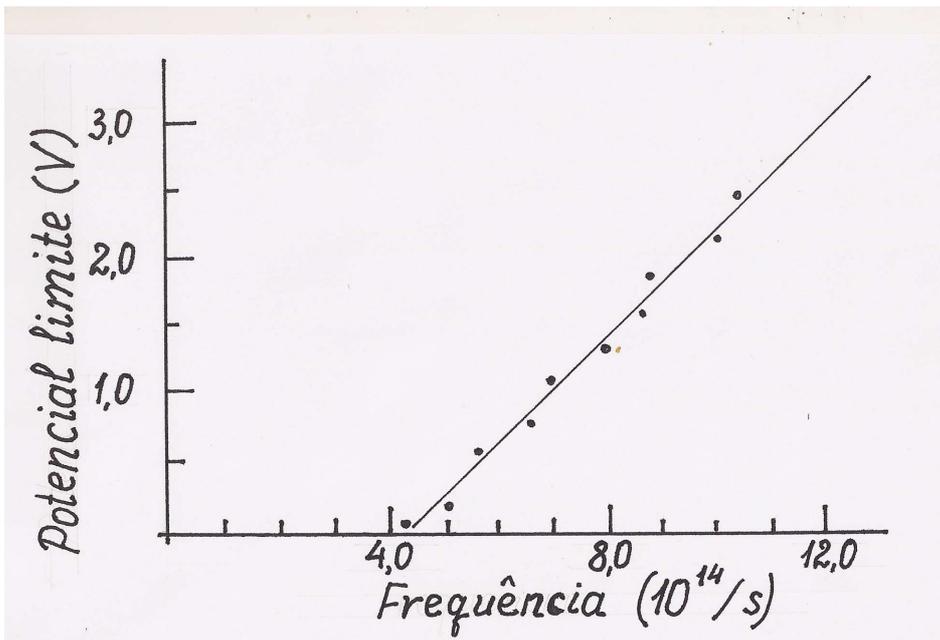


Figura 2.3: O potencial de corte em função da frequência da luz incidente.

**3. Não há retardamento.** Com efeito, se a emissão de um fotoelétron ocorre através da interação de um único fóton com um elétron, os fotoelétrons

vão começar sair da placa logo depois de a luz ser ligada.

### A relação entre a frequência e o potencial de corte

Consideremos uma experiência realizada com o aparelho da Figura 2.1. No voo entre a placa e o coletor, a energia (a soma da energia cinética do elétron e da energia potencial) é conservada. Igualando as energias logo depois da saída do elétron da placa e na chegada ao coletor, temos

$$K_{\text{coletor}} + U_{\text{coletor}} = K + U_{\text{placa}}, \quad (2.3)$$

onde  $K$  é a energia cinética do elétron logo depois da saída da placa. Suponhamos que a frequência da luz incidente é mantida constante e que uma diferença de potencial “invertida” é aplicada entre a placa e o coletor, isto é,

$$U_{\text{coletor}} - U_{\text{placa}} \equiv eV \geq 0, \quad (2.4)$$

onde  $e$  é o módulo da carga do elétron,  $e = 1,602 \times 10^{-19}$  C, e  $V$  é o módulo da diferença de potencial entre a placa e o coletor. A energia dos elétrons na chegada ao coletor é positiva,  $K_{\text{coletor}} \geq 0$ . Usando as equações (2.4) e (2.3) encontramos que podem atingir o coletor apenas elétrons cuja energia cinética logo após da saída da placa satisfaz a desigualdade

$$K > U_{\text{coletor}} - U_{\text{placa}} = eV. \quad (2.5)$$

A energia cinética máxima  $K_{\text{máx}}$  dos fotoelétrons é dada pela equação de Einstein (2.2). Uma corrente fotoelétrica poderá ser detectada somente se a diferença de potencial  $V$  satisfaz a desigualdade

