

# **Fundamentos de Matemática**

**José Carlos Leite dos Santos**



**São Cristóvão/SE  
2007**

# Fundamentos de Matemática

**Elaboração de Conteúdo**  
José Carlos Leite dos Santos

---

**Capa**  
Hermeson Alves de Menezes

**Revisão**  
Fabíola Oliveira Criscuolo Melo

Reimpressão

---

Copyright © 2007, Universidade Federal de Sergipe / CESAD.  
Nenhuma parte deste material poderá ser reproduzida, transmitida e gravada por qualquer meio eletrônico, mecânico, por fotocópia e outros, sem a prévia autorização por escrito da UFS.

**FICHA CATALOGRÁFICA PRODUZIDA PELA BIBLIOTECA CENTRAL  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**

M528f	Santos, José Carlos Leite dos. Fundamentos de Matemática / José Carlos Leite dos Santos - - São Cristóvão : Universidade Federal de Sergipe, CESAD, 2007.  1. Matemática. 2. Fundamentos. 3. Lógica matemática. 4. Teoria dos conjuntos. I. Título.  CDU 510.2
-------	---

**Presidente da República**

Luiz Inácio Lula da Silva

**Chefe de Gabinete**

Ednalva Freire Caetano

**Ministro da Educação**

Fernando Haddad

**Coordenador Geral da UAB/UFS****Diretor do CESAD**

Antônio Ponciano Bezerra

**Secretário de Educação a Distância**

Carlos Eduardo Bielschowsky

**Vice-coordenador da UAB/UFS****Vice-diretor do CESAD**

Fábio Alves dos Santos

**Reitor**

Josué Modesto dos Passos Subrinho

**Vice-Reitor**

Angelo Roberto Antonioli

---

**Diretoria Pedagógica**

Clotildes Farias (Diretora)

Hérica dos Santos Mota

Iara Macedo Reis

Daniela Souza Santos

Janaina de Oliveira Freitas

**Núcleo de Avaliação**

Guilhermina Ramos (Coordenadora)

Carlos Alberto Vasconcelos

Elizabete Santos

Marialves Silva de Souza

**Diretoria Administrativa e Financeira**

Edélzio Alves Costa Júnior (Diretor)

Sylvia Helena de Almeida Soares

Valter Siqueira Alves

**Núcleo de Serviços Gráficos e Audiovisuais**

Giselda Barros

**Núcleo de Tecnologia da Informação**

João Eduardo Batista de Deus Anselmo

Marcel da Conceição Souza

**Coordenação de Cursos**

Djalma Andrade (Coordenadora)

**Assessoria de Comunicação**

Guilherme Borba Gouy

**Núcleo de Formação Continuada**

Rosemeire Marcedo Costa (Coordenadora)

---

**Coordenadores de Curso**

Denis Menezes (Letras Portugues)

Eduardo Farias (Administração)

Haroldo Dorea (Química)

Hassan Sherafat (Matemática)

Hélio Mario Araújo (Geografia)

Lourival Santana (História)

Marcelo Macedo (Física)

Silmara Pantaleão (Ciências Biológicas)

**Coordenadores de Tutoria**

Edvan dos Santos Sousa (Física)

Geraldo Ferreira Souza Júnior (Matemática)

Janaina Couvo T. M. de Aguiar (Administração)

Priscilla da Silva Góes (História)

Rafael de Jesus Santana (Química)

Ronilse Pereira de Aquino Torres (Geografia)

Trícia C. P. de Sant'ana (Ciências Biológicas)

Vanessa Santos Góes (Letras Portugues)

---

**NÚCLEO DE MATERIAL DIDÁTICO**

Hermeson Menezes (Coordenador)

Edvar Freire Caetano

Isabela Pinheiro Ewerton

Lucas Barros Oliveira

Neverton Correia da Silva

Nycolas Menezes Melo

Tadeu Santana Tartum

---

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**

Cidade Universitária Prof. "José Aloísio de Campos"

Av. Marechal Rondon, s/n - Jardim Rosa Elze

CEP 49100-000 - São Cristóvão - SE

Fone(79) 2105 - 6600 - Fax(79) 2105- 6474



# Sumário

<b>Aula 1: Linguagem da Lógica de Predicados</b>	<b>11</b>
1.1 Introdução . . . . .	12
1.2 Linguagens . . . . .	12
1.3 Aspectos das Linguagens . . . . .	12
1.4 Linguagem da Lógica de Predicados . . . . .	14
1.4.1 Sintaxe da Linguagem da Lógica de Predicados	15
1.5 Conclusão . . . . .	20
1.6 Resumo . . . . .	20
1.7 Atividades . . . . .	21
1.8 Referências Bibliográficas . . . . .	21
<b>Aula 2: Conectivos e Quantificadores Lógicos</b>	<b>23</b>
2.1 Introdução . . . . .	24
2.2 Semântica da Linguagem da Lógica de Predicados .	24
2.3 Quantificadores . . . . .	30
2.4 Conclusão . . . . .	31
2.5 Resumo . . . . .	32
2.6 Atividades . . . . .	32
2.7 Referências Bibliográficas . . . . .	32

