

INTERFERÊNCIA E DIFRAÇÃO DAS ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

META

Aplicar conceitos básicos de interferência ondulatória, estudados na aula 05, para o caso das ondas eletromagnéticas. Discutir peculiaridades da interferência de luz e as dificuldades de observá-la. Analisar detalhadamente a experiência de Young de dupla fenda. Explicar o fenômeno de difração das ondas e analisar detalhadamente a difração da luz por uma única fenda com finita abertura. Generalizar os resultados para entender a difração por diversas fendas e introduzir o conceito de redes de difração.

OBJETIVOS

Ao final desta aula, o aluno deverá:

Entender por que há dificuldade de se observar interferência de ondas luminosas.

Entender detalhes da experiência histórica de Young de dupla fenda e reconhecer sua importância.

Saber o que é difração de ondas, como se manifesta no nosso cotidiano e qual é a diferença entre interferência e difração.

Entender detalhes da experiência de difração por uma única fenda.

Entender melhor os limites de aplicação da óptica geométrica e óptica ondulatória.

Entender o conceito de redes de difração.

PRÉ-REQUISITO

Trigonometria básica; aulas 05-09

Introdução

Nessa última aula estudaremos os fenômenos de interferência e difração das ondas eletromagnéticas. Estes são fenômenos tipicamente ondulatórios, e não podem ser analisados em termos da óptica geométrica. Em vez dela, temos que empregar óptica ondulatória baseada no princípio de Huygens, que foi enunciado na aula 09. Primeiro estudaremos o fenômeno da interferência, que ocorre quando duas ondas se combinam. Depois disso, estudaremos o fenômeno de difração, que ocorre quando muitas ondas se combinam. Embora o assunto que será abordado nessa aula se refira à todas as ondas eletromagnéticas, atenção especial será dada às ondas de luz visível devido à sua indiscutível importância.

10.1 Interferência de ondas eletromagnéticas

Já falamos sobre interferência (ou combinação) de ondas em várias aulas deste curso. Na aula 05 analisamos a interferência das ondas mecânicas, na aula 07 discutimos a combinação de duas ondas eletromagnéticas idênticas que se propagam em direções opostas e formam uma onda estacionária, e, finalmente, na aula 09 estudamos a combinação de duas ondas eletromagnéticas diferentemente polarizadas. A interferência das ondas luminosas, porém, é um pouco diferente, porque não é facilmente observável. A razão disso é a existência de algumas condições especiais para se formar um padrão estável de interferência da luz.

10.1.1 Condições de se observar a interferência de ondas luminosas

Bom, a interferência é um fenômeno tipicamente ondulatório que ocorre quando duas ou mais ondas passam pelo mesmo ponto no espaço no mesmo instante. Como se combinam essas ondas individuais? Através do **princípio de superposição**, que vale tanto para ondas mecânicas, quanto para ondas eletromagnéticas: **o deslocamento resultante é determinado somando-se os deslocamentos provocados pelas ondas individuais como se elas estivessem presentes sozinhas**. O termo *deslocamento* tem significado geral: (1) no caso das ondas mecânicas, trata-se do deslocamento das partículas do meio em relação à posição de equilíbrio, (2) no caso das ondas eletromagnéticas, trata-se do valor dos vetores dos campos elétricos e magnéticos.

Já sabemos que a soma de duas ondas harmônicas que se propagam no mesmo sentido não é igual simplesmente à soma aritmética: com ondas, $1 + 1$ nem sempre será igual a 2. Dependendo da diferença entre as fases das ondas, o resultado pode variar entre 0 e 2.

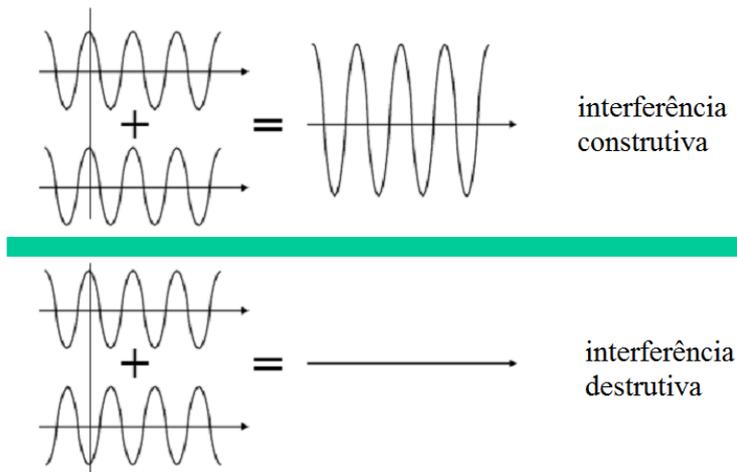


Figura 10.1: Ilustração simplificada da interferência construtiva e destrutiva das ondas eletromagnéticas linearmente polarizadas ao longo da mesma direção. Os gráficos representam a variação do campo elétrico.

Quando as ondas estão em fase, i.e., diferem por um valor múltiplo de 2π , a amplitude do campo elétrico da onda resultante é o dobro da amplitude do campo elétrico de cada onda (suponhamos aqui que as amplitudes das duas ondas a se sobreporem são iguais). Mas se a diferença de fases for $\pi + 2n\pi$, onde n é um número inteiro, o resultado será catastrófico – as ondas aniquilam uma a outra. No primeiro caso, costumamos dizer que temos **interferência construtiva**, e no segundo, **interferência destrutiva** (figura 10.1).

De modo geral, o efeito de sobreposição das ondas num dado ponto do espaço é determinado pela diferença entre as fases das duas ondas com que elas chegam a esse ponto. A diferença de fase é usualmente introduzida através da diferença de caminhos. Se as duas ondas harmônicas idênticas e em fase fossem emitidas por duas fontes S_1 e S_2 , elas sofreriam interferência. Situação em um ponto qualquer P do espaço dependerá da diferença entre as distâncias r_1 e r_2 que as ondas percorrem a partir das suas fontes até o ponto P (figura 10.2).

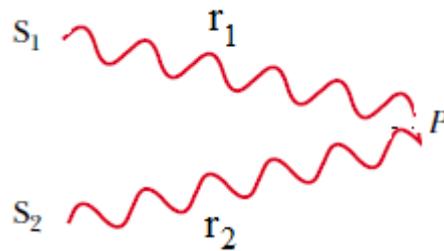


Figura 10.2: Duas fontes S_1 e S_2 emitem ondas eletromagnéticas harmônicas idênticas e em fase.

Se a diferença dos caminhos for $r_2 - r_1 = n \cdot \lambda$, onde n é um número inteiro e λ o comprimento de onda, o campo elétrico oscilará com amplitude dobrada no ponto P , isto é, ocorrerá interferência construtiva neste ponto. Por outro lado, se a diferença for $r_2 - r_1 = (n + 1/2) \cdot \lambda$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) teremos condição para interferência destrutiva, e

no ponto P a onda resultante será zero. Estas são situações extremas. Caso a diferença dos caminhos tenha algum outro valor, ocorrerá uma situação intermediária, i.e., o campo elétrico resultante no ponto P oscilará com amplitude cujo valor seria entre zero e amplitude dobrada.

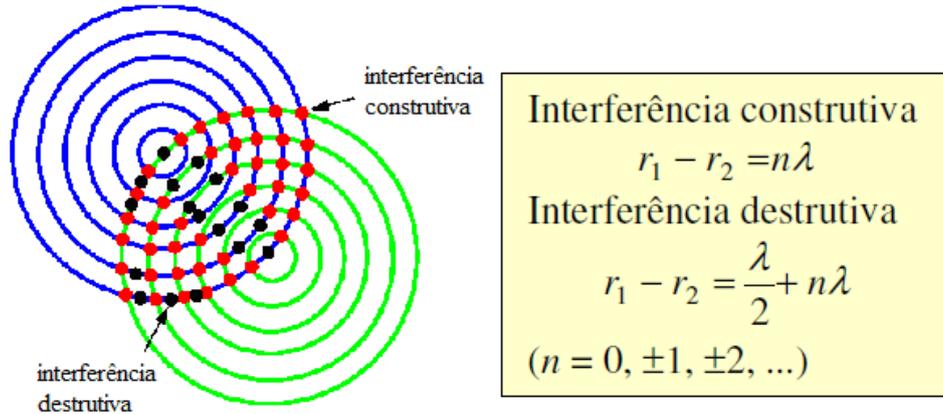


Figura 10.3: Padrão de interferência entre duas ondas eletromagnéticas harmônicas, emitidas em fase pelas duas fontes pontuais. Os círculos representam o conjunto geométrico dos pontos nos quais o campo elétrico tem valor máximo (equivalente a cristas das ondas). A distância entre os círculos é igual ao comprimento de onda λ .

Lembre-se, a intensidade de onda eletromagnética é proporcional ao quadrado da amplitude do seu campo elétrico. Portanto, nos pontos do espaço onde ocorre interferência construtiva a intensidade aumenta, e nos pontos com interferência destrutiva a intensidade diminui. Forma-se, então, um padrão de interferência no espaço em torno das duas fontes (figura 10.3), bem como no caso das ondas mecânicas (aula 05).

OK, se tudo isso é verdade, por que não observamos o padrão de interferência que consiste de pontos brilhantes (intensidade máxima) e pontos escuros (intensidade zero) cada vez quando ligamos duas lâmpadas num quarto escuro? E por que não vemos o mesmo padrão nas ruas à noite, sendo elas iluminadas por muitas fontes? Por causa de duas razões principais. Primeiro, porque as lâmpadas não emitem luz monocromática (descrita pela onda harmônica), mas luz que contém uma faixa de comprimentos de onda. Segundo, porque as lâmpadas emitem luz de forma não sincronizada, que não mantém constante a diferença de fase entre ondas durante o tempo. Digamos, por causa disso, que essas fontes de luz são **incoerentes**.

Vamos esclarecer esse assunto com mais detalhes. Vamos supor que duas fontes emitam luz monocromática, com mesmo λ , mas de maneira não sincronizada. Num ponto do espaço \vec{r} , os campos elétricos das ondas são descritos por:

$$\vec{E}_1 = E_{\max}^{(1)} \vec{e}_1 \sin(\vec{k}_1 \vec{r} - \omega t + \varphi_1)$$

$$\vec{E}_2 = E_{\max}^{(2)} \vec{e}_2 \sin(\vec{k}_2 \vec{r} - \omega t + \varphi_2)$$

onde \vec{e}_1 e \vec{e}_2 são vetores unitários que definem direções ao longo dos quais oscilam os campos elétricos, e \vec{k}_1 e \vec{k}_2 descrevem as direções de propagação de cada onda

luminosa. Imagine que no instante t_0 as condições para ocorrer interferência construtiva são cumpridas, i.e., a diferença total de fase entre as ondas é igual a:

$$\Delta\Phi(t_0) = \Delta\phi + \varphi_2(t_0) - \varphi_1(t_0) = n \cdot \lambda$$

$\Delta\phi$ é a diferença de fase introduzida pela diferença dos percursos de duas ondas até dado ponto, que não muda durante o tempo. $\varphi_2 - \varphi_1$ é diferença de fase introduzida pela maneira com a qual a luz é produzida (então associada às fontes). Se as fontes estivessem incoerentes, no instante posterior t_1 a diferença $\varphi_2(t_1) - \varphi_1(t_1)$ mudaria em relação ao instante t_0 , e destruiria a condição de ocorrer interferência construtiva no dado ponto! Portanto, neste caso a diferença total de fase que governa as condições da interferência muda com tempo, e as posições onde ocorrem os máximos e os mínimos não são estáveis, mas também mudam com tempo! Estas mudanças ocorrem num intervalo de tempo igual ao período da onda luminosa, que é aproximadamente igual a 10^{-8} segundos. Nosso olho, bem como qualquer instrumento óptico, não é capaz de perceber mudanças tão rápidas, e acabamos não vendo o padrão de interferência da luz! Para que isso se torne possível, as duas fontes devem produzir luz de forma sincronizada, mantendo a diferença de fase associada à emissão $\varphi_2 - \varphi_1$ constante durante todo tempo. As fontes que cumprem essa condição chamam-se **coerentes**.

Então, para produzir padrão estável de interferência das ondas luminosas vindas de duas ou mais fontes é preciso que estas fontes:

- sejam coerentes
- produzam luz monocromática

O problema é que todas as fontes comuns de luz são incoerentes. Por isso é tão difícil de registrar a interferência das ondas luminosas, e por isso demorou tanto para que o primeiro padrão de tal interferência fosse observado. A tarefa foi realizada pela primeira vez pelo cientista inglês, Thomas Young, no ano 1801.

10.1.2 Experiência de Young de duas fendas

O que o Thomas Young basicamente resolveu foi o problema de obter a luz coerente a partir de fontes distintas. Ele teve uma ideia de dividir a luz proveniente de uma única fonte em dois ou mais feixes de ondas secundárias. Como estes feixes originam da mesma fonte, eles estão sempre em fase, isto é, as fontes secundárias se comportam como fontes coerentes.

A experiência de Young é considerada uma das experiências mais importantes na história de ciência. Sendo feita na época quando a luz foi tratada como um fluxo de pequenas partículas (teoria corpuscular de Newton), ela mostrou claramente sua natureza ondulatória.

