

A teoria quântica antiga

## A teoria quântica antiga

---

### **METAS:**

- Mostrar as dificuldades enfrentadas pela física clássica na explicação da estabilidade dos átomos e da estrutura dos espectros atômicos.
- Introduzir o modelo de Bohr para o átomo de um elétron.
- Introduzir as regras de quantização de Wilson-Sommerfeld.
- Introduzir as ondas de de Broglie.

### **OBJETIVOS:**

Ao fim da aula os alunos deverão ser capazes de:

- explicar o modelo de Bohr para o átomo;
- usar o modelo de Bohr na resolução de problemas;
- usar as regras de quantização de Wilson-Sommerfeld para determinar o espectro de energia.

### **PRÉ-REQUISITOS:**

- Radiação do corpo negro.
- Dinâmica do movimento circular.
- Conservação da energia.
- Propagação de ondas.

### 3.1 Introdução

O nome *teoria quântica antiga* é atribuído a uma coleção de resultados teóricos obtidos no período entre o início do século XX e os anos 1924-25. Essa coleção nunca chegou a ser uma teoria completa e logicamente satisfatória. A teoria quântica antiga simplesmente adiciona ao conjunto de equações da teoria clássica algumas equações novas - *regras de quantização*. Esse “defeito” da teoria antiga é, também, uma vantagem. Utilizando ferramentas simples, a teoria antiga consegue “explicar” a *quantização de energia* de sistemas de partículas em estados ligados como também várias outras propriedades dos sistemas. As previsões quantitativas e, entre elas, os valores de energia dos estados ligados, são próximos aos valores “exatos” (calculados com os métodos da mecânica quântica) e, as vezes até coincidem com os valores “exatos”.

### 3.2 O modelo de Bohr para o átomo

#### 3.2.1 O átomo de Rutherford e o problema de estabilidade

No início do século XX os físicos já sabiam que o átomo contém elétrons - partículas com carga negativa e com massa muito menor do que a massa do próprio átomo. Sendo esse último um sistema neutro, onde estava no átomo a carga positiva? Experiências feitas por Rutherford em 1912 mostraram que dentro do átomo existe um *núcleo*, isto é, uma partícula com massa quase igual à massa total do átomo e que, além disso,

- possui carga positiva (igual ao módulo da carga total de todos os elétrons do átomo),
- tem diâmetro muito menor do que o diâmetro do átomo.

As forças de Coulomb entre os elétrons do átomo e o núcleo podem manter os elétrons em uma região limitada do espaço ao redor do núcleo. No entanto, segundo a eletrodinâmica clássica, os elétrons em movimento acelerado emitirão

## A teoria quântica antiga

---

ondas eletromagnéticas. Perdendo energia, os elétrons cairão sobre o núcleo (um “colapso” do átomo). Estimativas para o tempo necessário para esse colapso ocorrer deram em uma ordem de grandeza de  $10^{-12}$  s - algo incompatível com a estabilidade dos átomos observada. A teoria clássica não era capaz de explicar a estabilidade dos átomos.

### 3.2.2 Espectros de linhas

**Espectros de emissão** Átomos podem emitir radiação eletromagnética. Emissão por átomos livres podemos observar, por exemplo, causando uma descarga elétrica em um gás monoatômico. Experiências desse tipo mostraram que não todos os comprimentos de onda estão presentes no espectro de emissão de átomos de uma dada espécie. No equipamento típico usado na