<b>Aula 3: Valorações e Tabelas de Verdade</b>	<b>35</b>
3.1 Introdução . . . . .	36
3.2 Valorações . . . . .	36
3.3 Álgebra de Boole . . . . .	37
3.4 Tabela de Verdade . . . . .	38
3.4.1 Uso de Parêntese e Prioridade dos Conectivos Lógicos . . . . .	40
3.5 Tautologia, Contradição e Contingência . . . . .	42
3.6 Conclusão . . . . .	44
3.7 Resumo . . . . .	44
3.8 Atividades . . . . .	46
3.9 Referências Bibliográficas . . . . .	47
<b>Aula 4: Regras de Inferência e Regras de Equivalência</b>	<b>49</b>
4.1 Introdução . . . . .	50
4.2 Regras de Equivalência . . . . .	50
4.3 Subconjuntos Completos de Conectivos . . . . .	54
4.4 Conclusão . . . . .	57
4.5 Resumo . . . . .	57
4.6 Atividades . . . . .	59
4.7 Referências Bibliográficas . . . . .	59
<b>Aula 5: Teorias Axiomáticas</b>	<b>61</b>
5.1 Introdução . . . . .	62
5.2 Sistemas Axiomáticos . . . . .	62
5.2.1 Exemplos de Alguns Sistemas Axiomáticos . . . . .	64
5.3 Conclusão . . . . .	68
5.4 Resumo . . . . .	68
5.5 Atividades . . . . .	69

5.6	Referências Bibliográficas . . . . .	70
<b>Aula 6: Teoria da Demonstração</b>		<b>71</b>
6.1	Introdução . . . . .	72
6.2	Teoria da Demonstração . . . . .	72
6.3	Tipos de Demonstração . . . . .	74
6.3.1	Demonstração Direta . . . . .	74
6.3.2	Demonstração Indireta Contrapositiva . . .	75
6.3.3	Demonstração Indireta por Redução ao Ab- surdo . . . . .	75
6.4	Conclusão . . . . .	77
6.5	Resumo . . . . .	78
6.6	Atividades . . . . .	79
6.7	Referências Bibliográficas . . . . .	80
<b>Aula 7: Teoria de Cantor e Teoria de Zermelo-Fraenkel</b>		<b>81</b>
7.1	Introdução . . . . .	82
7.2	Teoria dos Conjuntos de Georg Cantor . . . . .	82
7.2.1	Conceito de Conjunto . . . . .	83
7.2.2	Linguagem da Teoria dos Conjuntos . . . . .	83
7.2.3	Axiomas da Teoria dos Conjuntos . . . . .	85
7.2.4	Alguns Tipos de Conjuntos . . . . .	86
7.3	Paradoxo de Russel . . . . .	86
7.4	Teoria dos Conjuntos de Zermelo-Fraenkel . . . . .	88
7.5	Conclusão . . . . .	93
7.6	Resumo . . . . .	94
7.7	Atividades . . . . .	95
7.8	Referências Bibliográficas . . . . .	95

## **Aula 8: Operações com Conjuntos: União e Interseção 97**

8.1	Introdução . . . . .	98
8.2	União de Conjuntos . . . . .	98
8.2.1	Propriedades da União de Conjuntos . . . . .	99
8.3	Interseção de Conjuntos . . . . .	99
8.3.1	Propriedades da Interseção de Conjuntos . . . . .	100
8.3.2	Propriedades da União e Interseção de Conjuntos . . . . .	100
8.3.3	Propriedades da Relação de Contido . . . . .	101
8.4	Algumas Demonstrações . . . . .	101
8.5	Conclusão . . . . .	104
8.6	Resumo . . . . .	104
8.7	Atividades . . . . .	105
8.8	Referências Bibliográficas . . . . .	106