Seu aparato experimental é mostrado na figura 10.4a. A luz monocromática com comprimento de onda λ , usualmente produzida pelo laser, incide sobre o primeiro anteparo com uma única fenda estreita. Essa luz não é apropriada para gerar padrão de interferência porque as emissões originadas das partes diferentes da fonte não são sincronizadas (suas fases mudam com tempo de maneira diferente). A fenda estreita, segundo o princípio de Huygens, comporta-se como uma fonte puntiforme S_0 da luz secundária. Essa luz se origina de uma pequena região do espaço e, portanto, é sincronizada. Ela incide sobre as fendas S_1 e S_2 em fase porque até as fendas elas percorrem a mesma distância a partir de S_0 . As ondas que emergem de S_1 e S_2 estão, portanto, sempre em fase. Assim, as fontes S_1 e S_2 podem ser consideradas coerentes.

Cada ponto do anteparo final recebe a luz vinda de dois pontos distintos (as duas fendas do anteparo anterior). A diferença do percurso da luz até o ponto de observação faz com que ocorra uma diferença de fase entre as ondas. Nos pontos aonde as duas ondas chegam em contra-fase ocorre interferência destrutiva e, então, não é observada luz nenhuma. Já nos pontos aonde as ondas provenientes das duas fendas chegam em fase ocorre interferência construtiva, e uma faixa brilhante aparece no anteparo. O padrão de interferência de luz proveniente de S_1 e S_2 é estável (não muda com tempo) e pode ser observado no anteparo como um arranjo de franjas claras e escuras que se alternam (figura 10.4b).

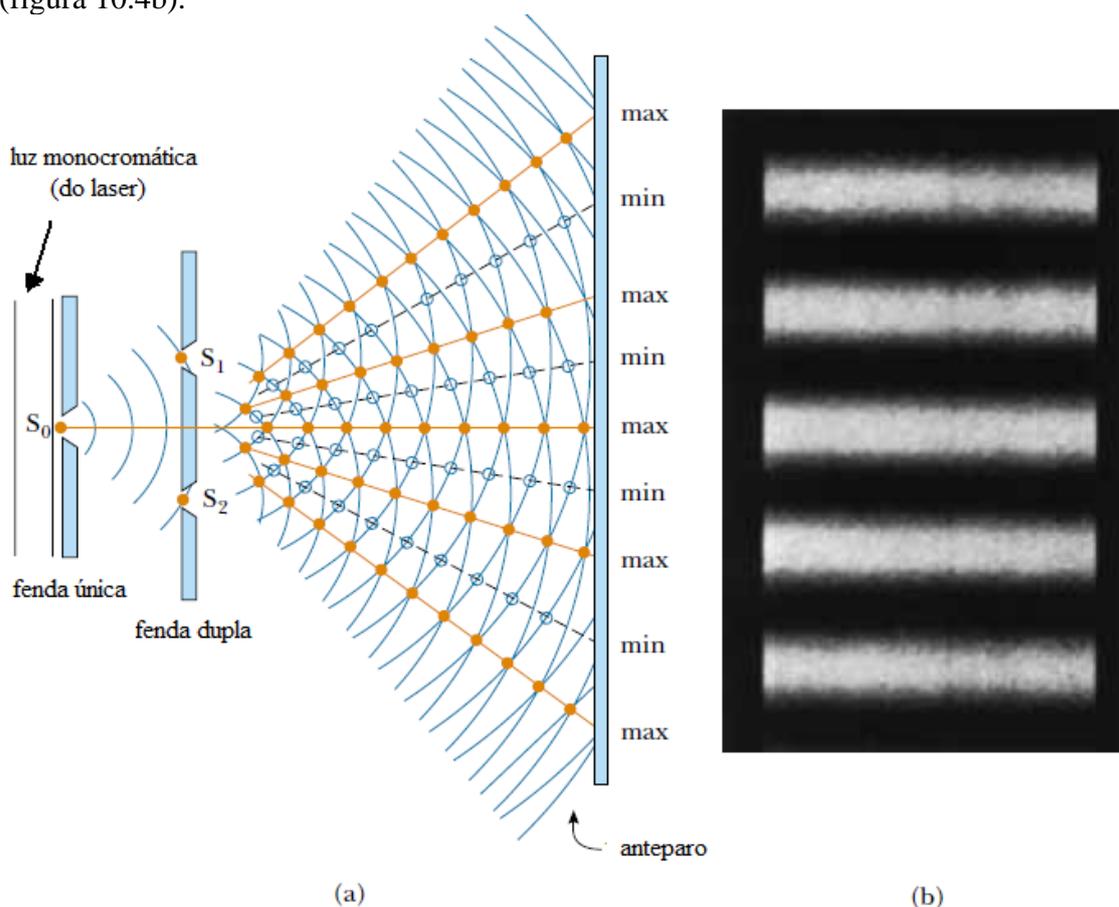


Figura 10.4: (a) Ilustração esquemática da experiência de Young. As fendas S_1 e S_2 comportam-se como fontes coerentes de luz que conseguem produzir um padrão estável de interferência no anteparo. (b) Ilustração da interferência no anteparo: faixas

brilhantes são produzidas através da interferência construtiva, e faixas escuras através da interferência destrutiva. (“Halliday, Resnick – Fundamentals of Physics”)

Para explicar a experiência de Young e localizar a posição das franjas, utilizaremos como auxílio a figura 10.5, que mostra a situação que ocorre num ponto arbitrário P do anteparo. Naquele ponto chegam dois raios de luz percorrendo distâncias diferentes r_1 e r_2 . O padrão de interferência num dado ponto, como já sabemos, é determinado pela diferença entre as distâncias percorridas pela luz a partir de cada uma das fendas, i.e., $r_2 - r_1$. Como tipicamente a distância entre as fendas e o anteparo final (L) é muito maior do que a abertura entre as fendas (d), $L \gg d$, os raios emergentes podem ser considerados paralelos e a diferença de percurso é imediatamente calculada por $\delta = r_2 - r_1 = d \cdot \sin \theta$ (veja figura 10.5b). Quando essa diferença é igual a um múltiplo de comprimento de onda λ , ocorrerá a interferência construtiva:

$$d \cdot \sin \theta_n = n \cdot \lambda \quad \text{interferência construtiva, centro de franjas claras} \quad (10.1)$$

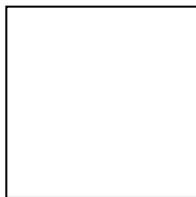
$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Quando a diferença dos percursos é igual a um múltiplo de um número ímpar de meio comprimento de onda, as duas ondas chegam em contra fase, o que caracteriza uma interferência destrutiva:

$$d \cdot \sin \theta_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad \text{interferência destrutiva, centro de franjas escuras} \quad (10.2)$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

O padrão final observado no anteparo é uma sequência de faixas luminosas (interferência construtiva) e faixas escuras (interferência destrutiva), como ilustrado na figura 10.4b. Sabendo valor da abertura entre fendas d e comprimento de onda da luz λ , a posição de cada faixa é determinada pelo ângulo θ_n , calculado a partir das fórmulas 10.1 e 10.2 para qualquer número inteiro n , denominado a **ordem da franja**.



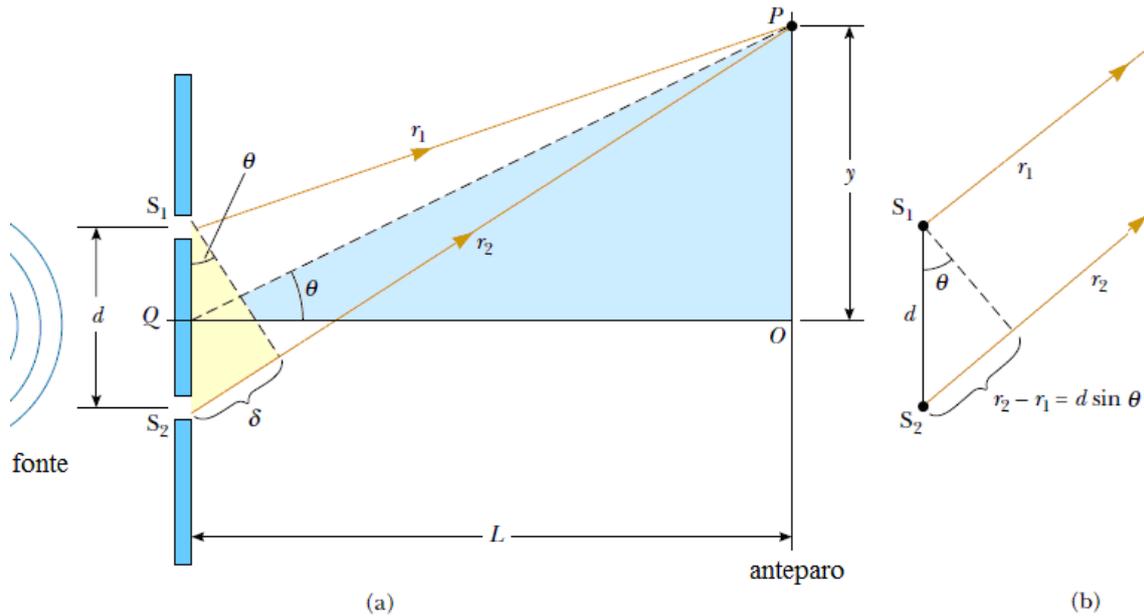


Figura 10.5: (a) Construção geométrica que explica a experiência de Young. (b) Quando $d \ll L$ podemos assumir que os r_1 e r_2 são aproximadamente paralelos e, neste caso, a diferença dos caminhos entre raios é igual a $r_2 - r_1 = d \cdot \sin \theta$. (“Halliday, Resnick – Fundamentals of Physics”)

As posições dos centros de franjas também podem ser determinadas em termos da distância a partir do centro do anteparo (ponto O na figura 10.5a). Vamos supor que o ponto P na figura 10.5a defina um centro da franja brilhante de ordem n (i.e., n -ésimo máximo). A distância deste ponto a partir do ponto O é y_n , e pode ser determinada analisando o triângulo retangular OPQ : $y_n = L \cdot \text{tg } \theta_n$. Se $y_n \ll L$ (que é usualmente o caso), então o ângulo θ_n é muito pequeno e podemos fazer a seguinte aproximação: $\text{tg } \theta_n \approx \sin \theta_n$. Isso leva à fórmula: $y_n \approx L \cdot \sin \theta_n$. Sabendo que θ_n determina posição onde ocorre interferência construtiva, pela fórmula 10.1 segue: $\sin \theta_n = n \cdot \lambda / d$, e a posição de n -ésimo máximo no anteparo é definida pela distância:

$$y_n \approx n \lambda \frac{L}{d} \quad \text{n-ésimo máximo, centro de franjas claras} \quad (10.3)$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

Repetindo o mesmo raciocínio, acham-se as posições dos mínimos, i.e., dos lugares onde ocorre interferência destrutiva:

$$y_n \approx \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda \frac{L}{d} \quad \text{n-ésimo mínimo, centro de franjas escuras} \quad (10.4)$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

Na experiência de Young é muito mais fácil localizar as posições de máximos ou mínimos medindo suas distâncias a partir do centro do anteparo do que localizá-los medindo ângulos θ_n . Sabendo valores de L e d e medindo y_n , a fórmula 10.3 ou 10.4 permite que seja calculado o comprimento de onda da luz. Na verdade, foi desse modo que foi determinado este comprimento de onda pela primeira vez no século XIX.

10.1.3 Intensidade de máximos na experiência de Young

Depois de determinar as posições dos máximos e dos mínimos de uma figura de interferência da luz produzida por duas fendas, estamos prontos para analisar a intensidade das franjas, e com isso conseguir uma interpretação completa da experiência de Young. Com esse objetivo, escolheremos um ponto arbitrário P do anteparo, e calcularemos a intensidade da luz neste ponto (figura 10.6).

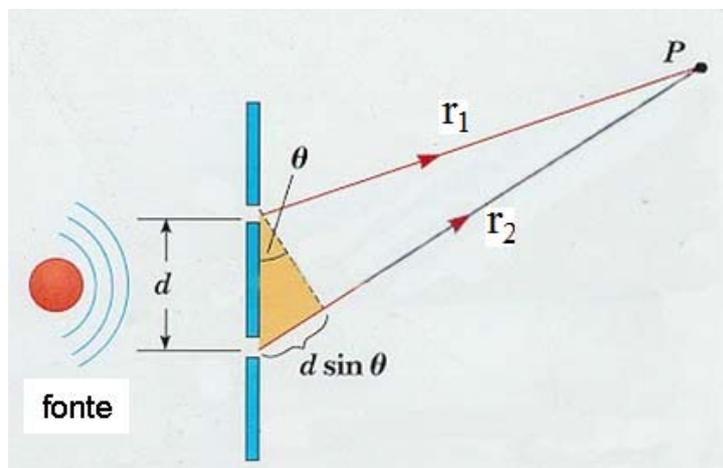


Figura 10.6: Parte do aparato experimental da experiência de Young mostrando o ponto arbitrário P no anteparo e os dois raios da luz que interferem neste ponto.