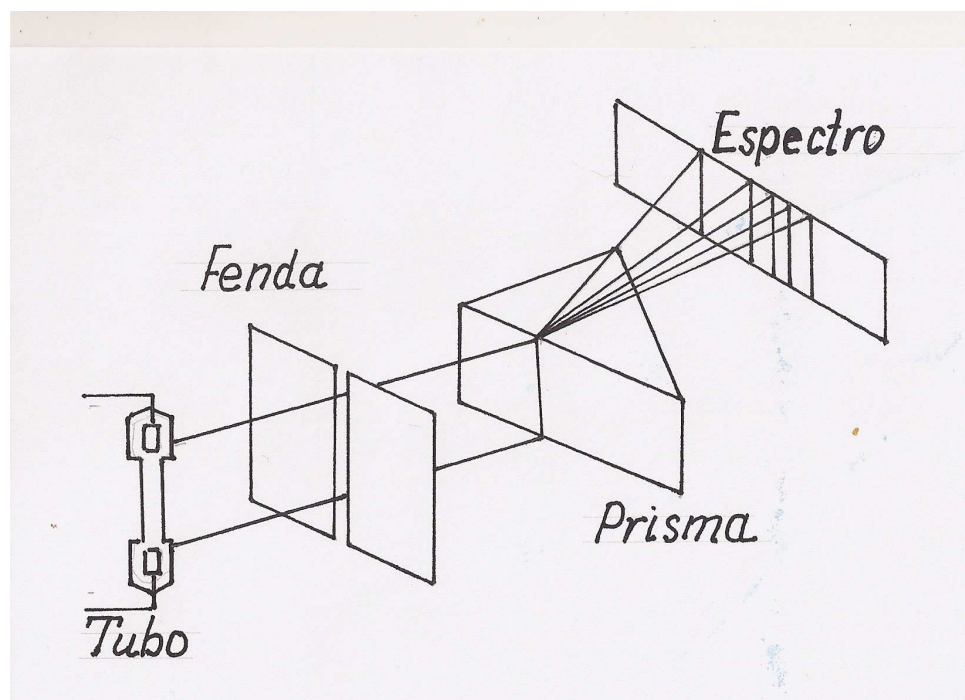


Figura 3.1: Equipamento usado na medição de espectros atômicos.

medição de espectros atômicos, a luz emitida por átomos (excitados por uma

descarga elétrica em um tubo contendo gás monoatômico), depois de atravessar um prisma (ou passar por uma rede de difração), incide sobre uma chapa fotográfica. Na chapa são observadas linhas separadas por intervalos de comprimentos de onda nos quais não há emissão. Diz-se que o espectro de emissão de átomos livres é um *espectro de linhas*. O conjunto dos comprimentos de onda (respectivamente, o conjunto das frequências) emitidas por átomos de um elemento são capazes de emitir é o *espectro de emissão* do elemento.

**Espectros de absorção** Quais os comprimentos de onda da radiação eletromagnética que os átomos de um dado elemento são capazes de absorver? Uma fonte de radiação com espectro contínuo pode ser usada para analisar o *espectro de absorção* de átomos livres. Depois de passar por uma região onde tem gás monoatômico, a radiação passa por um prisma (ou, por uma rede de difração) e incide sobre uma chapa fotográfica. É observada ausência de certos comprimentos de onda. Esses comprimentos de onda (“linhas espectrais”) formam o espectro de absorção do gás. Assim como o espectro de emissão, o espectro de absorção é um espectro de linhas. As linhas no espectro de absorção são exatamente as encontradas no espectro de emissão.

É impossível explicar a forma dos espectros atômicos baseando-se nas teorias da física clássica. No modelo de Rutherford, cada elétron no átomo está em um movimento periódico, girando em torno do núcleo. Segundo a eletrodinâmica clássica, ele emitirá ondas com frequências múltiplas da frequência do movimento do elétron. Perdendo energia com a emissão, o elétron deveria descer para orbitas mais baixas emitindo ondas de frequências maiores. Deste modo, o espectro de emissão de um grande conjunto de átomos deveria conter “todas as frequências”. Não foi isso que as experiências mostraram. Notamos que a ideia dos fótons, sem alguma modificação das leis da mecânica de partículas no átomo, não poderá resolver o problema. A explicação teórica da emissão dos átomos era um problema da mecânica das partículas de matéria

que fazem parte do átomo.