$$K_{\text{máx}} \geq eV. \quad (2.6)$$

O valor máximo de  $V$  que ainda satisfaz esta desigualdade é dado por

$$V_0 = \frac{1}{e}(h\nu - W). \quad (2.7)$$

Este valor é o potencial de corte, pois, se  $V > V_0$  (isto é,  $-V < -V_0$ ) nenhum fotoelétron emitido da placa vai ter energia suficiente para atingir o coletor. A teoria de Einstein explica porque existe um potencial de corte e exprime  $V_0$  em termos da função trabalho para o material e da frequência da luz incidente  $\nu$ . O potencial de corte  $V_0$  na teoria de Einstein não depende da intensidade da luz incidente.

2. A eq. (2.7) sugere que o potencial de corte  $V_0$  é uma função linear da frequência da luz incidente  $\nu$ , Figura 2.3. A inclinação do gráfico é igual a  $h/e$ . Estes resultados teóricos estão em pleno acordo com os resultados das experiências feitas por Millikan em 1916.

3. Segundo a teoria de Einstein, a emissão de um fotoelétron é causada por um único fóton. Portanto, a emissão de fotoelétrons começa imediatamente quando a luz começa incidir sobre a superfície do material.

## 2.3 O efeito Compton

### 2.3.1 Espalhamento de fótons por elétrons

No efeito fotoelétrico, fótons são completamente absorvidos. Porém, a interação entre um fóton e um elétron *livre* deveria levar a um resultado diferente. Na colisão com um elétron livre, um fóton poderia ser *espalhado* mas não completamente absorvido (a absorção total de um fóton na colisão com um elétron livre é incompatível com a conservação da energia e do momento linear do sistema). Suponhamos, que o elétron está em repouso antes da colisão. Recuando, ele vai adquirir uma energia cinética positiva. Sendo a energia conservada, a soma da energia do fóton espalhado e da energia do elétron depois da colisão será igual à soma da energia do fóton incidente e da energia de repouso do elétron antes da colisão. Portanto, a energia do fóton espalhado será menor do que a do fóton incidente. Segundo a fórmula de Einstein,  $\mathcal{E} = h\nu$ , a

## Fótons

radiação espalhada teria frequências menores do que a frequência da radiação incidente. Em 1922, Arthur H. Compton realizou experiências com o objetivo de verificar essa hipótese.

### 2.3.2 As experiências de Compton

Nas experiências de Compton raios X, essencialmente com único comprimento de onda  $\lambda$ , incidem sobre um alvo de grafito (ver a Figura 2.4). Medidas do espectro da radiação espalhada são feitas para valores diferentes do *ângulo de espalhamento*  $\theta$ . Para cada valor do ângulo de espalhamento, a intensidade

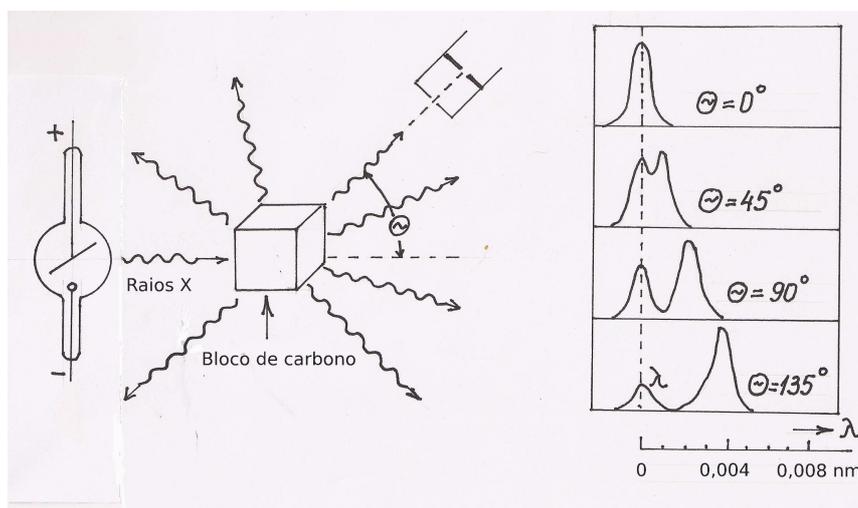


Figura 2.4: Espalhamento de fótons.