Os campos elétricos das ondas que se combinam no ponto P são:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 \cdot \sin \omega t \\ E_2 &= E_0 \cdot \sin(\omega t + \phi) \end{aligned} \quad (10.5)$$

As ondas têm a mesma amplitude, E_0 , e exibem certa diferença de fase ϕ causada pela diferença dos caminhos, que permanece constante durante o tempo (se o ϕ dependesse do tempo, isso indicaria que as fontes seriam incoerentes). Para determinar a intensidade no ponto P , é preciso calcular a amplitude resultante do campo elétrico neste ponto, E_p . Para fazer isso, utilizaremos o conceito de fasores discutido na aula 01 e representado na figura 10.7.

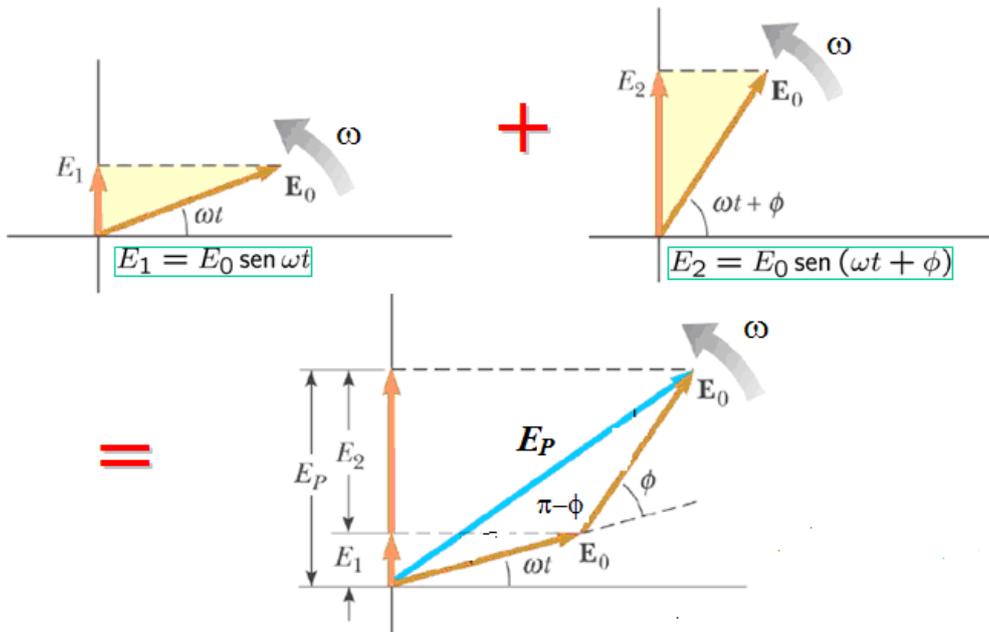


Figura 10.7: Representação dos campos elétricos \vec{E}_1 e \vec{E}_2 da fórmula 10.5 pelos fasores (acima). Abaixo, o fasor resultante \vec{E}_P .

A magnitude do campo elétrico (fasor) resultante \vec{E} é a amplitude procurada E_p . Aplicando o teorema do cosseno ao triângulo definido pelos vetores \vec{E}_0 , \vec{E}_0 e \vec{E} segue:

$$E_p^2 = E_0^2 + E_0^2 - 2E_0 \cdot \cos(\pi - \phi) = 2E_0^2 + 2E_0^2 \cos \phi = 2E_0^2 (1 + \cos \phi)$$

Usando a identidade trigonométrica: $1 + \cos \phi = 2 \cos^2 \frac{\phi}{2}$, a expressão acima se transforma em:

$$E_p^2 = 4E_0^2 \cos^2 \frac{\phi}{2} \Rightarrow E_p = 2E_0 \left| \cos \frac{\phi}{2} \right| \quad (10.6)$$

Lembrando que no ponto P a intensidade da onda eletromagnética é descrita pela fórmula: $I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_p^2$ e substituindo E_p pela fórmula 10.6, chegamos a conclusão de que a intensidade da luz no ponto P é descrita por:

$$I = 2\epsilon_0 c E_0^2 \cos^2 \frac{\phi}{2} \quad (10.7)$$

A intensidade máxima ocorre quando o cosseno é igual a 1, i.e., nos pontos para os quais a diferença de fase é igual a zero:

$$I_0 = 2\epsilon_0 c E_0^2 \quad (10.8)$$

Ela é quatro vezes maior do que a intensidade de cada onda individual dada pela equação 10.5. Combinando as equações 10.7 e 10.8, podemos expressar a intensidade I em qualquer ponto no anteparo em termos da intensidade máxima I_0 :

$$I = I_0 \cdot \cos^2 \frac{\phi}{2} \tag{10.9}$$

Variando a posição no anteparo, varia-se a diferença de fase ϕ entre duas ondas, e a intensidade varia entre zero (interferência destrutiva, pontos escuros) e um valor máximo I_0 (interferência construtiva, pontos brilhantes), como indicado na figura 10.8.

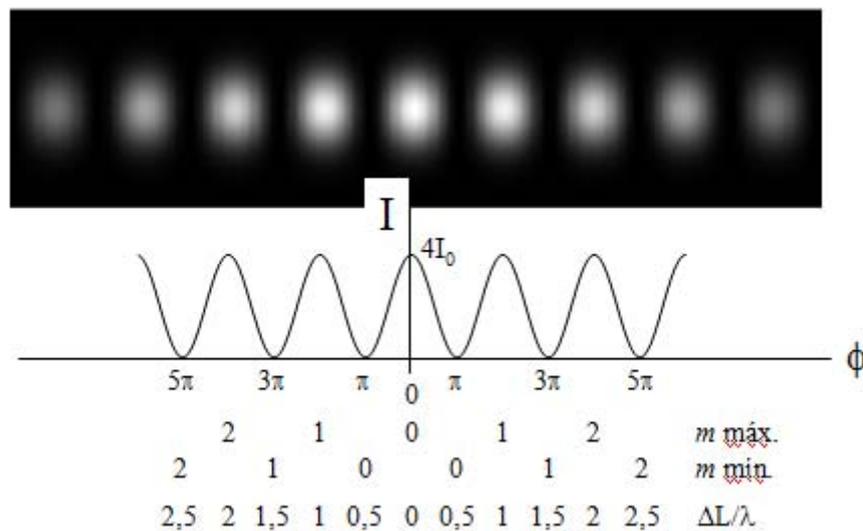


Figura 10.8: Distribuição das intensidades na figura de interferência de duas fendas. As posições de máximos e mínimos são determinadas pelas equações 10.1 – 10.4 (m é a ordem da franja). A terceira escala refere-se à diferença entre percursos das ondas a partir de duas fendas. A fotografia acima expressa os fatos experimentais.

Nota-se da figura 10.8 que as posições de franjas claras e escuras, calculadas pelas fórmulas 10.1 e 10.2, estão em excelente concordância com as posições determinadas experimentalmente. A pequena discordância é observada nas intensidades das franjas brilhantes: enquanto na experiência a intensidade de franja diminui quando sua ordem aumenta, a teoria prevê intensidade igual para todas as franjas. Essa discrepância ocorre porque fizemos uma aproximação no nosso modelo teórico da experiência de Young: assumimos que as fendas não possuem largura finita e as considerávamos como se fossem pontos. Para corrigir o erro, temos que levar em conta a interferência das ondas emitidas por diferentes partes da abertura da fenda, tarefa que será abordada quando estudarmos difração.

Tomando a média da equação 10.9 sobre todas as diferenças de fase possíveis, podemos acessar a informação sobre a intensidade média distribuída no anteparo. Como:

$$\left\langle \cos^2 \frac{\phi}{2} \right\rangle = \frac{1}{2}$$

segue:
$$\langle I \rangle = \varepsilon_0 c E_0 \quad (10.10)$$

que é exatamente duas vezes a intensidade de luz que se origina de cada fenda. O resultado mostra que a energia total emitida pelas duas fendas (fontes) não é alterada pelo efeito da interferência, ela é somente redistribuída sobre a tela (anteparo). Algumas regiões contêm menos energia (mínimos), outras regiões contêm mais energia (máximos), mas em média a energia é conservada: nem é criada nem é aniquilada!

Finalmente, qual é a relação entre a diferença de fase ϕ entre duas ondas em dado ponto no anteparo, e a diferença dos caminhos $r_2 - r_1$? Esse assunto foi abordado na aula 05, quando estudamos interferência das ondas mecânicas. Quando $\phi = 2\pi$, a diferença dos caminhos é $r_2 - r_1 = \lambda$. Portanto, podemos formar a regra de três:

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda}, \text{ isto é: } \quad \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (r_2 - r_1) \quad (10.11)$$

Como $r_2 - r_1 = d \cdot \sin \theta$ (figura 10.5b), podemos conectar a diferença de fase ϕ com ângulo θ da experiência de Young:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin \theta \quad (10.12)$$

A realização da experiência da dupla fenda deu grande peso à hipótese ondulatória da luz. Muitas outras versões desse experimento foram feitas posteriormente. Para se ter uma ideia da importância desse experimento, o físico e prêmio Nobel norte americano Richard Feynman declarou certa vez que esse simples experimento resumia toda a essência e todos os mistérios da mecânica quântica.

10.2 Difração das ondas eletromagnéticas

Embora a palavra “difração” seja diferente da palavra “interferência”, ela não descreve um fenômeno que tem origem física diferente. Em vez disso, ambas as palavras referem-se ao mesmo fenômeno básico: a combinação das ondas que passam pelo mesmo ponto no espaço no mesmo instante. Enquanto a interferência trata combinação de poucas ondas (usualmente duas) e explica fundamentalmente esse efeito, a difração se refere à combinação de um número muito grande de ondas e explica efeitos que surgem desta combinação.

10.2.1 Condições de se observar a difração

Denomina-se como **difração** o desvio sofrido pelas ondas ao passar por um obstáculo, tal como as bordas de uma fenda em um anteparo. Difração é um efeito exclusivamente

ondulatório, e aplica-se tanto para ondas mecânicas quanto para ondas eletromagnéticas. Porém, é muito mais fácil observá-lo no caso das ondas mecânicas.

Vamos começar com um exemplo. Imagine que você está no corredor, perto da entrada de uma sala onde duas pessoas se encontram conversando. Você não consegue vê-las, mas é possível escutar a conversa delas. Portanto, parece que a onda sonora sofreu desvio (difratou-se) enquanto que a onda luminosa não. Como e por que isso acontece?

A entrada da sala pode ser considerada como uma fenda por onde as ondas irão passar. Segundo o princípio de Huygens, cada ponto da fenda comporta-se como fonte de ondas secundárias, que são esféricas. Contudo, ao atravessar a porta, as ondas não irão ficar restritas à área que está diante dela: elas vão atingir as regiões que lhe são adjacentes. É por isso que uma pessoa encostada na parede, no lado de fora, pode escutar a conversa. Mas, por que não pode ver os falantes, i.e., por que a mesma coisa não ocorre com ondas luminosas (figura 10.9)?

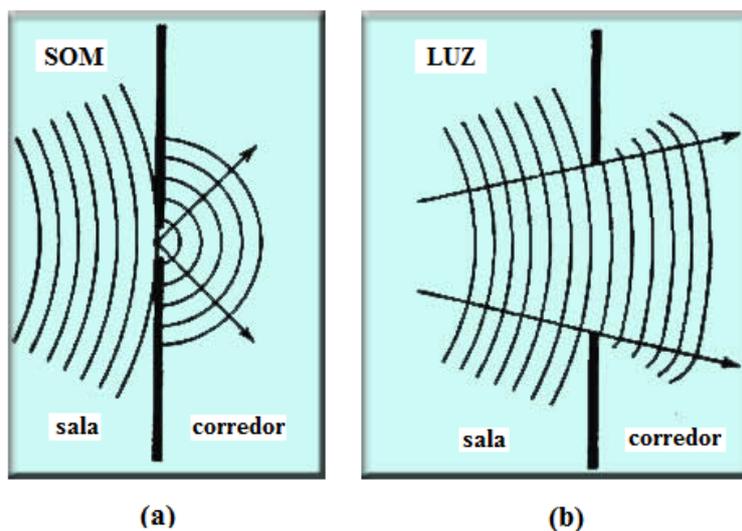


Figura 10.9: Ilustração do exemplo comentado no texto. (a) Onda sonora passando através do obstáculo do tamanho de uma porta exibe difração notável. (b) Onda luminosa passando pela mesma porta sofre difração somente na região minúscula ao redor da sombra geométrica, e, portanto nem é percebida.

A resposta dessa pergunta tem que levar em conta a relação entre o comprimento da onda e a dimensão (tamanho) do obstáculo. Esse assunto será discutido nos próximos parágrafos com mais detalhes. O comprimento de uma onda sonora varia em média de 1,7 cm (som agudo) até 17 m (som grave). Este comprimento de onda é comparável com tamanho de uma porta, e a condição de se aplicar óptica ondulatória é cumprida. Já o comprimento de uma onda luminosa é extremamente pequeno quando comparado ao tamanho da porta, e por isso, sua difração é minúscula e praticamente não notável. Nesse caso, haverá regiões de sombra, ou seja, áreas pelas quais a onda luminosa não irá se propagar.