### 3.2.3 O espectro do hidrogênio

#### A fórmula de Rydberg

O espectro do hidrogênio é mais simples do que os espectros dos outros elementos (isto é “natural” pois o átomo do hidrogênio possui um único elétron). Uma fórmula empírica proposta pelo físico sueco Johannes Rydberg em 1888 representava  $1/\lambda$ , onde  $\lambda$  é o comprimento de onda da linha espectral, na forma de diferença de dois termos,

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right), \quad (3.1)$$

em que  $n$  e  $n'$  são inteiros positivos,  $n' > n$ , e  $R_H$  é uma constante, chamada *constante de Rydberg*,

$$R_H = 10967757,6 \pm 1,2 \text{ m}^{-1}. \quad (3.2)$$

#### Séries de linhas espectrais

As linhas espectrais do hidrogênio são agrupadas em séries. Cada série corresponde a um dado valor do número  $n$  na fórmula de Rydberg (3.1).

**Série de Lyman** ( $n1$ ) . As linhas espectrais dessa série estão na região ultravioleta do espectro eletromagnético.

As linhas da série de Lyman são indicadas por letras gregas. A linha de maior comprimento de onda é a linha Lyman- $\alpha$  (ou, simplesmente, Ly- $\alpha$ ), a próxima é a linha Ly- $\beta$ , etc. Um sistema de notação análogo é usado para cada uma das outras séries de linhas espectrais do hidrogênio. As linhas da série de Lyman convergem ao valor

$$\lambda_\infty = \frac{1}{R_H} \approx 91,2 \text{ nm}. \quad (3.3)$$

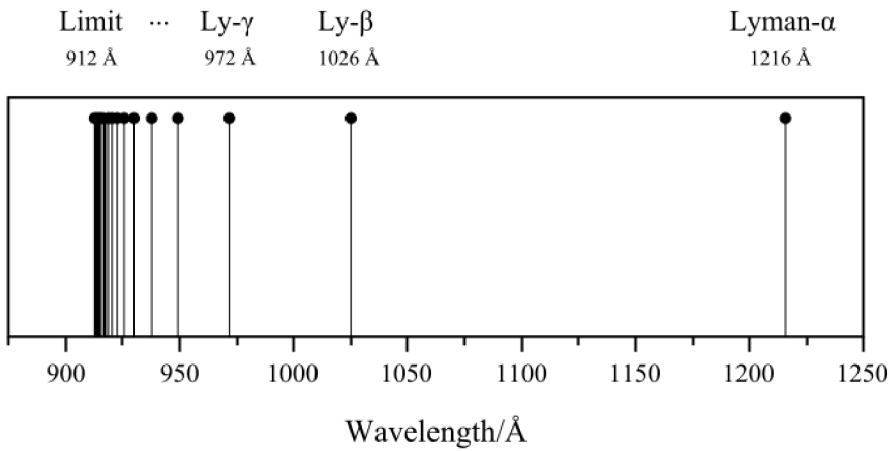


Figura 3.2: Série de Lyman. Fonte: <http://en.wikipedia.org/wiki/File:LymanSeries.svg>.

**Série de Balmer** ( $n = 2$ ). Os comprimentos de onda da série de Balmer são dadas pela fórmula

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n'^2} \right), \quad n' = 3, 4, \dots \quad (3.4)$$

A maior parte das linhas da série de Balmer estão na região da luz visível. Quando  $n'$  cresce, o comprimento de onda se aproxima a

$$\lambda_\infty = \frac{4}{R_H} \approx 365 \text{ nm}. \quad (3.5)$$

**Linhas espectrais na região infravermelha.** A série que corresponde a  $n = 3$  é chamada *série de Paschen*. São conhecidas também as séries de Brackett ( $n = 4$ ), Pfund ( $n = 5$ ), Humphreys ( $n = 6$ ) e outras ( $n > 6$ ).

### 3.2.4 O modelo de Bohr

Um passo importante no desenvolvimento da teoria quântica foi o modelo do átomo do hidrogênio proposto por Niels Bohr em 1913. Para construir o modelo, Bohr adicionou às leis da mecânica clássica os *postulados* a seguir.

