

Fundamentos de Matemática

José Carlos Leite dos Santos



**São Cristóvão/SE
2007**

Fundamentos de Matemática

Elaboração de Conteúdo
José Carlos Leite dos Santos

Capa
Hermeson Alves de Menezes

Revisão
Fabíola Oliveira Criscuolo Melo

Reimpressão

Copyright © 2007, Universidade Federal de Sergipe / CESAD.
Nenhuma parte deste material poderá ser reproduzida, transmitida e gravada por qualquer meio eletrônico, mecânico, por fotocópia e outros, sem a prévia autorização por escrito da UFS.

**FICHA CATALOGRÁFICA PRODUZIDA PELA BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**

M528f	Santos, José Carlos Leite dos. Fundamentos de Matemática / José Carlos Leite dos Santos - - São Cristóvão : Universidade Federal de Sergipe, CESAD, 2007. 1. Matemática. 2. Fundamentos. 3. Lógica matemática. 4. Teoria dos conjuntos. I. Título. CDU 510.2
-------	---

Presidente da República

Luiz Inácio Lula da Silva

Chefe de Gabinete

Ednalva Freire Caetano

Ministro da Educação

Fernando Haddad

Coordenador Geral da UAB/UFS**Diretor do CESAD**

Antônio Ponciano Bezerra

Secretário de Educação a Distância

Carlos Eduardo Bielschowsky

Vice-coordenador da UAB/UFS**Vice-diretor do CESAD**

Fábio Alves dos Santos

Reitor

Josué Modesto dos Passos Subrinho

Vice-Reitor

Angelo Roberto Antonioli

Diretoria Pedagógica

Clotildes Farias (Diretora)

Hérica dos Santos Mota

Iara Macedo Reis

Daniela Souza Santos

Janaina de Oliveira Freitas

Núcleo de Avaliação

Guilhermina Ramos (Coordenadora)

Carlos Alberto Vasconcelos

Elizabete Santos

Marialves Silva de Souza

Diretoria Administrativa e Financeira

Edélzio Alves Costa Júnior (Diretor)

Sylvia Helena de Almeida Soares

Valter Siqueira Alves

Núcleo de Serviços Gráficos e Audiovisuais

Giselda Barros

Núcleo de Tecnologia da Informação

João Eduardo Batista de Deus Anselmo

Marcel da Conceição Souza

Coordenação de Cursos

Djalma Andrade (Coordenadora)

Assessoria de Comunicação

Guilherme Borba Gouy

Núcleo de Formação Continuada

Rosemeire Marcedo Costa (Coordenadora)

Coordenadores de Curso

Denis Menezes (Letras Portugues)

Eduardo Farias (Administração)

Haroldo Dorea (Química)

Hassan Sherafat (Matemática)

Hélio Mario Araújo (Geografia)

Lourival Santana (História)

Marcelo Macedo (Física)

Silmara Pantaleão (Ciências Biológicas)

Coordenadores de Tutoria

Edvan dos Santos Sousa (Física)

Geraldo Ferreira Souza Júnior (Matemática)

Janaina Couvo T. M. de Aguiar (Administração)

Priscilla da Silva Góes (História)

Rafael de Jesus Santana (Química)

Ronilse Pereira de Aquino Torres (Geografia)

Trícia C. P. de Sant'ana (Ciências Biológicas)

Vanessa Santos Góes (Letras Portugues)

NÚCLEO DE MATERIAL DIDÁTICO

Hermeson Menezes (Coordenador)

Edvar Freire Caetano

Isabela Pinheiro Ewerton

Lucas Barros Oliveira

Neverton Correia da Silva

Nycolas Menezes Melo

Tadeu Santana Tartum

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

Cidade Universitária Prof. "José Aloísio de Campos"

Av. Marechal Rondon, s/n - Jardim Rosa Elze

CEP 49100-000 - São Cristóvão - SE

Fone(79) 2105 - 6600 - Fax(79) 2105- 6474

Sumário

Aula 1: Linguagem da Lógica de Predicados	11
1.1 Introdução	12
1.2 Linguagens	12
1.3 Aspectos das Linguagens	12
1.4 Linguagem da Lógica de Predicados	14
1.4.1 Sintaxe da Linguagem da Lógica de Predicados	15
1.5 Conclusão	20
1.6 Resumo	20
1.7 Atividades	21
1.8 Referências Bibliográficas	21
Aula 2: Conectivos e Quantificadores Lógicos	23
2.1 Introdução	24
2.2 Semântica da Linguagem da Lógica de Predicados .	24
2.3 Quantificadores	30
2.4 Conclusão	31
2.5 Resumo	32
2.6 Atividades	32
2.7 Referências Bibliográficas	32