Preste atenção, não foi dito que a luz não sofre difração, somente que a última é dificilmente notável. Dois fatos atrapalham sua percepção: (1) ela ocorre somente em

uma região muito estreita em volta da posição da sombra geométrica, e (2) a luz comum contém uma mistura de comprimentos de onda, cada um exibindo sua própria difração, e a combinação deles dificulta criação de um padrão estável. Portanto, para se produzir a difração observável da luz é necessário que os obstáculos sejam de tamanho comparável ao do comprimento de uma onda luminosa e que a luz seja monocromática.

A figura 10.10 mostra um padrão de difração que se forma quando a luz monocromática incide sobre um objeto opaco. Segundo a óptica geométrica, o que devíamos observar é uma região escura atrás do objeto (sombra geométrica) embaixo da sua extremidade, e uma região clara acima da sua extremidade, iluminada continuamente. Mas, se olhássemos com uma lupa a região pequena em torno da borda da sombra geométrica, perceberemos uma sucessão de franjas claras e escuras, tanto em cima quanto embaixo da borda.

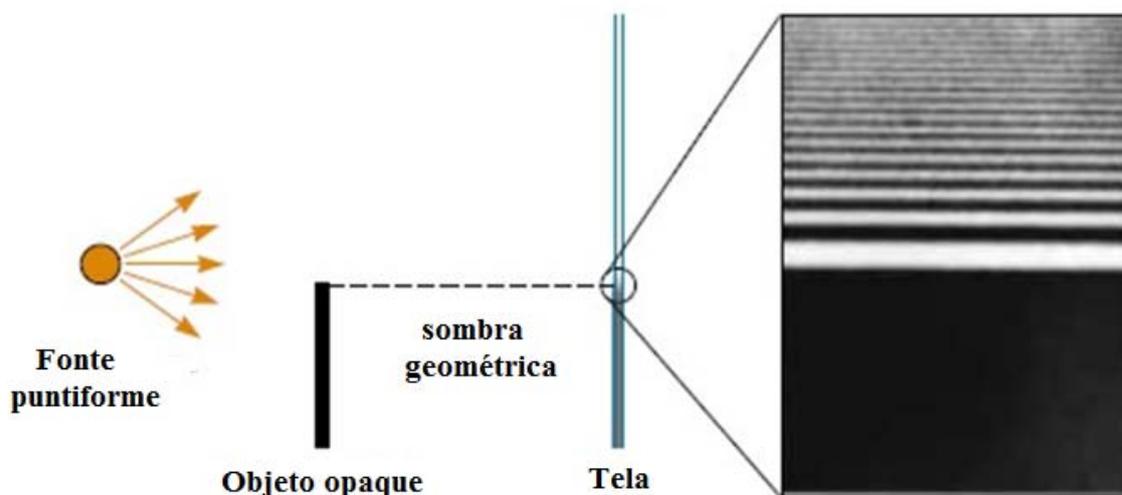


Figura 10.10: Figura de difração formada pela luz monocromática em torno da extremidade do objeto opaco.

A figura 10.11 mostra o padrão de difração formado por iluminação monocromática de uma bola de aço com diâmetro aproximadamente igual a 3 mm. Anéis claros e escuros formam-se dentro e fora da área da sombra geométrica. Inclusive existe um pequeno círculo brilhante formado no centro da sombra, chamado disco de Poisson. Ele foi previsto teoricamente pelo matemático Frances Siméon-Denis Poisson, antes de ser observado experimentalmente.

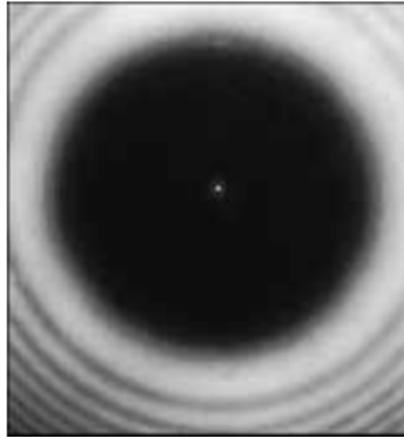


Figura 10.11: Figura de difração formada por uma bola de aço com diâmetro de 3 mm.

Geralmente, existem dois tipos de difração. Quando as distâncias entre a fonte da luz e o obstáculo e entre o obstáculo e tela não são grandes, trata-se de **difração do campo próximo**, ou **difração de Fresnel**. Quando as distâncias entre a fonte, o obstáculo e a tela são suficiente grandes para que possamos usar a aproximação de raios paralelos, trata-se de uma **difração de Fraunhofer**. O formalismo matemático é neste caso mais simples, e por causa disso as discussões seguintes serão restritas à difração de Fraunhofer.

Finalmente, é bom enfatizar mais uma vez que não existe nenhuma diferença fundamental entre fenômenos de interferência e difração. Ambos os fenômenos são baseados em superposição das ondas e explicados pelo princípio de Huygens. A **interferência** trata efeitos de superposição que envolve um número pequeno de fontes, geralmente duas. Na **difração** consideramos um número muito grande de fontes, ou uma distribuição contínua de ondas secundárias de Huygens oriundas de uma ou várias áreas de aberturas.

10.2.2 Difração por uma única fenda

Quando discutimos o efeito da interferência, consideramos que os obstáculos se comportam como se fossem fontes puntiformes de ondas secundárias, desprezando o fato que elas possuem um tamanho finito. Nós abandonaremos esta suposição agora, e veremos como a interferência que surge de uma fenda com largura finita serve como base para entender a difração de Fraunhofer.

O aparato experimental é ilustrado na figura 10.12. A luz monocromática, com comprimento de onda λ , incide sobre um anteparo com uma fenda cuja largura é a . Cada ponto da abertura da fenda comporta-se, segundo o princípio de Huygens, como uma fonte puntiforme de ondas secundárias. As últimas interferem entre si e formam uma sucessão de franjas claras e escuras (figura de difração) na tela cuja distância a partir da fenda é L . Se o L fosse muito maior do que a distância das franjas a partir do

centro da tela (y na figura 10.12), todos os raios que chegam a determinado ponto na tela podem ser considerados como paralelos, e o que ocorre é a chamada difração de Fraunhofer.

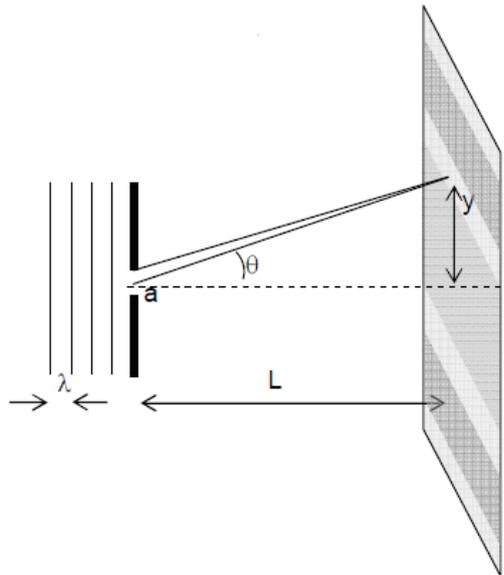


Figura 10.12: Ilustração da difração por uma fenda com largura a . Se $L \gg y$ aproximação dos raios paralelos é válida (difração de Fraunhofer).

Vamos escolher agora um ponto arbitrário na tela e analisar detalhadamente a interferência de todos os raios paralelos que chegam neste ponto. Vamos ainda supor que a posição deste ponto é determinada pelo ângulo θ (figura 10.13).

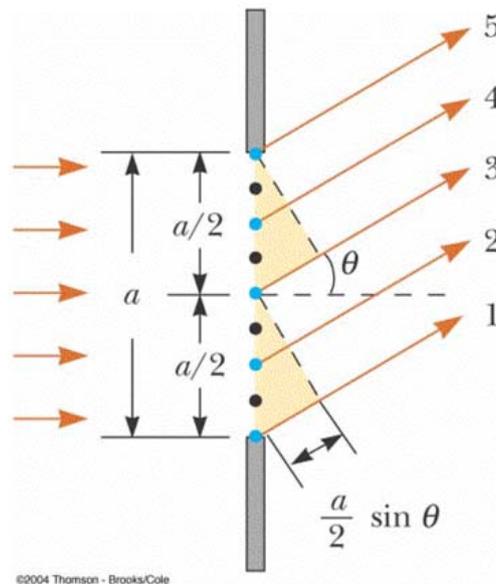


Figura 10.13: Superposição de raios paralelos originados da abertura da fenda, inclinados por ângulo θ .

Para começar, dividimos a abertura da fenda em duas metades, como se mostra na figura 10.13. A diferença entre os percursos de um raio surgindo do topo do alto da

metade (raio 5) e um raio surgindo da borda metade abaixo (raio 3) é igual $a/2 \cdot \sin \theta$ (pela geometria simples do triângulo destacado na figura). Fazendo uma varredura dos pontos da abertura de cima para baixo, acharemos para cada ponto do alto da metade da fenda um ponto na metade da fenda com tal propriedade de que a diferença dos percursos de raios surgindo desses dois pontos seja igual a $a/2 \cdot \sin \theta$. Vamos supor que a diferença entre os percursos desses raios seja $\lambda/2$, i.e., os raios chegam à tela em contra fase, produzindo interferência destrutiva (cancelando-se). Então, os raios 5 e 3 se cancelam, o par dos raios surgindo de pontos imediatamente abaixo desses dois pontos também se cancelam, o par dos raios surgindo de pontos imediatamente abaixo do último par também se cancelam etc..., os raios surgindo de pontos 4 e 2 também se cancelam,..., até que chegamos a considerar o cancelamento de raios que surgem do último par de pontos: raios 3 e 1! Em conclusão, o número infinito de raios que surgem da abertura da fenda é dividido em pares que se cancelam um ao outro. Portanto, para aqueles ângulos θ que satisfazem a condição:

$$\frac{a}{2} \cdot \sin \theta = \frac{\lambda}{2} \quad \text{i.e.,} \quad \sin \theta = 1 \cdot \frac{\lambda}{a}$$

teremos interferência destrutiva e o primeiro mínimo (franja escura) na tela! Se dividirmos agora a abertura em quatro partes e repetirmos o mesmo raciocínio, concluiremos que os raios seriam divididos em pares que apresentam a diferença de percursos igual a $a/4 \cdot \sin \theta$ (vale para os raios 5 e 4, 4 e 3, 3 e 2, 2 e 1 na figura 10.13). Se esta diferença for igual a $\lambda/2$, teremos a equação:

$$\frac{a}{4} \cdot \sin \theta = \frac{\lambda}{2} \quad \text{i.e.,} \quad \sin \theta = 2 \cdot \frac{\lambda}{a}$$

que define o ângulo θ que corresponde ao segundo mínimo na tela. Dividindo a abertura em 6, 8, 10,... partes e repetindo mesmo raciocínio, chegaremos a conclusão que os ângulos θ que determinam as posições de mínimos (franjas escuras) são definidos pela fórmula:

$$\sin \theta_m = m \cdot \frac{\lambda}{a} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots) \quad (\text{mínimos}) \quad (10.13)$$

onde o número m representa a ordem da franja. Preste atenção, $m = 0$ não define o mínimo, pois neste caso o ângulo $\theta_0 = 0$ define o ponto no centro da tela onde todos os raios chegam em fase. Portanto, $\theta = 0$ corresponde ao ponto onde ocorre interferência construtiva, que é o primeiro máximo (faixa brilhante) que aparece na tela. A fórmula 10.13 pode ser simplificada se utilizarmos o fato de que a distância entre a fenda e a tela, L , esteja muito maior do que as distâncias entre o ponto central da tela e as franjas escuras (y_m) ($L \gg y_m$). Nesse caso, os ângulos θ são muito pequenos e $\sin \theta \approx \theta$. Portanto, a equação 10.13 se transforma em:

$$\theta_m \approx m \cdot \frac{\lambda}{a} \quad (10.14)$$

Pela geometria do triângulo apresentado na figura 10.12 segue: $\operatorname{tg} \theta_m = \frac{y_m}{L}$. Como θ_m é muito pequeno, podemos escrever: $\operatorname{tg} \theta_m \approx \sin \theta_m \approx \theta_m = \frac{y_m}{L}$. Combinando esse resultado com a fórmula 10.14, chegamos a fórmula que descreve aproximadamente as posições de faixas escuras em termos da distância a partir do centro da tela:

$$y_m \approx m \cdot L \cdot \frac{\lambda}{a} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (\text{mínimos}) \quad (10.15)$$

Como entre quaisquer dois mínimos sucessivos aparece um máximo exatamente na metade da distância entre eles, as equações 10.13 e 10.15 descrevem todas as posições de faixas escuras e brilhantes em uma figura de difração de uma única fenda. Porém, essas fórmulas não nos dizem nada sobre a intensidade das faixas. A figura 10.14 demonstra um padrão típico de difração de uma fenda observado experimentalmente.