## A teoria quântica antiga

---

### Os postulados de Bohr.

1. O elétron no átomo do hidrogênio se move ao longo de uma órbita circular sob a influência da força de Coulomb exercida pelo núcleo do átomo.
2. Não todas as órbitas circulares são possíveis mas somente aquelas nas quais o momento angular  $L$  do átomo é um múltiplo inteiro da constante de Planck  $h$  dividida por  $2\pi$ .
3. Enquanto está se movendo em uma dessas órbitas o elétron não emite e a energia do átomo permanece constante.
4. O átomo emite um fóton quando ocorre uma transição do elétron para uma órbita de energia mais baixa. A energia do fóton emitido é igual a diferença entre a energia do estado do átomo antes da transição e a energia do átomo no estado final.

### A teoria de Bohr

A teoria de Bohr é aplicável a átomos de um único elétron. Um exemplo é o hidrogênio, mas o átomo do hélio ionizado ou o átomo duplamente ionizado do lítio são também átomos de um único elétron. Consideremos um átomo desse tipo no qual a carga do núcleo é igual a  $Ze$ , onde  $e$  é o módulo da carga do elétron e  $Z$  é um inteiro positivo. Sendo a massa do núcleo  $M$  muito maior do que a massa do elétron  $m$ , seria uma aproximação razoável admitir que o núcleo está em repouso num referencial inercial. Segundo o primeiro postulado de Bohr, o elétron está se movendo ao longo de uma órbita circular cujo centro coincide com a posição do núcleo. A força de Coulomb de módulo

$$F = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

onde  $r$  é a distância entre o elétron e o núcleo (o raio da órbita), faz o papel de força centrípeta, logo

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{m_e v^2}{r}; \quad (3.6)$$



Esta equação possui uma família de soluções. Com efeito, para cada valor positivo de  $r$  podemos determinar, usando a eq. (3.6), um valor de  $v$ . Porém, o momento angular  $L$  na teoria de Bohr é *quantizado*: o módulo do momento angular pode ser apenas um múltiplo inteiro de  $h/(2\pi)$ . Para o elétron em movimento circular uniforme,

$$L = m_e v r.$$

Portanto, o segundo postulado de Bohr adiciona a eq. (3.6) uma outra equação,

$$m_e v r = n \hbar, \quad (3.7)$$

onde a constante

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \quad (3.8)$$

também é chamada *constante de Planck* e o número  $n$ , chamado *número quântico*, pode tomar valores inteiros positivos. Para um dado valor de  $n$ , o sistema das equações (3.6), (3.7) possui uma (e somente uma) solução, a saber

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e Z e^2} n^2, \quad v_n = \frac{Z e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \cdot \frac{1}{n} \quad (3.9)$$
$$n = 1, 2, \dots$$

O raio da primeira órbita  $r_1$  para o hidrogênio ( $Z = 1$ ), denotado por  $a_0$ , é chamado *raio de Bohr*

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2}. \quad (3.10)$$

Calculando a energia total do sistema (a soma da energia cinética e da energia potencial), encontramos

$$E_n = -\frac{m_e Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (3.11)$$

A energia do átomo no modelo de Bohr é *quantizada*: a energia pode tomar somente valores pertencentes a um conjunto discreto.

A quantização do momento angular implica na quantização da energia do átomo.

## A teoria quântica antiga

---

**Níveis de energia.** Os valores da energia dos estados do átomo são chamados *níveis de energia* e são frequentemente representados em um diagrama - o diagrama dos níveis de energia. No modelo de Bohr, a cada nível de energia corresponde um estado. O estado com energia mais baixa é chamado *estado fundamental* e todos os outros estados são *estados excitados*.

Podemos nos referir aos estados de duas maneiras diferentes. O estado fundamental ( $n = 1$ ) é chamado também “primeiro estado, o primeiro estado excitado ( $n = 2$ ) é o “segundo estado”, etc.