Aula 3: Valorações e Tabelas de Verdade	35
3.1 Introdução	36
3.2 Valorações	36
3.3 Álgebra de Boole	37
3.4 Tabela de Verdade	38
3.4.1 Uso de Parêntese e Prioridade dos Conectivos Lógicos	40
3.5 Tautologia, Contradição e Contingência	42
3.6 Conclusão	44
3.7 Resumo	44
3.8 Atividades	46
3.9 Referências Bibliográficas	47
Aula 4: Regras de Inferência e Regras de Equivalência	49
4.1 Introdução	50
4.2 Regras de Equivalência	50
4.3 Subconjuntos Completos de Conectivos	54
4.4 Conclusão	57
4.5 Resumo	57
4.6 Atividades	59
4.7 Referências Bibliográficas	59
Aula 5: Teorias Axiomáticas	61
5.1 Introdução	62
5.2 Sistemas Axiomáticos	62
5.2.1 Exemplos de Alguns Sistemas Axiomáticos	64
5.3 Conclusão	68
5.4 Resumo	68
5.5 Atividades	69

5.6	Referências Bibliográficas	70
Aula 6: Teoria da Demonstração		71
6.1	Introdução	72
6.2	Teoria da Demonstração	72
6.3	Tipos de Demonstração	74
6.3.1	Demonstração Direta	74
6.3.2	Demonstração Indireta Contrapositiva . . .	75
6.3.3	Demonstração Indireta por Redução ao Ab- surdo	75
6.4	Conclusão	77
6.5	Resumo	78
6.6	Atividades	79
6.7	Referências Bibliográficas	80
Aula 7: Teoria de Cantor e Teoria de Zermelo-Fraenkel		81
7.1	Introdução	82
7.2	Teoria dos Conjuntos de Georg Cantor	82
7.2.1	Conceito de Conjunto	83
7.2.2	Linguagem da Teoria dos Conjuntos	83
7.2.3	Axiomas da Teoria dos Conjuntos	85
7.2.4	Alguns Tipos de Conjuntos	86
7.3	Paradoxo de Russel	86
7.4	Teoria dos Conjuntos de Zermelo-Fraenkel	88
7.5	Conclusão	93
7.6	Resumo	94
7.7	Atividades	95
7.8	Referências Bibliográficas	95

Aula 8: Operações com Conjuntos: União e Interseção 97

8.1	Introdução	98
8.2	União de Conjuntos	98
8.2.1	Propriedades da União de Conjuntos	99
8.3	Interseção de Conjuntos	99
8.3.1	Propriedades da Interseção de Conjuntos	100
8.3.2	Propriedades da União e Interseção de Conjuntos	100
8.3.3	Propriedades da Relação de Contido	101
8.4	Algumas Demonstrações	101
8.5	Conclusão	104
8.6	Resumo	104
8.7	Atividades	105
8.8	Referências Bibliográficas	106

Aula 9: Operações com Conjuntos: Diferença e Complementar 107

9.1	Introdução	108
9.2	Diferença de Conjuntos	108
9.2.1	Propriedades da Diferença de Conjuntos	108
9.3	Diferença Simétrica de Conjuntos	109
9.3.1	Propriedades da Diferença Simétrica de Conjuntos	109
9.4	Complementar de Conjuntos	110
9.4.1	Propriedades do Complementar de Conjuntos	110
9.5	Algumas Demonstrações	111
9.6	Conclusão	115
9.7	Resumo	115
9.8	Atividades	117

9.9	Referências Bibliográficas	117
-----	--------------------------------------	-----

Aula 10: Operações com Conjuntos: Produto Cartesiano119

10.1	Introdução	120
10.2	Par Ordenado	120
10.3	Produto Cartesiano de Conjuntos	124
10.3.1	Propriedades do Produto Cartesiano	125
10.4	Algumas Demonstrações	126
10.5	Conclusão	129
10.6	Resumo	129
10.7	Atividades	130
10.8	Referências Bibliográficas	131

1
LIVRO

1
AULA

Linguagem da Lógica de Predicados

META:

Introduzir o conceito de Linguagem
da Lógica de Predicados

OBJETIVOS:

Ao fim da aula os alunos deverão
ser capazes de:

Distinguir entre linguagem natural
e linguagem artificial;

Compreender e utilizar a sintaxe da
linguagem da lógica de predicados.