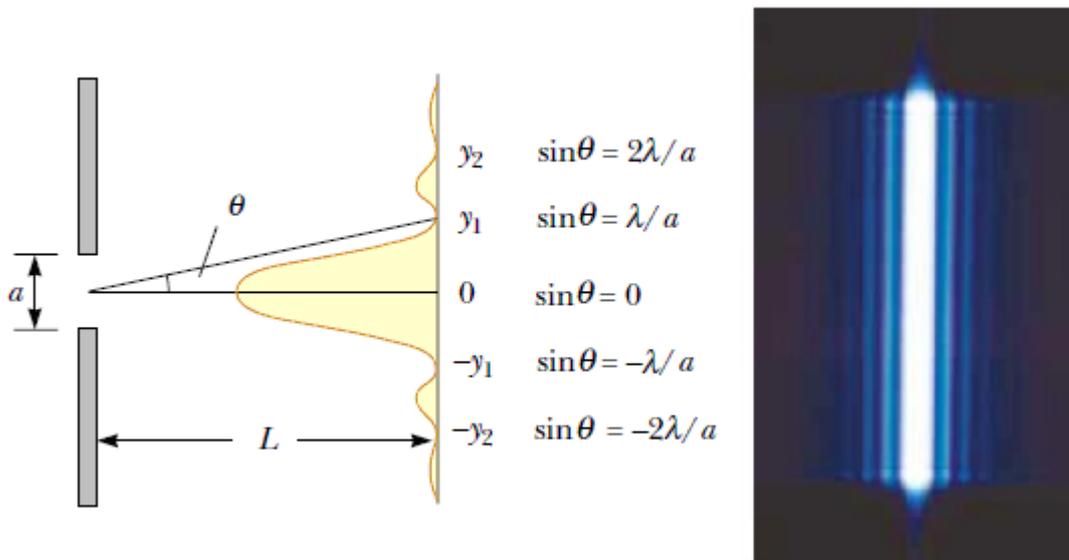


Figura 10.14: Padrão de difração Fraunhofer por uma fenda. As posições de mínimos são determinadas pelas equações 10.13 ou 10.15. Os picos apresentados na tela são as intensidades de faixas. Observe que a faixa que corresponde ao máximo central está duas vezes mais larga do que outras faixas brilhantes e, ao mesmo tempo, é muito mais intensa.

Para calcular as intensidades das franjas, utilizaremos de novo o conceito de fasores. O que precisamos calcular é a amplitude do campo elétrico resultante no arbitrário ponto R da tela, E_R . Dividindo a abertura da fenda em muitas faixas pequenas, as ondas provenientes destas faixas chegam ao ponto R com fases diferentes, pois percorrem percursos diferentes a partir da sua faixa até o ponto R . Somando os fasores dos campos elétricos destas ondas, determina-se o fasor do campo elétrico resultante no

ponto R , cuja magnitude é E_R . A figura 10.15 mostra duas situações: (1) quando o ponto R se encontra no centro da tela, e, portanto, todas as ondas chegam com mesma fase, e (2) quando o ponto R é deslocado do centro e, portanto, as ondas chegam com uma diferença de fase uma em relação a outra. No primeiro caso, a amplitude tem valor máximo $E_R = E_0$, e refere-se ao ponto central da tela $\theta = 0$, onde a intensidade é máxima.

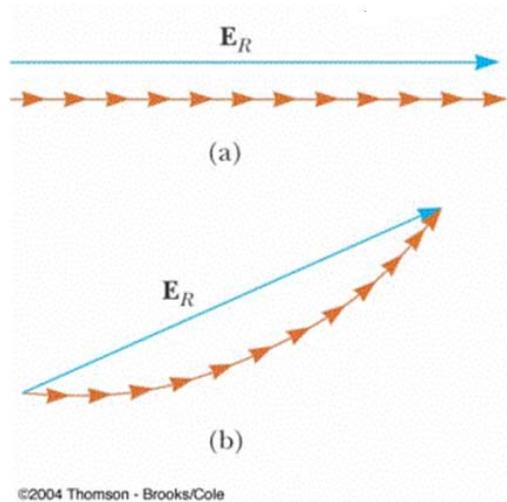


Figura 10.15: Diagrama de fasores para determinar a amplitude do campo resultante E_R . Cada fasor representa o campo elétrico de uma única faixa da abertura da fenda. (a) Diagrama quando todos os fasores estão em fase (ponto R no centro da tela). (b) Diagrama quando cada fasor possui uma pequena diferença de fase em relação ao fasor adjacente (ponto R afastado do centro da tela, $\theta \neq 0$).

Bom, analisaremos o segundo caso, pois ele representa um caso geral. Se a abertura da fenda fosse dividida em faixas infinitesimais, a linha poligonal de fasores na figura 10.15b se transformaria em um arco de circunferência (figura 10.16), cujo comprimento é igual ao valor E_0 . A diferença de fase total entre a onda que sai da faixa no topo da fenda e a que sai da faixa no inferior da fenda é igual a β .

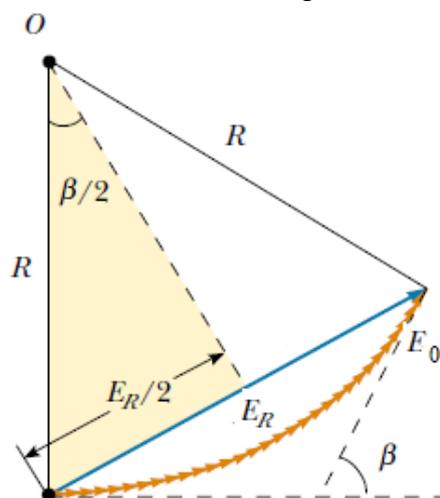


Figura 10.16: Limite atingido pelo diagrama de fasores quando a fenda é subdividida em um número infinito de faixas.

De acordo com a geometria mostrada na figura 10.16 (o triângulo destacado), vale:

$$\sin \frac{\beta}{2} = \frac{E_R/2}{R}$$

onde o R é o raio da curvatura, que pode ser calculado a partir da fórmula: $R \cdot \beta = E_0$ (o comprimento de arco circular é igual ao produto de raio e o ângulo entre os raios que definem o arco). Assim, segue:

$$E_R = 2 \cdot R \cdot \sin \frac{\beta}{2} = 2 \cdot \frac{E_0}{\beta} \cdot \sin \frac{\beta}{2} = E_0 \cdot \left[\frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \right]$$

Como a intensidade em cada ponto da tela é proporcional ao quadrado da amplitude do campo elétrico da onda, a intensidade em um ponto arbitrário R na tela é:

$$I = I_0 \cdot \left[\frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \right]^2 \quad (10.16)$$

onde I_0 é intensidade da figura de difração no ponto central da tela ($\theta = 0$), i.e., a intensidade do máximo central. A diferença de fase β pode ser expressa em termos de parâmetros geométricos da experiência se notarmos que a diferença de caminho entre o raio proveniente do topo da fenda e o raio que sai do meio da fenda é igual a $a/2 \cdot \sin \theta$ (figura 10.13, raios 5 e 3). Esta diferença de percurso causa uma diferença de fase igual a $\beta/2$ (figura 10.16). Estabelecendo uma regra de três, segue:

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\beta/2}{a/2 \cdot \sin \theta} \Rightarrow \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \sin \theta \quad (10.17)$$

Com esse resultado, a equação 10.16 pode ser escrita na forma:

$$I = I_0 \left\{ \frac{\sin \left[\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \right]}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right\}^2 \quad (10.18)$$

A equação 10.18 descreve a intensidade da figura de difração em qualquer ponto na tela como função do ângulo θ , enquanto a equação 10.16 expressa a intensidade como função de diferença de fase β . A relação entre o θ e o β é dada pela equação 10.17.

As franjas escuras da difração se formam nos pontos para os quais $I = 0$. Pela equação 10.18 isso ocorre quando o numerador se torna igual a zero e, ao mesmo tempo, denominador for diferente de zero. Estas condições são cumpridas quando:

$$\frac{a \sin \theta}{\lambda} = m \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$$

isto é:

$$\sin \theta_m = m \cdot \frac{\lambda}{a} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$$

que é exatamente a relação 10.13 obtida anteriormente. Observem de novo que $m = 0$ não define o ponto com intensidade zero. A condição se refere ao ponto central da tela, para o qual diferença total de fase das ondas incidentes é igual a zero. Aplicando regra de L'Hôpital para equação 10.16, podemos verificar que quando $\beta = 0$ (ponto central), $I = I_0$, i.e., a intensidade é máxima (máximo central).

As posições dos máximos da intensidade (picos) também são determinadas a partir da equação 10.16. Os máximos devem ocorrer quando a função seno atinge valores iguais a ± 1 , isto é, quando:

$$\beta = \pm 2 \cdot \left(m + \frac{1}{2}\right) \pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (10.19)$$

Colocando esses valores na equação 10.16, acham-se as intensidades dos picos (em função da ordem m):

$$I_m = \frac{I_0}{\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2} \quad (10.20)$$

I_m é a intensidade do máximo lateral de ordem m , enquanto I_0 é a intensidade do máximo central. A equação 10.20 fornece as seguintes intensidades dos picos:

$$I_1 = 0,0450 \cdot I_0 \quad ; \quad I_2 = 0,0162 \cdot I_0 \quad ; \quad I_3 = 0,0083 \cdot I_0 \quad \dots$$

Os valores são, porém, somente aproximadamente corretos, porque a fórmula 10.19 não é completamente certa (os verdadeiros valores de β que maximizam I são pouco diferentes). Levando em conta isso, as intensidades dos máximos laterais são:

$$I_1 = 0,0472 \cdot I_0 \quad ; \quad I_2 = 0,0165 \cdot I_0 \quad ; \quad I_3 = 0,0083 \cdot I_0 \quad \dots \quad (10.21)$$

Nota-se que as intensidades dos máximos laterais diminuem muito rapidamente. Até o primeiro máximo contém menos de 5% da intensidade do máximo central (figura 10.17).

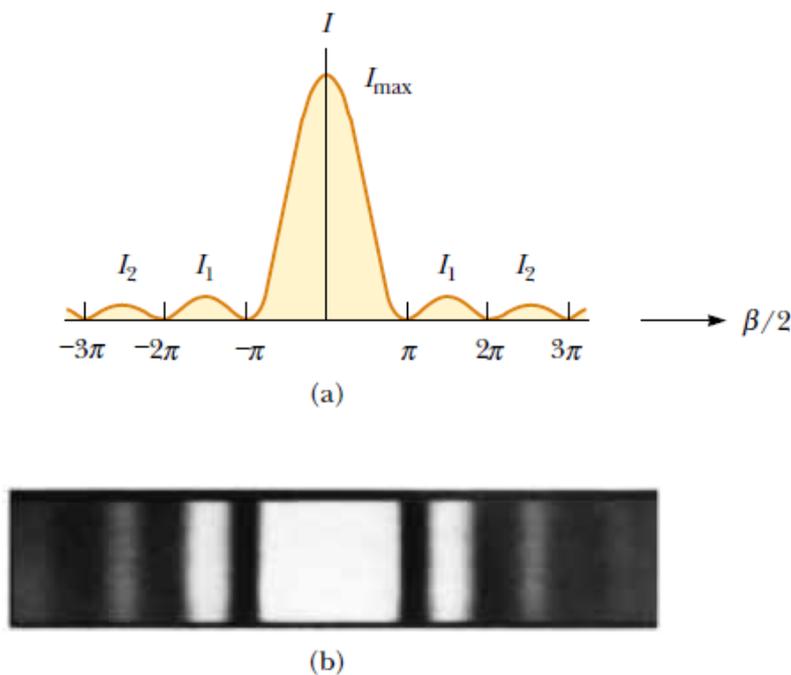


Figura 10.17: (a) Curva teórica da intensidade em função de ângulo $\beta/2$ (equação 10.16). (b) Foto de padrão de difração por única fenda.

10.2.3 Largura da figura de difração por fenda única

Com auxílio da equação 10.13 e da figura 10.14 é fácil concluir que a largura do máximo central da difração de fenda única é determinada pelo ângulo θ_1 que define os pontos de primeiros mínimos laterais.

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{a} \quad (10.22)$$

Para ondas luminosas o comprimento de onda λ é geralmente muito menor do que a largura da fenda a , e os valores de θ são tão pequenos que a aproximação $\sin \theta \approx \theta$ é bastante boa. Com isso,

$$\theta_1 \approx \frac{\lambda}{a} \quad (10.23)$$

O valor de θ_1 (em radianos) expressa a largura (ou espalhamento angular) do máximo central, ou seja, a largura da imagem. A partir da equação 10.23 podemos analisar três situações diferentes.

(1) $a \gg \lambda$

Quando a abertura do obstáculo é muito maior do que o comprimento de onda de luz, o ângulo θ_1 é muito pequeno, praticamente igual a zero. Isto significa que os raios da luz (ou de outra onda qualquer) praticamente não se desviam do seu caminho inicial e a imagem que a abertura produz é simplesmente a projeção geométrica da abertura (sombra geométrica). Neste caso, podemos usar a óptica geométrica para descrever a

propagação da luz. Essa situação é mais comum em nosso dia-dia, pois os obstáculos têm tamanho bem maior do que o λ da luz (portas, janelas...). Por isso, não se nota o efeito de difração.

$$(2) a \geq \lambda$$

Quando a abertura do obstáculo é comparável com o comprimento de onda de luz, efeitos de difração são observáveis e importantes. É exatamente o caso que analisamos na seção 10.2.2. Para descrever esses efeitos, a óptica geométrica tem que ser substituída pela óptica ondulatória. A equação 10.23 demonstra que a diminuição da abertura do obstáculo causa alargamento do máximo central (imagem). Isso acontece, porém, até o certo limite, descrito pela próxima situação.

$$(3) a \leq \lambda$$

Quando a abertura do obstáculo é igual ou menor do que comprimento de onda de luz, o máximo central se alarga tanto que não podemos observar mais nenhum outro mínimo ou máximo. A figura de difração é perdida, e o obstáculo se comporta como uma fonte puntiforme de ondas secundárias. Esta situação foi suposta de ocorrer quando analisamos a interferência por fenda dupla de Young.