da radiação espalhada como função do comprimento de onda possui máximos em dois pontos. Um dos máximos ocorre em  $\lambda$  e o outro - para um valor  $\lambda'$  do comprimento de onda *maior* que o comprimento de onda da radiação incidente. O *deslocamento Compton*

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$$

cresce com o aumento de  $\theta$ .

### 2.3.3 A fórmula de Compton

As leis de conservação do momento linear e da energia em um sistema isolado permitem obter uma relação, denominada *equação de Compton*, entre o ângulo de espalhamento  $\theta$  do fóton e seu momento linear. Com efeito, o fóton pode ser tratado nesse cálculo como se ele fosse uma partícula.

A velocidade do fóton em qualquer referencial inercial é igual a velocidade da luz  $c$ . Portanto, é necessário usar as equações da mecânica relativística.

**Relações energia - momento.** Para uma partícula livre com massa  $m$  vale a relação relativística entre a energia da partícula  $E$  e seu momento  $p$ , a saber

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4. \quad (2.8)$$

A massa do fóton é igual a zero e a relação entre a energia do fóton  $\mathcal{E}$  e seu momento linear  $\mathbf{p}$  tem a forma

$$\mathcal{E} = pc. \quad (2.9)$$

**Relação momento - comprimento de onda para o fóton.** Substituindo  $\mathcal{E} = h\nu$  na eq. (2.9), encontramos que

$$p = \frac{h\nu}{c},$$

dai obtemos a *relação entre o momento linear do fóton e o comprimento de onda*,

$$p = \frac{h}{\lambda}. \quad (2.10)$$

**A equação de Compton.** Vamos deduzir a equação para o deslocamento Compton partindo das leis de conservação da energia e do momento linear na colisão do fóton com o elétron. Num referencial onde o elétron está em repouso antes da colisão, vale

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f + \mathbf{p}, \quad (2.11)$$

## Fótons

---

onde  $\mathbf{p}_i$  e  $\mathbf{p}_f$  indicam o momento linear do fóton antes e depois da colisão enquanto  $\mathbf{p}$  é o momento linear do elétron depois da colisão. Escolhendo os eixos  $x$  e  $y$  do sistema de coordenadas no plano da colisão, sendo o eixo  $x$  paralelo ao momento  $\mathbf{p}_i$  e fazendo as projeções da eq. (2.11) sobre os eixos coordenados, obtemos as equações

$$\begin{aligned}p_i &= p_f \cos \theta + p \cos \phi, \\0 &= p_f \sin \theta - p \sin \phi,\end{aligned}$$

onde  $\theta$  é o ângulo de espalhamento do fóton (o ângulo entre  $\mathbf{p}_f$  e  $\mathbf{p}_i$ ) enquanto  $\phi$  é o ângulo entre  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{p}_i$ . Reescrevemos essas equações na forma

$$\begin{aligned}p \cos \phi &= p_f \cos \theta - p_i, \\p \sin \phi &= p_f \sin \theta\end{aligned}$$

e depois elevando as equações ao quadrado e fazendo a soma, obtemos

$$p^2 = p_i^2 + p_f^2 - 2p_i p_f \cos \theta. \quad (2.12)$$

Da lei de conservação da energia temos

$$p_i c + mc^2 = p_f c + \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}. \quad (2.13)$$