Linguagem da Lógica de Predicados

1.1 Introdução

Caro aluno, seja bem-vindo a nossa primeira aula de Fundamentos de Matemática! Nela conheceremos o conceito de linguagem, como ela está estruturada, as diferenças entre linguagens naturais e linguagens artificiais e, por fim, nosso real objetivo, estudar quais elementos que a compõe e como é estruturada a Linguagem da Lógica de Predicados.

Linguagem “S. f. O uso da palavra articulada ou escrita como meio de expressão e comunicação entre pessoas” (Dicionário Aurélio). Pode ser definida também como “conjunto de sentenças, cada uma de comprimento finito e formadas a partir de um conjunto finito de símbolos”. A primeira definição serve para descrever as linguagens naturais (Português, Inglês, e.t.c.) a segunda para descrever as linguagens formais (Linguagens de Programação, Teoria dos Conjuntos e.t.c.)

1.2 Linguagens

Vocês já se perguntaram o que é uma linguagem? Nos dicionários podemos obter algo do tipo: *linguagem é um sistema de símbolos que serve como meio de comunicação*. Notem que o vocábulo *comunicação* não se restringe à comunicação humano-humano. A linguagem serve também para comunicação humano-máquina e máquina-máquina.

As definições de linguagem podem parecer um pouco vagas e não expressar a verdadeira dimensão e alcance do objeto linguagem. Não é pretensão definir corretamente linguagem, mas tão somente deixar como tema de reflexão. O interesse é tão somente estabelecer a linguagem da lógica de predicados, nosso maior objetivo.

1.3 Aspectos das Linguagens

As linguagens naturais apresentam três aspectos. A saber: **Morfológico** diz respeito às regras de formação das palavras. O Português, por exemplo, tem palavras baseadas em morfemas que

por sua vez são representados por cadeias de letras de um conjunto de símbolos (alfabeto). Assim, as cadeias de letras “xzzcdzxx” e “aeeeeexxaeeee” não representam palavras morfológicamente válidas na língua portuguesa, enquanto que as palavras “gato”, “jardim”, “morro” e “subir” atendem a este requisito.

Semântico: diz respeito ao significado das palavras. No caso do conjunto de palavras morfológicamente válidas “xakação”, “xiteições”, “gato”, “jardim”, “morro” e “subir” apenas “gato”, “jardim”, “morro” e “subir”, são semanticamente válidas, isto é tem significado a elas associado.

Pragmático diz respeito ao uso das construções lingüísticas pelos usuários de uma linguagem. Em outras palavras, diz respeito ao significado subentendido de uma sentença. Vamos exemplificar com uma piada. Joaquim viaja para o Brasil e deixa seu gato de estimação aos cuidados de seu amigo Manuel. Dois meses depois, recebe uma carta do amigo: “Joaquim, seu gato morreu”. Joaquim quase morreu de susto e tristeza. De volta a Portugal, procura o amigo e pergunta como o gato morreu. Ô Quim, seu gato subiu no telhado. No telhado encontrou outro gato. Começou a brigar. Seu gato caiu do telhado. Eu o levei ao veterinário. Convalesceu alguns dias. E morreu. Pois é, diz Joaquim, você podia ter me preparado primeiro para a notícia. Escreveria várias cartas. Na primeira me dizia “Joaquim, seu gato subiu no telhado”. Na segunda “Joaquim, seu gato encontrou outro gato no telhado”. Até me contar que ele morreu e eu estaria preparado para a notícia. De volta ao Brasil, dois meses depois Joaquim recebe mais uma carta de Manuel. “Joaquim, sua mãe subiu no telhado”. Piada à parte, a frase “Joaquim sua mãe subiu no telhado”, não quer informar a Joaquim que sua

Linguagem da Lógica de Predicados

genitora escalou a cobertura da casa e sim (significado pragmático) que sua mãe faleceu. Significados pragmáticos são encontrados em maior profusão na linguagem informal, sobretudo nas gírias em que o significado normal das palavras e sentenças é subvertido.