**Transições.** Um átomo em um estado excitado pode sofrer uma transição para um estado de energia mais baixa. Suponhamos que, inicialmente, o elétron está no nível de energia  $n_i > 1$ . Na teoria de Bohr, a transição é uma mudança brusca do movimento do elétron no átomo. O átomo repentinamente passa para um nível de energia  $n_f < n_i$ , movendo se, após da transição, ao longo de uma órbita de raio  $r_{n_f}$ . Como a energia é conservada, um fóton de energia  $\mathcal{E}$  é emitido, de tal modo que

$$E_{n_f} + \mathcal{E} = E_{n_i}. \quad (3.12)$$

Substituindo as expressões para  $E_{n_i}$  e  $E_{n_f}$  nessa equação e usando a relação  $\mathcal{E} = hc/\lambda$ , obtemos

$$-\frac{m_e Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n_f^2} + \frac{hc}{\lambda} = -\frac{m_e Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n_i^2}. \quad (3.13)$$

Usando essa equação, exprimimos  $1/\lambda$  como

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty Z^2 \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), \quad (3.14)$$

onde

$$R_\infty = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_e e^4}{4\pi\hbar^3 c}. \quad (3.15)$$

Para  $Z = 1$ , esta equação é idêntica a fórmula de Rydberg (3.1) se  $R_\infty$  for igual a  $R_H$ . O cálculo de  $R_\infty$  levou a um valor bem próximo ao valor experimental

de  $R_H$ . O modelo de Bohr oferece uma boa descrição do espectro de emissão do hidrogênio.

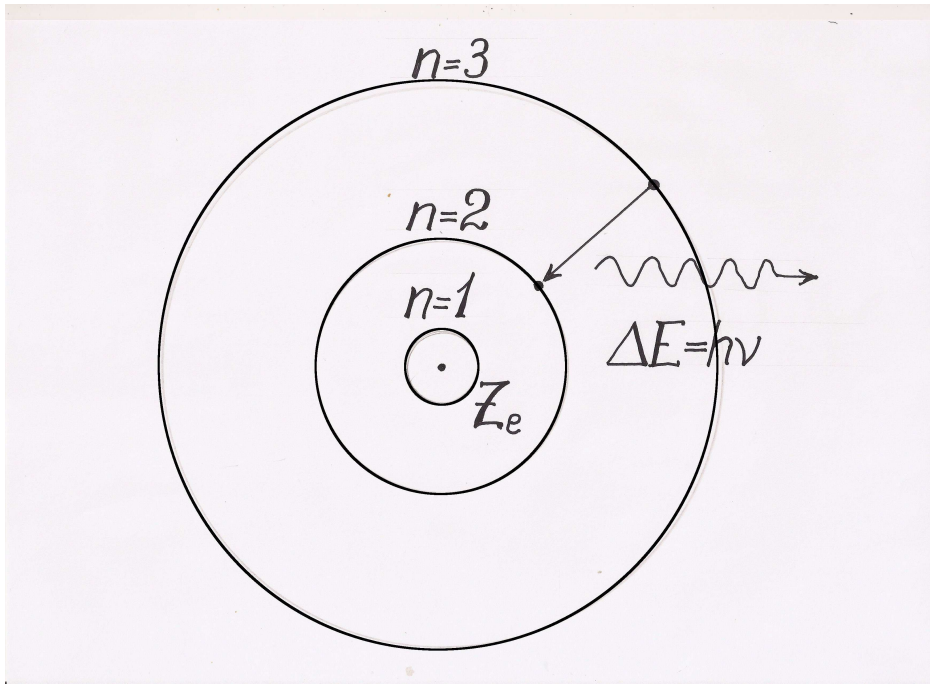


Figura 3.3: Transição do átomo do segundo nível excitado para o primeiro nível excitado.

Se um átomo em nível  $n$  for atingido por um fóton de energia  $\mathcal{E}$  igual a diferença  $E_{n'} - E_n$ , onde  $n'$  é um nível de energia mais alto do que  $n$ , o átomo pode sofrer uma transição para o nível  $n'$ .

Obviamente os comprimentos de onda das linhas no espectro de absorção vão coincidir com os comprimentos de onda das linhas de emissão correspondentes.