Transferindo  $p_f c$  para o primeiro membro da equação, elevando ambos os membros da equação ao quadrado, dividindo por  $c^2$  e redistribuindo os termos, obtemos

$$p^2 = p_i^2 + p_f^2 - 2p_i p_f + 2mcp_i - 2mcp_f. \quad (2.14)$$

Eliminando  $p$  das equações (2.12) e (2.14) e usando a relação (2.10) entre o momento e o comprimento de onda do fóton, finalmente, obtemos a equação de Compton para o deslocamento Compton  $\Delta\lambda = \lambda_f - \lambda_i$ :

$$\Delta\lambda = \lambda_C (1 - \cos \theta), \quad (2.15)$$

onde

$$\lambda_C = \frac{h}{mc} \quad (2.16)$$

é chamado *comprimento de onda Compton da partícula*. Para o elétron, cuja massa é igual a  $m_e = 9,106 \times 10^{-31}$  kg, obtemos o *comprimento de onda Compton do elétron*,

$$\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 2,43 \times 10^{-12} \text{ m} = 0,0243 \text{ \AA}. \quad (2.17)$$

A presença do segundo pico no gráfico (comprimento da onda espalhada igual ao comprimento da onda incidente) é explicada com o espalhamento de fótons em átomos e não em elétrons. Com efeito a massa do átomo é milhares de vezes maior que a massa do elétron. Segundo a eq. (2.16), o comprimento de onda Compton de uma partícula é proporcional ao inverso da sua massa. O deslocamento Compton no espalhamento da radiação sobre átomos seria tão pequeno, que não poderia ser detectado mesmo quando as experiências são feitas com raios X de alta frequência. O processo de espalhamento dos fótons no qual não há mudança em seu comprimento de onda e denominado *espalhamento Thomson*.

## 2.4 Conclusões

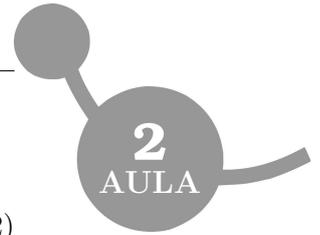
- Certos aspectos do efeito fotoelétrico não admitem uma explicação satisfatória na física clássica.
- Einstein desenvolveu uma teoria consistente do efeito fotoelétrico baseada no conceito do *quantum da luz* - uma ente (um “pacote de radiação”) cuja energia é proporcional a frequência da radiação. Mais tarde o quantum de luz foi denominado *fóton*.
- Na teoria de Einstein, a radiação é um feixe de fótons. Planck, admitiu, na teoria da radiação do corpo negro, que a energia de uma onda estacionária é *quantizada*. Einstein aplicou a ideia da quantização da energia à radiação que se propaga no espaço e, na física clássica, é representada por ondas progressivas.

### 2.5 Resumo

Foram discutidos dois efeitos na interação da radiação eletromagnética com a matéria: o efeito fotoelétrico e o efeito Compton. Vários aspectos desses efeitos que não receberam uma explicação satisfatória no contexto das teorias da física clássica são explicados na base do conceito do fóton proposto por Einstein.

### 2.6 Glossário

- ângulo de espalhamento
- comprimento de onda Compton do elétron
- deslocamento Compton
- efeito Compton
- efeito fotoelétrico
- energia cinética máxima dos fotoelétrons
- equação de Compton
- espalhamento Thomson
- fotoelétron
- limiar de frequência (frequência de corte, limiar fotoelétrico)
- potencial limite (potencial de corte)
- relação energia-momento para o fóton
- relação relativística entre a energia e o momento para uma partícula



## 2.7 Atividades

**ATIV. 2.1.** Deduza a equação de Compton (2.15) a partir das equações (2.12) e (2.14).

## 2.8 Referências

1. EISBERG, R.; RESNICK, R. *Física Quântica: Átomos, moléculas, sólidos, núcleos e partículas*. Rio de Janeiro: Campus, 1979.
2. GASIOROWICZ, S. *Quantum physics*. Third edition. New York: Wiley, 2003.
3. GREINER, W. *Quantum Mechanics: An Introduction*. Berlin: Springer-Verlag, 2000.