Aristóteles 384-322 a.C
Filósofo grego nascido na cidade de Estagira, um dos maiores pensadores de todos os tempos. Prestou inigualáveis contribuições para o pensamento humano, destacando-se: ética, política, física, metafísica, lógica, psicologia, poesia, retórica, zoologia, biologia, história natural e outras áreas de conhecimento. É considerado, por muitos, o Pai da Lógica.

As linguagens artificiais, por outro lado, têm apenas os aspectos sintáticos e semânticos e são, convenientemente, destituídas de significado pragmático. Afinal, não é desejável em um programa de computador significados pessoais e subtendidos dos programadores. Isto daria um nó no interpretador da máquina.

1.4 Linguagem da Lógica de Predicados

Agora que você já conheceu um pouco sobre as linguagens natural e artificial, passaremos ao estudo da Lógica de Predicados. Ela é a primeira e talvez a mais importante parte da Lógica, pois além de ser a mais antiga (desenvolvida inicialmente por Aristóteles) serve de base para as demais Lógicas. Em um curso inicial como o nosso é justo, portanto, começarmos pela definição:

Definição 1.1. Uma proposição é uma sentença a que podemos associar um de dois valores de verdade: falso 0 ou verdadeiro 1.

Exemplo 1.1. Os seguintes exemplos são proposições:

- “O gato é um mamífero”. Valor de verdade associado: verdadeiro.
- “Pedro Álvares Cabral descobriu a Nova Zelândia”. Valor de verdade associado: falso.

- “O hidrogênio é o primeiro elemento da tabela periódica”.
Valor de verdade associado: verdadeiro.

Exemplo 1.2. Os seguintes exemplos não são proposições:

- “Flamengo é o melhor time do mundo”. Exprime uma opinião pessoal. Verdade apenas para os torcedores do Flamengo.
- “Um sonho azul da cor do mar”. Uma sentença poética.
- “Por favor, não grite!”. Uma sentença exclamativa.

1.4.1 Sintaxe da Linguagem da Lógica de Predicados

Definição 1.2. A linguagem da Lógica de Predicados em seu aspecto sintático é definida por:

- um conjunto enumerável de constantes individuais $a, b, \dots, t, a_1, a_2, \dots$ (letras latinas minúsculas até o t)
- um conjunto enumerável de variáveis $u, v, x, y, w, z, u_1, u_1, \dots$ (letras latinas minúsculas a partir de u)
- para cada número n natural um conjunto enumerável de predicados enários A, B, \dots, a_1, \dots (letras latinas maiúsculas)
- os conectivos negação (\neg), conjunção (\wedge), disjunção (\vee), implicação (\rightarrow), dupla implicação (\leftrightarrow).
- os quantificadores universal (\forall) e existencial (\exists)
- símbolos de pontuação parênteses ($()$) para indicar a ordem de aplicação dos operadores.

A lógica de predicados é a base para o desenvolvimento de inúmeras outras lógicas como as alética, deôntica, epistemológica, paraconsistente, para-completa, fuzzy etc. Você pode fazer uma busca, por informações, na INTERNET sobre estes tipos de lógicas.

Linguagem da Lógica de Predicados

OBS 1.1. Constantes individuais são como nomes, identificam um indivíduo ou um objeto. Neste sentido '*a*' pode representar '*Gato*' e '*b*' pode representar '*Pedro Álvares Cabral*' e as proposições "*Gato é um mamífero*" e "*Pedro Álvarez Cabral descobriu a Nova Zelândia*" podem ser escritas respectivamente "*a é um mamífero*" e "*b descobriu a Nova Zelândia*".

OBS 1.2. Algumas vezes podemos e devemos substituir uma constante individual por uma variável. Então, se a proposição "*x é um homem*" e tomarmos para variável '*x*' o valor '*Gato*' ela será obviamente FALSA, enquanto que se a variável '*x*' tomar o valor '*Pedro Álvares Cabral*' a proposição será obviamente VERDADEIRA. De modo geral, uma variável tem seus valores tomados sobre um conjunto denominado **Conjunto Universo** para a citada variável.