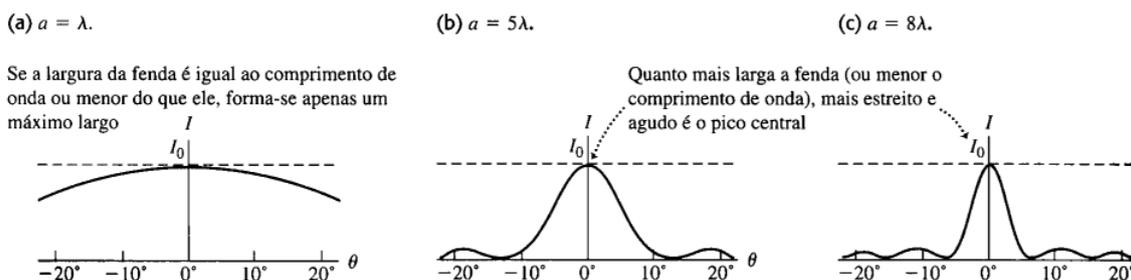


Figura 10.18: As figuras de difração por única fenda em função da razão λ/a .

A difração ocorre para qualquer tipo de onda e não apenas para a luz. As ondas sonoras também sofrem difração ao passar por uma abertura. As ondas sonoras da voz humana possuem comprimentos de onda um pouco maiores do que um metro, enquanto uma porta comum possui largura inferior a um metro. Neste caso $a < \lambda$ e o máximo central se espalha até 180° . Isso explica por que o som que passa por uma porta aberta pode ser ouvido por uma pessoa que está fora do ângulo da visão atrás da porta. Ao contrário, não existe nenhuma difração da luz através da porta, porque a sua largura é muito maior do que o λ da luz. Você pode ouvir em torno de arestas, mas não pode ver em torno delas!

10.2.4 Difração por diversas fendas; redes de difração

Vamos examinar novamente o problema da fenda dupla, considerada na experiência de Young, mas agora levando em conta que as fendas não são fontes puntiformes, mas possuem abertura finita (caso mais realista).

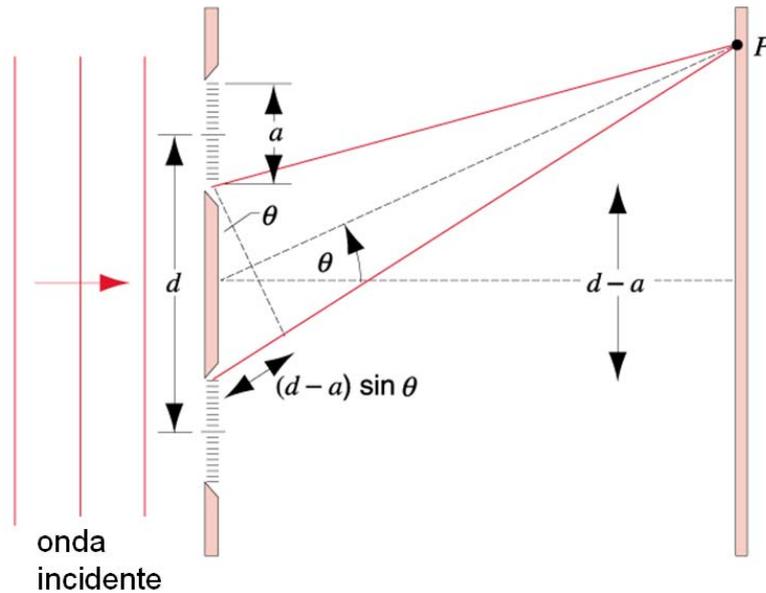


Figura 10.19: Arranjo experimental para estudo da difração por fenda dupla. A largura das fendas é a , e a distância entre os centros das fendas é igual a d .

Quando $a \leq \lambda$ as fendas se comportam como fontes puntiformes, e na tela se forma uma figura de interferência de Young, igual aquela mostrada na figura 10.8. Quando $a \geq \lambda$, porém, os efeitos de difração se tornam importantes, e a figura resultante consiste da combinação dos efeitos de interferência e difração. A intensidade resultante da figura pode ser encontrada multiplicando a intensidade que surge da interferência (equação 10.9) pela intensidade que surge da difração (equação 10.16):

$$I = I_0 \cdot \cos^2 \frac{\phi}{2} \cdot \left[\frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \right]^2 \quad (10.24)$$

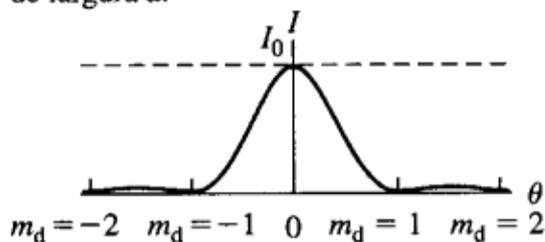
onde:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin \theta \quad \text{e} \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \sin \theta \quad (10.25)$$

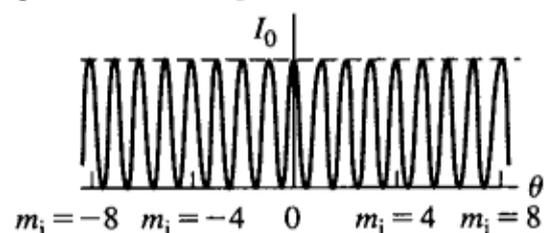
O fator $\cos^2 \frac{\phi}{2}$ se chama **fator de interferência**, enquanto o fator $\left[\frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \right]^2$ é

denominado **fator de difração**. I_0 é a intensidade máxima que ocorre no centro da tela. A equação 10.24 produz todos os picos (máximos) da interferência através do fator de interferência, mas a intensidade dos picos é modulada devido ao fator de difração. O resultado consiste em um padrão de várias faixas brilhantes cuja intensidade diminui ao se afastar dos máximos centrais (figura 10.20).

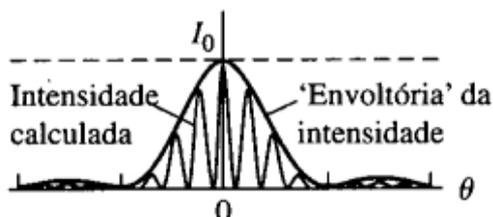
(a) Figura de difração para uma fenda única de largura a .



(b) Figura de interferência para duas fendas estreitas separadas por uma distância d igual a quatro vezes a largura da fenda indicada em (a).



(c) Cálculo da figura de intensidade para duas fendas de largura a e distância $d = 4a$, incluindo os efeitos de interferência e difração.



(d) Fotografia real da figura de difração calculada na parte (c).



Para $d = 4a$, todos os máximos com número de ordem múltiplo de quatro ($m_i = \pm 4, \pm 8, \dots$) estão ausentes

Figura 10.20: Intensidade resultante na figura de difração por duas fendas de largura finita (Young and Freedman, Física IV – Ótica e Física Moderna, Pearson).

O número de picos e seus arranjos dependem geralmente da razão d/a . A condição de ocorrer o máximo da interferência de ordem m é descrita pela equação 10.1:

$$d \cdot \sin \theta = m \cdot \lambda$$

Por outro lado, equação 10.13 especifica que o primeiro mínimo da difração ocorre quando:

$$a \cdot \sin \theta = \lambda$$

Dividindo essas duas equações, podemos determinar qual máximo da interferência coincide com o primeiro mínimo de difração:

$$\frac{d \cdot \sin \theta}{a \cdot \sin \theta} = \frac{m \cdot \lambda}{\lambda} \Rightarrow \frac{d}{a} = m \quad (10.26)$$

Então, o m -ésimo máximo de interferência é zerado pelo primeiro mínimo de difração, e o pico central da difração consiste de $2 \times (m-1)$ picos da interferência mais o pico central. Cada pico lateral da difração consiste de $m-1$ picos de interferência. Na situação mostrada na figura 10.20 a razão d/a é igual a quatro. Como consequência, cada quarto máximo da interferência é anulado por que no mesmo lugar ocorre o mínimo de difração.

Vamos agora considerar figuras produzidas por mais de duas fendas estreitas. Essa situação é interessante porque existe uma extraordinária aplicação prática desse sistema em espectroscopia: a determinação precisa dos comprimentos de onda da luz incidente! Suponhamos que as fendas estejam localizadas na mesma distância d uma em relação à outra, e que as larguras das fendas sejam iguais (a). Suponhamos também que a largura a seja menor do que o comprimento de onda, de modo que possamos considerar cada fenda como uma fonte puntiforme de luz. Assim, os efeitos de difração que ocorrem por uma única fenda com largura finita são desprezíveis. A figura 10.21 ilustra tal situação.

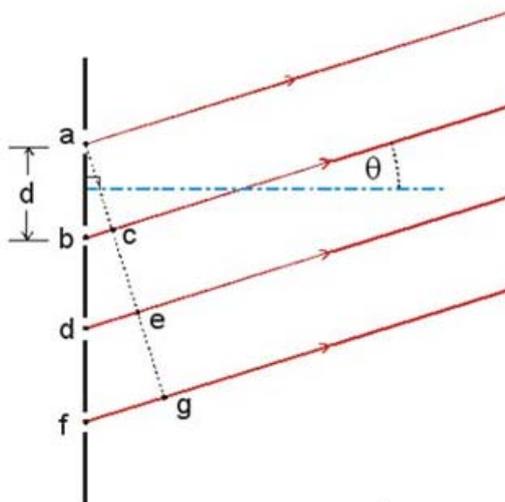


Figura 10.21: Ilustração de difração por fendas múltiplas.

A interferência construtiva ocorre quando a diferença dos percursos entre os raios se iguala um múltiplo inteiro de comprimento de onda, i.e., para os raios que formam um ângulo θ que satisfaz seguinte equação:

$$d \cdot \sin \theta = m \cdot \lambda ; (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (10.27)$$

Isso significa que os máximos ocorrem nas mesmas posições como no caso da experiência de duas fendas, com mesmo espaçamento entre as fendas (veja fórmula 10.1). Nesse sentido, a figura resultante é semelhante à que resulta da interferência da fenda dupla. A diferença se manifesta nos seguintes detalhes:

(1) com aumento do número de fendas os máximos determinados pela equação 10.27, chamados **máximos principais**, tornam-se mais estreitos e mais intensos;

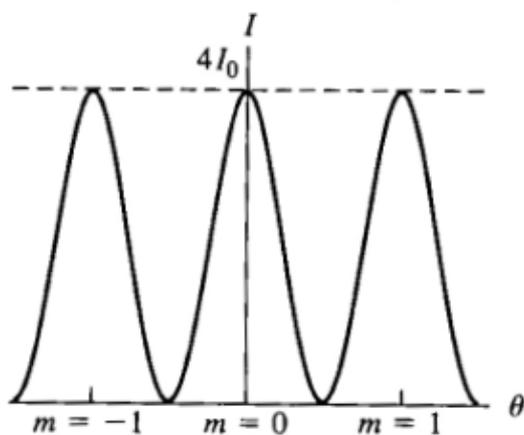
(2) entre quaisquer dois máximos principais existe mais de um mínimo, e este número de mínimos cresce com aumento de número de fendas.

A figura 10.22 ilustra a situação quando o anteparo contém duas fendas (experiência de Young), 8 fendas e 16 fendas.

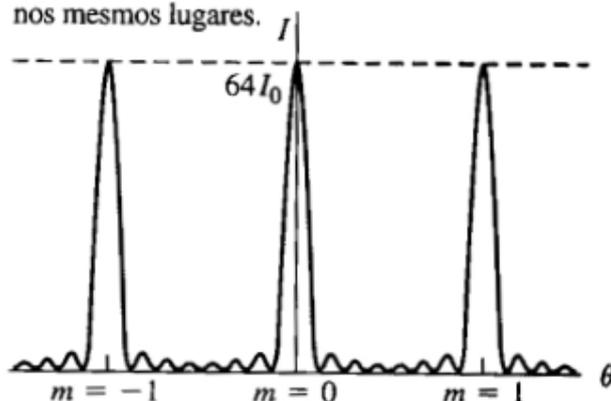
Através de cálculos detalhados, mostra-se que a intensidade e a largura dos máximos principais dependem de número de fendas N , como $N^2 I_0$ e $1/N$, respectivamente. Portanto, quanto maior for o número de fendas, mais intensos e melhor resolvidos serão os picos. As posições destes picos, i.e., os ângulos θ que as determinam, podem ser medidos com maior precisão. Isso significa que, através da equação 10.27, o comprimento de onda da luz que incide nas fendas pode ser determinado com excelente precisão. Essa é a idéia básica que está por trás da construção das **redes de difração**, que são conjuntos que contém um número grande de fendas paralelas, todas com a mesma largura a e com a mesma distância d entre elas. Para uma rede de difração o termo “fenda” pode ser substituído por ranhura ou linha, que são usualmente feitas com uma ponta de diamante.