### 3.2.5 Correção para a massa nuclear finita.

A massa do núcleo atômico  $M$  é muito maior que a massa do elétron  $m$ , mas não é infinita. O centro de massa do átomo (e não o núcleo!) está em movimento retilíneo uniforme. No referencial de centro de massa, o problema

## A teoria quântica antiga

---

se reduz ao problema de movimento num campo de Coulomb de uma partícula com a *massa reduzida*

$$\mu = \frac{Mm_e}{M + m_e}. \quad (3.16)$$

A correção é simples: é necessário substituir  $m$  por  $\mu$  nas equações. Em particular, a constante  $R_\infty$  é substituída pela *constante de Rydberg para um núcleo de massa  $M$*

$$R_M = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{\mu e^4}{4\pi\hbar^3 c} \quad (3.17)$$

e a equação (3.14) é substituída pela equação

$$\frac{1}{\lambda} = R_M Z^2 \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right). \quad (3.18)$$

Com a correção para a massa nuclear finita melhora a precisão na descrição espectro do hidrogênio no modelo de Bohr<sup>8</sup>.

### 3.3 Regras de quantização

A regra de quantização (3.7) no modelo de Bohr foi generalizada por para sistemas mais gerais em movimento periódico por Wilson e Sommerfeld. Suponhamos que a descrição da posição de um tal sistema é feita através de  $N$  coordenadas  $q_1, q_2, \dots, q_N$  e sejam  $p_1, p_2, \dots, p_N$  os momentos conjugados às coordenadas. As regras de quantização associam a cada par coordenada-momento  $q_i, p_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) uma *condição quântica*

$$\oint p_i dq_i = n_i h, \quad (3.19)$$

onde  $h$  é a constante de Planck,  $n_i$  é um *número quântico* que pode tomar somente valores inteiros e a integral é tomada sobre um período da coordenada  $q_i$ .

O exemplo simples a seguir mostra como as regras de quantização são usadas.

---

<sup>8</sup>EISBERG, R.; RESNICK, R. *Física Quântica: Átomos, moléculas, sólidos, núcleos e partículas*. Rio de Janeiro: Campus, 1979, p. 146

**Exemplo 3.1.** Consideremos um oscilador harmônico com constante  $k$  e massa  $m$ . A solução geral da equação de movimento

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \quad (3.20)$$

é dada por

$$x = A \cos(\omega t + \phi), \quad (3.21)$$

onde  $A$  é a amplitude do movimento,  $\phi$  é a fase inicial e  $\omega = \sqrt{k/m}$  é a frequência angular. Na mecânica clássica são possíveis movimentos em todas as amplitudes. Mostraremos que a condição quântica

$$\oint p dx = nh \quad (3.22)$$

seleciona um conjunto discreto de amplitudes.

Usando o tempo como variável independente, representamos a integral na condição quântica (3.22) por uma integral sobre o intervalo de tempo  $0 \leq t \leq T$ , onde  $T = 2\pi/\omega$  é o período das oscilações:

$$\oint p dx = \int_0^T p \frac{dx}{dt} dt.$$

Usando as equações (3.21) e

$$p = -m\omega A \sin(\omega t + \phi),$$

e avaliando a integral, temos

$$\oint p dx = \frac{1}{2} m\omega A^2.$$

Substituímos a expressão na condição quântica (3.22) e resolvemos a equação para  $A$ . A cada valor inteiro não-negativo do número quântico  $n$  é associado um valor da amplitude,

$$A_n = \sqrt{\frac{2\hbar n}{m\omega}}. \quad (3.23)$$

Sendo a energia do oscilador igual a

$$E = \frac{1}{2} k A^2,$$

## A teoria quântica antiga

---

obtemos para os níveis de energia do oscilador

$$E_n = n\hbar\omega, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.24)$$

Mostraremos mais tarde que a resposta da mecânica quântica para os níveis de energia é diferente. Porém, encontramos na expressão (3.24) uma característica importante dos níveis de energia do oscilador harmônico: eles são *igualmente espaçados*.