OBS 1.3. Um predicado representa propriedades de um indivíduo ou grupo de indivíduos ou relações entre indivíduos. Na sentença "*x é um poeta*," **é um poeta** indica, quando substituída a variável *x*, que o indivíduo desta substituição tem a propriedade de ser um poeta. A sentença "*Mara senta entre Fernanda e Lígia*" representa uma relação ternária entre três indivíduos e pode ser reescrita como "*a senta entre b e c*" se associarmos '*a*' à '*Mara*', '*b*' à '*Fernanda*' e '*c*' à '*Lígia*'. Simbolizando a relação "*x senta entre y e z*" por $P(x, y, z)$, podemos reescrever a proposição como $P(a, b, c)$. Nem todo predicado tem necessariamente uma ou mais variáveis em seu escopo. A sentença "*choveu ontem*" pode ser FALSA ou VERDADEIRA e não faz referência a nenhum indivíduo ou entidade, sendo classificada como predicado zerário.

OBS 1.4. Os conectivos servem para modificar ou criar novas proposições a partir de outras proposições. Excetuando-se o conectivo

de negação que é unário, os demais conectivos são binários, isto é, conectam duas proposições para construir uma nova proposição. Assim, a proposição “*João é poeta e Fernando é jogador de futebol*” pode ser representada, fazendo-se as associações ‘*a*’ ‘*João*’, ‘*b*’ ‘*Fernando*’ e os predicados $P(x)$ para “*x é poeta*” e $Q(x)$ para “*x é jogador de futebol*” podemos representar a proposição usando o conectivo de conjunção por: $P(a) \wedge Q(b)$.

OBS 1.5. O quantificador existencial diz respeito a proposições do tipo “*Alguem é poeta*”. Nesta sentença estamos afirmando que existe um indivíduo que tem a propriedade de ser poeta, sem, no entanto especificar quem é este indivíduo. Já o quantificador universal diz respeito a proposições do tipo “*Todo homem é mortal*”. Nesta sentença estamos afirmando que a totalidade dos homens tem a propriedade de ser mortal.

Definição 1.3. Dado um predicado enário $P(x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)$. Dizemos que a variável x_k é uma variável livre se, somente se x_k não está no escopo de nenhum quantificador.

Exemplo 1.3. Alguns exemplos:

- $\forall x(x < 2)$. Nenhuma variável livre. A variável x está no escopo de um \forall quantificador universal.
- $x < y^2$. x e y são variáveis livres. Pois, tanto x quanto y não estão no escopo de nenhum quantificador.
- $\exists x(x < y)$. Apenas y é variável livre. Pois a variável x está no escopo do \exists quantificador existencial.

Definição 1.4. Uma sentença em que aparecem uma ou mais variáveis livres é denominada **Sentença Livre** ou **Proposição Livre**.

Linguagem da Lógica de Predicados

Definição 1.5. Seja $P(x_1, \dots, x_n)$ um predicado enário. Definimos como **Átomos** as proposição da forma $P(a_1, \dots, a_n)$ ou $P(x_1, \dots, x_n)$.

OBS 1.6. Em uma proposição atômica não podem aparecer conectivos. Uma proposição em que aparecem um ou mais conectivos são chamadas **Proposições Moleculares**.

Exemplo 1.4. As seguintes proposições são átomos:

- A em que A é um predicado zerário.
- $P(x)$ ou $P(a)$ onde P é um predicado unário.
- $P(x, y, z)$ ou $P(a, b, c)$ onde P é um predicado terciário.

Exemplo 1.5. As seguintes proposições são proposições moleculares:

- $\neg A$ onde A é um predicado zerário. O conectivo de negação \neg está modificando A .
- $P(x) \wedge P(y)$ ou $\neg P(a) \vee A$ onde A e P são predicados zerário e unário respectivamente. Na primeira proposição o conectivo de conjunção \wedge liga dois átomos $P(x)$ e $P(y)$. Na segunda, o conectivo de disjunção \vee liga um átomo A à proposição molecular $\neg P(a)$.
- $\forall x \exists y P(x, y, z)$ ou $\exists z P(a, b, z)$ onde P é um predicado terciário. A proposição atômica $P(x, y, z)$ é modificada pelos quantificadores universal \forall e existencial \exists . E a proposição atômica $P(a, b, x)$ é modificada pelo quantificador \exists existencial.

Definição 1.6. As palavras (fórmulas) da linguagem do cálculo de predicados são definidas por:

- um átomo é uma fórmula.
- se α e β são fórmulas então $\neg\alpha$, $\alpha \wedge \beta$, $\alpha \vee \beta$, $\alpha \rightarrow \beta$ e $\alpha \leftrightarrow \beta$ são fórmulas.
- Se P é um predicado enário e x_1, \dots, x_n n variáveis. então $\forall x_1, \dots, x_n P(x_1, \dots, x_n)$ e $\exists x_1, \dots, x_n P(x_1, \dots, x_n)$ são fórmulas.
- nada mais é fórmula.