Quando uma rede com centenas ou milhares de fendas é iluminada por um feixe de raios paralelos de luz monocromática, a figura obtida é constituída por uma série de linhas estreitas em ângulos determinados pela equação 10.27. As redes destinadas ao uso de luz visível costumam ter cerca de 1000 fendas por milímetro. O valor correspondente a d é dado pelo inverso do número de fendas, então $1/1000 \text{ mm} = 1000 \text{ nm}$.

(a) $N = 2$: duas fendas produzem um mínimo entre dois máximos adjacentes.



(b) $N = 8$: oito fendas produzem sete mínimos entre dois máximos adjacentes mais agudos e mais estreitos nos mesmos lugares.



(c) $N = 16$: com dezesseis fendas, os máximos são ainda mais agudos e estreitos, com mais mínimas entre dois máximos adjacentes.

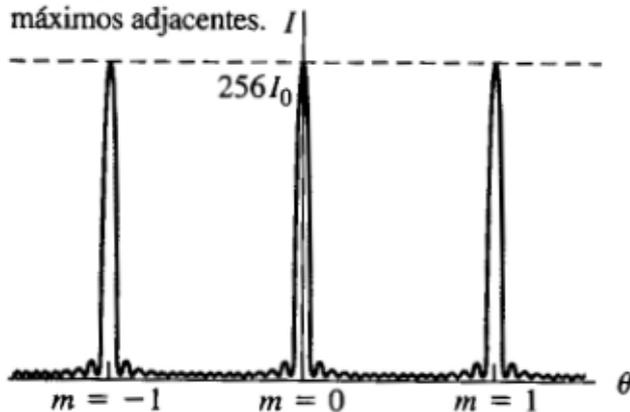


Figura 10.22: Intensidade de padrões de interferência por duas, oito e dezesseis fendas estreitas (Young and Freedman, Física IV – Ótica e Física Moderna, Pearson).

Bibliografia consultada

Alonso, M. S. e Finn, E. J., *Física*, Ed. Edgard Blucher Editora, São Paulo, 1999.

Young, H. D. e Freedman, R. A. *Física IV – Ótica e Física Moderna*, Pearson Education do Brasil (qualquer edição).

Serway, R. A. e Jewett, J. W. *Princípios de Física, vol. 4*, editora Thomson (qualquer edição).

Questões

1. Uma experiência de interferência com fenda dupla é realizada e formam-se franjas de interferência sobre um anteparo. A seguir, o conjunto inteiro do aparato experimental é imerso em uma piscina. Qual é a alteração produzida na distribuição das franjas?

Dica: O comprimento de onda da luz na água é menor do que no ar (aula 08, equação 8.9). Analise o que acontece com as posições de máximos neste caso (equação 10.3).

2. Os faróis dianteiros de um carro muito distante formam uma figura de interferência semelhante ao de duas fontes? Caso forme, como poderíamos observá-la? Caso contrário, por que não?

3. A experiência de Young de fenda dupla poderia ser realizada com raios gama? Caso não possa, por que não? Caso possa, discuta as diferenças na montagem da experiência em comparação com a experiência feita com a luz visível?

Resposta

Em princípio, pode, pois os raios gama são do tipo de ondas eletromagnéticas e sofrem interferência. Na prática, não pode, pois o comprimento de onda dos raios gama é extremamente pequeno ($10^{-12} - 10^{-14} m$) e não conseguimos achar obstáculos cujo tamanho seja comparável com isso. A largura das fendas usadas para observação da interferência da luz visível é muito grande em comparação com λ de raios gama, e os efeitos de difração não são percebidos.

4. Ao usar o princípio de superposição para calcular as intensidades na figura de interferência, você poderia somar as intensidades em vez de somar as amplitudes da onda?

Resposta

Não. A intensidade num determinado ponto depende do quadrado da amplitude do campo elétrico resultante. Portanto, temos que fazer uma soma vetorial dos campos elétricos das ondas individuais para achar a amplitude resultante, tomar o quadrado dessa amplitude e determinar a intensidade. Por outro lado, a soma das intensidades envolveria a soma dos quadrados das amplitudes das ondas individuais, que daria resultado errado.

5. Por que podemos observar facilmente os efeitos de difração em ondas sonoras, mas não em ondas luminosas?
6. Qual é a diferença entre a difração de Fresnel e a de Fraunhofer? Os processos físicos desses dois fenômenos são diferentes? Explique.
7. As ondas sonoras usadas predominantemente na fala humana possuem comprimentos de onda no intervalo de 1 até 3 metros. Usando os conceitos de difração, explique como você pode ouvir a voz de uma pessoa mesmo quando ela está de costas para você.
8. Uma luz de comprimento de onda λ e frequência f passa por uma única fenda de largura a . A figura de difração é observada sobre uma tela a uma distância x da fenda. Qual dos seguintes processos diminuirá a largura do máximo central? (a) Diminuir a largura da fenda; (b) diminuir a frequência da luz; (c) diminuir o comprimento de onda da luz; (d) diminuir a distância entre a tela e a fenda. Em cada caso, justifique a sua resposta.

Dica: Analise a equação 10.23.

Exercícios

1. Uma experiência de dupla fenda de Young é realizada com luz monocromática. A separação entre as fendas é de 0,500 mm e o padrão de interferência em um anteparo a 3,30 m de distância mostra o primeiro máximo lateral a 3,40 mm do centro do padrão. Qual é o comprimento de onda?

Resposta

A distância entre o centro da tela e o máximo de ordem m é $y_n \approx n \lambda \frac{L}{d}$. Para $n = 1$

$$\lambda = \frac{y_1 \cdot d}{L} = \frac{3,40 \cdot 10^{-3} \cdot 0,50 \cdot 10^{-3}}{3,30} m = 0,51 \cdot 10^{-6} m = 510 nm$$

2. Em um lugar onde a velocidade do som é 354 m/s, uma onda sonora de 2000 Hz incide sobre duas fendas separadas por 30,0 cm. (a) Em qual ângulo se localiza o primeiro máximo? (b) Se a onda sonora for substituída por microondas de 3,00 cm, qual separação entre as fendas fornecerá o mesmo ângulo para o primeiro máximo? (c) Se a

separação entre as fendas for de $1,00 \mu\text{m}$, qual frequência da luz daria o mesmo ângulo do primeiro máximo?

Resposta

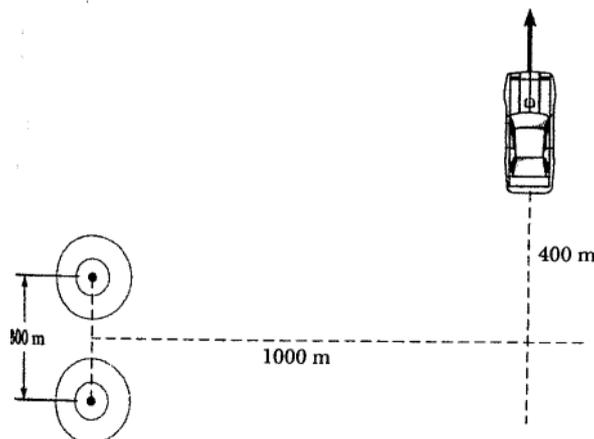
(a) Para onda sonora: $\lambda = v/f = \frac{354 \text{ m/s}}{20001/\text{s}} = 0,177 \text{ m}$. A condição para ocorrer o máximo da interferência é: $d \cdot \sin \theta = n \cdot \lambda$. O primeiro máximo é determinado por:

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{d} = \frac{0,177 \text{ m}}{0,3 \text{ m}} = 0,59 \Rightarrow \theta_1 = 36,15^\circ.$$

(b) $d \cdot \sin \theta_1 = 1 \cdot \lambda \Rightarrow d = \frac{\lambda}{\sin \theta_1} = \frac{3,00 \text{ cm}}{0,59} = 5,08 \text{ cm}$.

(c) $d \cdot \sin \theta_1 = 1 \cdot \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow f = \frac{v}{d \cdot \sin \theta_1} = \frac{354 \text{ m/s}}{10^{-6} \text{ m} \cdot 0,59} = 600 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 0,6 \text{ GHz}$.

3. Duas antenas de rádio separadas por 300 m, como na Figura abaixo, transmitem simultaneamente sinais idênticos de mesmo comprimento de onda. Um rádio em um carro viajando rumo norte recebe os sinais. (a) Se o carro está na posição do segundo máximo, qual é o comprimento de onda dos sinais? (b) Qual distância adicional o carro deve percorrer para encontrar o próximo mínimo na recepção? (Nota: não use a aproximação de ângulo pequeno neste problema.)



Resposta

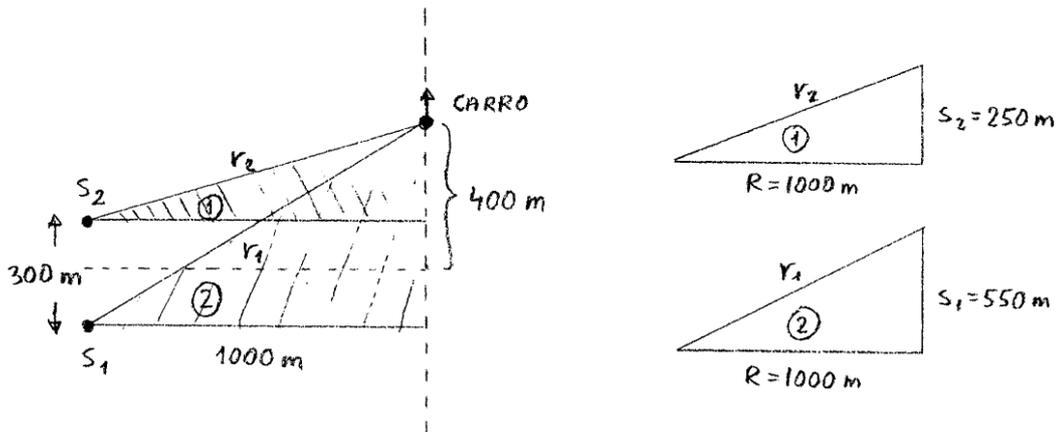
(a) Precisamos achar as distâncias entre o carro e as fontes, e calcular diferença de percursos de ondas sonoras até o carro. Com ajuda da geometria ilustrada na figura abaixo, segue:

$$r_2^2 = R^2 + s_2^2 = (1000 \text{ m})^2 + (250 \text{ m})^2 \Rightarrow r_2 = 1030,78 \text{ m}$$

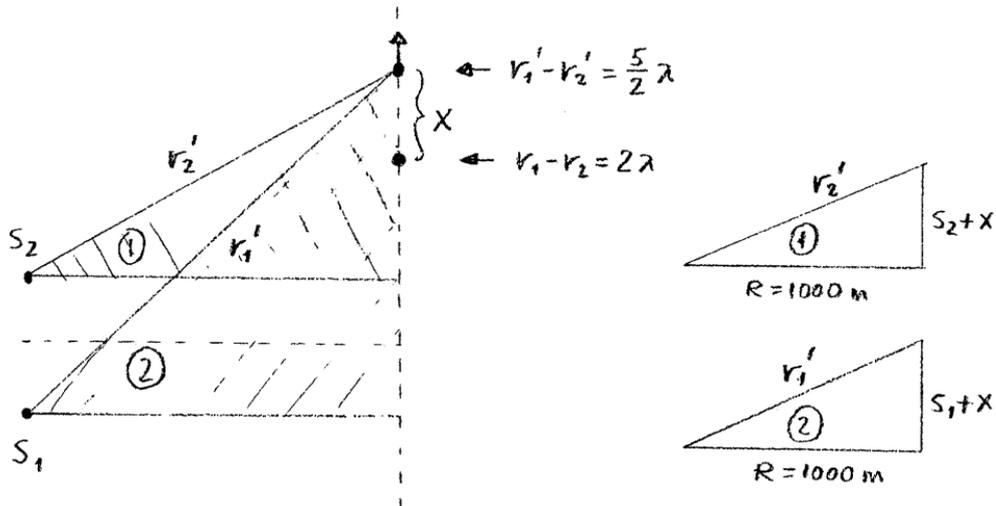
$$r_1^2 = R^2 + s_1^2 = (1000 \text{ m})^2 + (550 \text{ m})^2 \Rightarrow r_1 = 1141,27 \text{ m}$$

Como o carro se encontra no segundo máximo: $r_1 - r_2 = 2 \cdot \lambda$.

$$\Rightarrow \lambda = \frac{r_1 - r_2}{2} = 55,25 \text{ m.}$$



(b) Agora, o carro se deslocou para o norte percorrendo a distância x (veja figura abaixo), encontrando o próximo ponto do mínimo.



As condições para os mínimos são: $r_1 - r_2 = (m+1/2)\lambda$ e, concluímos que o carro atingiu o mínimo $m=2$. Portanto, $r_1' - r_2' = 5/2 \cdot \lambda = 138,1 \text{ m}$. Com ajuda da geometria ilustrada na figura acima, podemos achar o valor de x :

$$r_1' = \sqrt{R^2 + (s_1 + x)^2}$$

$$r_2' = \sqrt{R^2 + (s_2 + x)^2}$$

$$\Rightarrow r_1' - r_2' = 138,1 \text{ m} = \sqrt{R^2 + (s_1 + x)^2} - \sqrt{R^2 + (s_2 + x)^2}$$

Resolvendo esta equação para x , chega-se à resposta.