### 3.4 Ondas de de Broglie

Na física clássica, a radiação eletromagnética é tratada em termos de ondas. Einstein associou quanta de luz (denominados *fótons* mais tarde) à uma onda eletromagnética. Em vários aspectos, os fótons são parecidos com as partículas da mecânica clássica. O fóton possui energia e momento linear, este último igual a

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (3.25)$$

A radiação eletromagnética é uma onda eletromagnética e, por outro lado, um feixe de fótons. Em 1923, Louis de Broglie propôs associar ondas às partículas de matéria. O comprimento de onda  $\lambda$  e a frequência  $\nu$  da onda associada a uma partícula com momento linear  $p$  e energia  $E$  são dadas pelas *equações de de Broglie*

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad \nu = \frac{E}{h}. \quad (3.26)$$

A hipótese de de Broglie tinha um carácter universal: ondas foram associadas a todos os objetos materiais. Porém, para corpos que não são micropartículas, o comprimento de onda de de Broglie é desprezivelmente pequeno. Isto explica porque não são observadas propriedades ondulatórias no movimento de objetos na vida cotidiana.

**Exemplo 3.2.** Qual o comprimento de onda de de Broglie para um corpo de massa  $m = 1,0$  kg em movimento com velocidade  $v = 1,0$  m/s? Encontramos

um valor desprezivelmente pequeno:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1,0 \text{ kg} \cdot 1,0 \text{ m/s}} = 6,6 \times 10^{-34} \text{ m}.$$

As propriedades ondulatórias dos elétrons foram confirmadas em experiências realizadas por Davisson e Germer em 1927. O espalhamento de elétrons com um determinado valor de energia por um cristal de níquel apresentou um quadro de difração semelhante ao quadro de difração de raios X nas experiências de Bragg. O comprimento de onda de de Broglie para um elétron do feixe nas experiências de Davisson e Germer estava de acordo com a distribuição angular observada dos elétrons espalhados na rede cristalina do níquel.

**Exemplo 3.3.** Antes de serem jogados para a superfície do cristal de níquel, os elétrons nas experiências de Davisson e Germer são acelerados por uma diferença de potencial igual a  $V = 54 \text{ V}$ . Encontraremos o comprimento de onda de de Broglie associada a esses elétrons.

A energia cinética do elétron depois da aceleração é igual a

$$K = eV = 54 \text{ eV} = 8,64 \times 10^{-18} \text{ J}.$$

O momento linear do elétron é igual a

$$p = \sqrt{2mK} = 3,96 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Para o comprimento de onda de de Broglie obtemos

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{3,96 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1,67 \times 10^{-10} \text{ m} = 1,67 \text{ \AA}.$$

O comprimento de onda de de Broglie dos elétrons é da ordem de grandeza da distância entre dois átomos vizinhos no cristal de níquel.

A interpretação dada por de Broglie às ondas de matéria era diferente da interpretação da função de onda na mecânica quântica moderna. Porém, a hipótese de de Broglie contribuiu muito para a descoberta de uma das principais ferramentas da mecânica quântica - a equação de Schrödinger.

### 3.5 A necessidade de uma nova mecânica

A antiga teoria quântica foi bem sucedida. A descrição precisa do espectro do hidrogênio foi apenas um dos resultados importantes dessa teoria. As regras de quantização de Bohr-Wilson-Sommerfeld se mostraram muito eficientes no estudo de átomos de um único elétron. Também é possível tratar, de forma aproximada, átomos de elementos alcalinos, pois estes tem um único elétron na última camada. No entanto, a antiga teoria quântica deixa sem resposta várias perguntas importantes. Em particular, essa teoria

- não pode resolver o problema dos estados de um átomo com dois (ou mais) elétrons;
- não oferece métodos para o cálculo das taxas de transição (números das transições por unidade de tempo em um conjunto de átomos excitados).