Exemplo 1.6. Os seguintes exemplos são fórmulas válidas na linguagem do cálculo de predicados:

- α
- $\alpha \wedge (\beta \rightarrow \gamma)$
- $(\alpha \rightarrow (\beta \wedge \neg\beta)) \rightarrow \neg\alpha$
- $\forall x(\exists y(x < y))$

Exemplo 1.7. Os seguintes exemplos são fórmulas não válidas na linguagem do cálculo de predicados:

- $\alpha\beta$ dois átomos que não estão ligados por nenhum conectivo binário.
- $\alpha \wedge (\beta \wedge \rightarrow \gamma) \vee \alpha$ os conectivos \wedge e \rightarrow juntos.
- $(\alpha \rightarrow (\beta \neg \wedge \neg \beta)) \neg \rightarrow \neg\alpha$ o conectivo \neg aplicado ao conectivo \rightarrow .
- $\forall \exists x(\exists \forall y(x < y))$ os quantificadores \forall e \exists juntos.

Linguagem da Lógica de Predicados

1.5 Conclusão

A linguagem é a ferramenta essencial para a comunicação. É através dela que podemos descrever os mecanismos de raciocínio lógico, na qual utilizamos uma linguagem denominada de Linguagem da Lógica de Predicados. Com regras simples, mas universais, possibilita que, tanto um Matemático chinês quanto um Matemático brasileiro possam, sem problemas, ler e compreender um texto baseado em Lógica de Predicados.

1.6 Resumo

Vimos que as linguagens naturais apresentam três aspectos: o sintático, o semântico e o pragmático; enquanto que as linguagens artificiais apresentam apenas dois o sintático e o semântico. O morfológico diz respeito as regras de construção de palavras e de frases. O semântico diz respeito ao significado das palavras e das frases. O pragmático diz respeito aos possíveis significados subentendido das frases. A Linguagem da Lógica de Predicados trabalha com proposições que são frases para as quais podemos associar um valor verdadeiro ou falso. Vimos também, que a sintaxe da linguagem da lógica de predicados consiste de constantes individuais, variáveis, predicados enários, dos conectivos negação \neg (unário), conjunção \wedge , disjunção \vee , implicação \rightarrow e dupla implicação \leftrightarrow (binários) e dos quantificadores existencial \exists e universal \forall . Que uma variável é dita livre se não está no escopo de nenhum quantificador. Que um átomo é um predicado zeroário ou um predicado enário determinado em um conjunto de n constantes individuais e/ou variáveis. Que as fórmulas (palavras) da lógica de predicados são definidas por:

- átomos são fórmulas
- se α e β são fórmulas, $\neg\alpha$, $\alpha \wedge \beta$, $\alpha \vee \beta$, $\alpha \rightarrow \beta$ e $\alpha \leftrightarrow \beta$ são fórmulas.
- se P é um predicado enário e x_1, \dots, x_n n variáveis. então $\forall x_1, \dots, x_n P(x_1, \dots, x_n)$ e $\exists x_1, \dots, x_n P(x_1, \dots, x_n)$ são fórmulas.
- nada mais é fórmula.

1.7 Atividades

ATIV. 1.1. Escreva cinco exemplos de sentenças em seja seja possível encontrar aspectos pragmáticos da linguagem.

Comentário: Volte ao texto e reveja o que é significado pragmático.

ATIV. 1.2. Elabore a sintaxe de uma linguagem artificial com apenas dois símbolos iniciais A e B .

Comentário: Observe a sintaxe da linguagem da lógica de predicados.

1.8 Referências Bibliográficas

MORTARI, Cezar Augusto. Introdução à Lógica. Editora UNESP. São Paulo. 2001.

GASPAR, Marisa. Introdução à Lógica Matemática. Disponível em: <http://mjpgaspar.sites.uol.com.br/logica/logica>. Acessado em

Linguagem da Lógica de Predicados

13/01/2007

ABAR, Celina, Noções de Lógica Matemática. Disponível em:

<http://www.pucsp.br/~logica/>. Acessado em 13/01/2007