4. É realizada uma experiência de dupla fenda de Young com luz de 589 nm e uma distância de 2,00 m entre as fendas e o anteparo. O décimo mínimo da interferência é observado a 7,26 mm do máximo central. Determine o espaçamento entre as fendas.

Resposta

Distância entre centro da tela e m-ésimo mínimo é determinada pela fórmula:

$$y_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda \cdot \frac{L}{d}, \text{ onde } m = 9 \text{ (décimo mínimo),}$$

Daqui:

$$d = \lambda \cdot L \cdot \frac{(9 + 1/2)}{y_9} = 589 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 2,0 \text{ m} \cdot \frac{9,5}{7,26 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 1541,46 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 1,54 \text{ mm}$$

5. Duas fendas estão separadas por 0,320 mm. Um feixe luminoso de 500 nm atinge as fendas produzindo um padrão de interferência. Determine o número de máximos observado na faixa angular $-30,0^\circ < \theta < 30,0^\circ$.

Resposta

A condição de ocorrência dos máximos: $d \cdot \sin \theta = m \cdot \lambda \Rightarrow \sin \theta = m \cdot \frac{\lambda}{d}$.

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{500 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{0,32 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 1562 \cdot 10^{-6} = 1,562 \cdot 10^{-3}. \text{ Portanto: } \sin 30^\circ = m \cdot 1,562 \cdot 10^{-3} \text{ e}$$

$m \approx 320$. Como os máximos ocorrem tanto para m negativo quanto para m positivo (simetricamente em torno do centro da tela), o número dos máximos é o dobro deste valor, i.e., ocorrem cerca de 640 máximos.

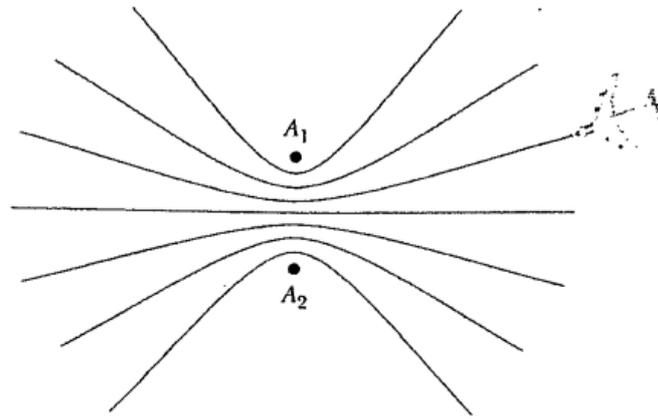
6. A experiência da dupla fenda de Young está por trás do sistema de pouso por instrumentos usados para guiar aeronaves para aterrissagens seguras quando há pouca visibilidade. Ainda que os sistemas reais sejam mais complicados que o exemplo descrito aqui, eles operam sob os mesmos princípios. Um piloto está tentando alinhar seu avião com uma pista de aterrissagem, como sugerido na Figura (a) abaixo. Duas antenas de rádio A_1 e A_2 separadas por 40,0 m, estão posicionadas adjacentes à pista. As antenas transmitem ondas de rádio não moduladas e coerentes com 30,0 MHz.

(a) Encontre o comprimento de onda das ondas. O piloto "trava" no forte sinal irradiado ao longo de um máximo de interferência e direciona o avião para manter forte o sinal recebido. Se ele detectar o máximo central, o avião terá o direcionamento correto para aterrissar quando ele alcançar a pista.

b) Suponha, em vez disso, que o avião está voando ao longo do primeiro máximo lateral (Figura (b) abaixo). A que distância lateral da linha central da pista o avião está quando ele se encontra a 2,00 km das antenas?



(a)



(b)

(c) É possível dizer ao piloto que ele está no máximo errado enviando dois sinais de cada antena e equipando a aeronave com um receptor de dois canais. A razão entre as duas frequências não deve ser uma razão de números inteiros pequenos (como, por exemplo, 3/4). Explique como esse sistema de duas frequências iria funcionar e por que ele não necessariamente funciona se as frequências forem relacionadas por uma razão de números inteiros.

7. A intensidade no anteparo em um determinado ponto em um padrão de interferência de dupla fenda é 64,0% do valor máximo. (a) Qual é a diferença mínima de fase (em radianos) entre as fontes produz esse resultado? (b) Expresse essa diferença de fase como uma diferença de percurso para luz de 486,1 nm.

Resposta

$$(a) \quad I = I_{\max} \cdot \cos^2 \frac{\varphi}{2} \Rightarrow 0,64 \cdot I_{\max} = I_{\max} \cdot \cos^2 \frac{\varphi}{2} \Rightarrow \varphi = 74^\circ .$$

$$(b) \quad \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta r}{\lambda} \Rightarrow \Delta r = \lambda \cdot \frac{\varphi}{2\pi} = 486,1 \text{ nm} \cdot \frac{74^\circ}{360^\circ} = 100 \text{ nm} .$$

8. Duas fendas estão separadas por 0,180 mm. Um padrão de interferência é formado em um anteparo a 80,0 cm de distância causado por luz de 656,3 nm. Calcule a fração da intensidade máxima a 0,600 cm acima do máximo central.

Dica

É preciso achar a intensidade em um ponto determinado na tela (digamos, ponto P), cuja distância a partir do centro da tela é $y = 0,600 \text{ cm}$. O problema pode ser resolvido em 3 passos.

1. Utilizando a geometria da experiência de Young, similarmente mostrada na resolução do exercício 03, ache as distâncias r_1 e r_2 entre as fendas e o ponto P . Calcule diferença entre os percursos $r_1 - r_2$ que causa a diferença de fase no ponto P .

2. A partir da diferença dos caminhos, calcule a diferença de fase φ dos raios que chegam ao ponto P .

3. Finalmente, calcule intensidade no ponto P : $I = I_{\max} \cdot \cos^2 \frac{\varphi}{2}$. O resultado é:

$$I = 0,0086 \cdot I_{\max}.$$

9. Luz de laser de hélio-neônio ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$) é enviada através de uma fenda única de $0,300 \text{ mm}$ de largura. Qual é a largura do máximo central em um anteparo a $1,00 \text{ m}$ da fenda?

Resposta

A largura do máximo central é determinada pelo ângulo θ_1 que corresponde ao primeiro mínimo da difração (veja figura 10.14). Como: $\sin \theta_1 = \lambda/a \Rightarrow$

$$\theta_1 = \arcsin\left(\frac{632,8 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{0,300 \cdot 10^{-3} \text{ m}}\right) = 0,12^\circ.$$

Portanto, o espalhamento angular do máximo central é igual a $2 \cdot \theta_1 \approx 0,24^\circ$. Como a tela está afastada da fenda por $L = 1,00 \text{ m}$, a largura do primeiro máximo é igual a $2 \cdot y_1 = 2 \cdot L \cdot \text{tg} \theta_1 = 0,004 \text{ m} = 4 \text{ mm}$ (y_1 é a posição do primeiro mínimo de difração determinado pelo ângulo θ_1).

10. Um feixe de luz verde é difratado por uma fenda de $0,550 \text{ mm}$ de largura. O padrão de difração se forma em uma parede a $2,06 \text{ m}$ além da fenda. A distância entre as posições de intensidade nula nos dois lados da franja brilhante central é de $4,10 \text{ mm}$. Calcule o comprimento de onda da luz de laser.

11. Um anteparo está localizado a $50,0 \text{ cm}$ de uma fenda única, que é iluminada com luz de 690 nm . Se a distância entre o primeiro e o terceiro mínimo no padrão de difração é de $3,00 \text{ mm}$, qual é a largura da fenda?

Resposta

As posições dos mínimos num padrão de difração são determinadas pela equação 10.15:

$$y_m \approx m \cdot L \cdot \frac{\lambda}{a} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots).$$

$$\Rightarrow y_3 - y_1 = 3 \cdot L \cdot \frac{\lambda}{a} - 1 \cdot L \cdot \frac{\lambda}{a} = 2 \cdot L \cdot \frac{\lambda}{a}$$

$$\Rightarrow a = \frac{2 \cdot L \cdot \lambda}{(y_3 - y_1)} = \frac{2 \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 690 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{3,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 230 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,23 \text{ mm}.$$

12. Som, com uma frequência de 650 Hz e vindo de uma fonte distante, atravessa uma entrada de porta com 1,10 m de largura localizada em uma parede absorvedora de som. Encontre o número e as direções aproximadas dos feixes de difração máxima irradiados no espaço além da entrada.

Resumo da aula

Interferência de ondas luminosas é o resultado da superposição linear de duas ou mais ondas que se encontram num determinado ponto no mesmo instante. Um padrão estável de interferência dessas ondas pode ser observado se: (1) a luz for monocromática, e (2) as fontes forem coerentes.

A primeira observação da interferência da luz foi realizada na experiência de dupla fenda de Young (1801), que dividiu a luz monocromática (com comprimento de onda λ) proveniente de uma única fonte em duas partes, usando duas fendas estreitas separadas por uma distância d . Dessa maneira, essas fendas se comportam como fontes coerentes que produzem um padrão de interferência, que consiste de franjas brilhantes e escuras, que foi visto na tela de observação a uma distância $L \gg d$. As posições dos centros das franjas brilhantes e escuras (onde ocorre interferência construtiva e destrutiva) são determinadas ou em termos de um ângulo θ_m , definido como ângulo entre a normal que conecta o anteparo de fendas com a tela de observação, ou em termos da distância y_m a partir do centro da tela de observação:

$$\left. \begin{aligned} d \cdot \sin \theta_m &= m \cdot \lambda \\ y_m &\approx m \lambda \frac{L}{d} \end{aligned} \right\} (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \text{ centros de franjas brilhantes}$$

$$\left. \begin{aligned} d \cdot \sin \theta_m &= (m + \frac{1}{2}) \lambda \\ y_m &\approx (m + \frac{1}{2}) \lambda \frac{L}{d} \end{aligned} \right\} (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \text{ centros de franjas escuras}$$

onde o número $|m|$ se chama ordem da franja. A intensidade de franjas é descrita pela equação:

$$I = I_0 \cdot \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

onde $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin \theta$, e I_0 é a intensidade máxima que ocorre nos centros das faixas brilhantes.

Difração é um fenômeno que não é fundamentalmente diferente da interferência. Ambos os fenômenos são baseados na superposição das ondas e explicados pelo princípio de Huygens. Enquanto interferência trata efeitos de superposição que envolve

um número pequeno de fontes, geralmente duas, na difração consideramos um número muito grande de fontes, ou uma distribuição contínua de ondas secundárias de Huygens oriundas de uma ou várias áreas de aberturas. Devido ao efeito de difração, as ondas conseguem “contornar” os obstáculos e aparecer em lugares não permitidos pela óptica geométrica.

O padrão de difração produzido por uma fenda única de largura a sobre um anteparo distante ($L \gg a$) consiste de um máximo central brilhante e regiões brilhantes e escuras alternadas de intensidades muito menores. As posições de faixas escuras são dadas pelas equações:

$$\left. \begin{array}{l} \sin \theta_m = m \cdot \frac{\lambda}{a} \\ y_m \approx m \cdot L \cdot \frac{\lambda}{a} \end{array} \right\} (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots) \quad (\text{mínimos})$$

onde θ_m e y_m têm mesmo sentido como na experiência de Young. A largura do máximo central é definida pelo ângulo:

$$\theta_1 \approx \frac{\lambda}{a}$$

que claramente depende da razão entre comprimento de onda de luz e a largura do obstáculo (fenda). Quando $a \gg \lambda$, efeitos de difração não são notáveis e podemos usar a descrição da óptica geométrica. Do contrário, é necessário usar óptica ondulatória baseada no princípio de Huygens. Quando $a \leq \lambda$, a luz sofre difração nos ângulos até 180° , e o obstáculo se comporta como uma fonte puntiforme de luz.

Aumentando o número de fendas, constrói-se uma **rede de difração** que consiste em um grande número de fendas idênticas igualmente espaçadas. A condição para máximos de intensidade no padrão de interferência para uma rede de difração para incidência normal é:

$$d \cdot \sin \theta_m = m \cdot \lambda \quad (\text{máximos})$$

Os máximos ocorrem nas mesmas posições como no caso da experiência de duas fendas de Young. Nesse sentido, o padrão de difração resultante é semelhante ao que resulta da interferência da fenda dupla. A diferença se manifesta nos seguintes detalhes: (1) com aumento de número de fendas, os máximos determinados pela equação acima (máximos principais) tornam-se mais estreitos e mais intensos; (2) entre quaisquer dois máximos principais existe mais de um mínimo, e este número de mínimos cresce com aumento do número de fendas. As redes de difração são utilizadas para determinação precisa do comprimento de onda luminosa, devido ao fato que os máximos são bem brilhantes e estreitos.

Conclusão

Esta última aula do curso foi dedicada ao estudo dos fenômenos ondulatórios de interferência e difração. O que discutimos nesta aula está longe de cobrir todos os assuntos desse gênero. Porém, o objetivo era esclarecer os princípios e aplicações básicas de interferência e difração, para que você possa entender, sozinho, os assuntos não tratados aqui, lendo outros livros de física.