Como as virtudes (a simplicidade, entre outras) tanto as limitações da antiga teoria quântica têm a mesma origem: essa teoria adiciona às equações de movimento clássicas (simples e de fácil interpretação) certas regras de quantização. Essa abordagem gera contradições. Com efeito, um dos postulados de Bohr estabelece que o átomo não emite quando o elétron esta em movimento ao longo de uma órbita de Bohr - em contradição com as leis da eletrodinâmica clássica. Uma teoria coerente para o movimento das micropartículas só podia ser baseada em princípios novos.

### 3.6 Conclusões

- O espectros de emissão e de absorção de um gás monoatômico são espectros de linhas.
- As teorias da física clássica não oferecem explicações satisfatórias para a estabilidade dos átomos e, também, para a forma dos espectros atômicos.



- No modelo de átomo de Bohr certos postulados são adicionados às equações clássicas de movimento do elétron no átomo.
- Um dos postulados é a regra de quantização do momento angular.
- O modelo de Bohr explica os espectros de átomos de um elétron.
- Uma generalização da regra de quantização de Bohr é aplicável a sistemas mais gerais em movimento periódico.
- De Broglie associou uma onda a uma partícula de matéria em movimento.
- Experiências confirmaram que o movimento de partículas de matéria possui certos aspectos ondulatórios.

### 3.7 Resumo

Apos uma discussão da forma dos espectros dos átomos e, em particular, dos átomos com um único elétron, são introduzidas os postulados do modelo de Bohr. A quantização da energia no modelo de Bohr em decorrência da quantização do momento angular é obtida. Mostramos que o modelo de Bohr proporciona uma excelente descrição do espectro do hidrogênio. Introduzimos as regras de quantização de Wilson-Sommerfeld como uma generalização da regra de quantização de Bohr. Introduzimos a hipótese de de Broglie.

### 3.8 Glossário

- constante de Rydberg
- espectro de absorção
- espectro de emissão
- espectro de linhas

## A teoria quântica antiga

---

- estado excitado
- estado fundamental
- fórmula de Rydberg
- modelo de Bohr
- ondas de matéria
- níveis de energia
- núcleo do átomo
- quantização da energia
- quantização do momento angular
- raio de Bohr
- série de Balmer
- teoria quântica antiga

### 3.9 Atividades

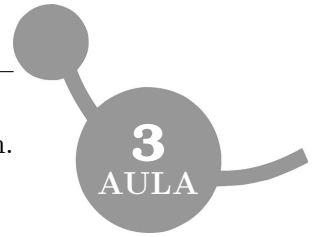
**ATIV. 3.1.** Em 1885, Johann Balmer propôs a seguinte fórmula para os comprimentos de onda das linhas do espectro do hidrogênio na região da luz visível:

$$\lambda = 3646 \frac{n^2}{n^2 - 4}, \quad n = 3, 4, \dots \quad (3.27)$$

Mostre que estes comprimentos de onda são os mesmos obtidos da fórmula de Rydberg para  $m = 2$ , eq. (3.4).

**ATIV. 3.2.** Mostre que os comprimentos de onda das linhas da série de Lyman convergem ao valor dado na eq. (3.3).

**ATIV. 3.3.** Ache a linha espectral de maior comprimento na série de Balmer.



Resposta: 656 nm.

**ATIV. 3.4.** Resolva o sistema de equações (3.6) e (3.7).

**ATIV. 3.5.** Calcule a energia cinética do átomo do hidrogênio no  $n$ -ésimo estado do modelo de Bohr.

$$\text{Resposta: } \frac{mZ^2e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}.$$

**ATIV. 3.6.** Ache a energia potencial do átomo do hidrogênio no  $n$ -ésimo estado do modelo de Bohr.

$$\text{Resposta: } -\frac{mZ^2e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}.$$

### 3.10 Referências

1. EISBERG, R.; RESNICK, R. *Física Quântica: Átomos, moléculas, sólidos, núcleos e partículas*. Rio de Janeiro: Campus, 1979.
2. GASIOROWICZ, S. *Quantum physics*. Third edition. New York: Wiley, 2003.
3. GREINER, W. *Quantum Mechanics: An Introduction*. Berlin: Springer-Verlag, 2000.