## **Aula 9: Operações com Conjuntos: Diferença e Complementar 107**

9.1	Introdução . . . . .	108
9.2	Diferença de Conjuntos . . . . .	108
9.2.1	Propriedades da Diferença de Conjuntos . . . . .	108
9.3	Diferença Simétrica de Conjuntos . . . . .	109
9.3.1	Propriedades da Diferença Simétrica de Conjuntos . . . . .	109
9.4	Complementar de Conjuntos . . . . .	110
9.4.1	Propriedades do Complementar de Conjuntos . . . . .	110
9.5	Algumas Demonstrações . . . . .	111
9.6	Conclusão . . . . .	115
9.7	Resumo . . . . .	115
9.8	Atividades . . . . .	117



9.9	Referências Bibliográficas . . . . .	117
-----	--------------------------------------	-----

**Aula 10: Operações com Conjuntos: Produto Cartesiano**119

10.1	Introdução . . . . .	120
10.2	Par Ordenado . . . . .	120
10.3	Produto Cartesiano de Conjuntos . . . . .	124
10.3.1	Propriedades do Produto Cartesiano . . . . .	125
10.4	Algumas Demonstrações . . . . .	126
10.5	Conclusão . . . . .	129
10.6	Resumo . . . . .	129
10.7	Atividades . . . . .	130
10.8	Referências Bibliográficas . . . . .	131





**1**  
LIVRO

**1**  
AULA

# Linguagem da Lógica de Predicados

## **META:**

Introduzir o conceito de Linguagem  
da Lógica de Predicados

## **OBJETIVOS:**

Ao fim da aula os alunos deverão  
ser capazes de:

Distinguir entre linguagem natural  
e linguagem artificial;

Compreender e utilizar a sintaxe da  
linguagem da lógica de predicados.

# Linguagem da Lógica de Predicados

## 1.1 Introdução

Caro aluno, seja bem-vindo a nossa primeira aula de Fundamentos de Matemática! Nela conheceremos o conceito de linguagem, como ela está estruturada, as diferenças entre linguagens naturais e linguagens artificiais e, por fim, nosso real objetivo, estudar quais elementos que a compõe e como é estruturada a Linguagem da Lógica de Predicados.

Linguagem “S. f. O uso da palavra articulada ou escrita como meio de expressão e comunicação entre pessoas” (Dicionário Aurélio). Pode ser definida também como “conjunto de sentenças, cada uma de comprimento finito e formadas a partir de um conjunto finito de símbolos”. A primeira definição serve para descrever as linguagens naturais (Português, Inglês, e.t.c.) a segunda para descrever as linguagens formais (Linguagens de Programação, Teoria dos Conjuntos e.t.c.)

## 1.2 Linguagens

Vocês já se perguntaram o que é uma linguagem? Nos dicionários podemos obter algo do tipo: *linguagem é um sistema de símbolos que serve como meio de comunicação*. Notem que o vocábulo *comunicação* não se restringe à comunicação humano-humano. A linguagem serve também para comunicação humano-máquina e máquina-máquina.

As definições de linguagem podem parecer um pouco vagas e não expressar a verdadeira dimensão e alcance do objeto linguagem. Não é pretensão definir corretamente linguagem, mas tão somente deixar como tema de reflexão. O interesse é tão somente estabelecer a linguagem da lógica de predicados, nosso maior objetivo.

## 1.3 Aspectos das Linguagens

As linguagens naturais apresentam três aspectos. A saber: **Morfológico** diz respeito às regras de formação das palavras. O Português, por exemplo, tem palavras baseadas em morfemas que

por sua vez são representados por cadeias de letras de um conjunto de símbolos (alfabeto). Assim, as cadeias de letras “xzzcdzxx” e “aeeeeexxaeeee” não representam palavras morfologicamente válidas na língua portuguesa, enquanto que as palavras “gato”, “jardim”, “morro” e “subir” atendem a este requisito.

**Semântico:** diz respeito ao significado das palavras. No caso do conjunto de palavras morfologicamente válidas “xakação”, “xiteições”, “gato”, “jardim”, “morro” e “subir” apenas “gato”, “jardim”, “morro” e “subir”, são semanticamente válidas, isto é tem significado a elas associado.

**Pragmático** diz respeito ao uso das construções lingüísticas pelos usuários de uma linguagem. Em outras palavras, diz respeito ao significado subentendido de uma sentença. Vamos exemplificar com uma piada. Joaquim viaja para o Brasil e deixa seu gato de estimação aos cuidados de seu amigo Manuel. Dois meses depois, recebe uma carta do amigo: “Joaquim, seu gato morreu”. Joaquim quase morreu de susto e tristeza. De volta a Portugal, procura o amigo e pergunta como o gato morreu. Ô Quim, seu gato subiu no telhado. No telhado encontrou outro gato. Começou a brigar. Seu gato caiu do telhado. Eu o levei ao veterinário. Convalesceu alguns dias. E morreu. Pois é, diz Joaquim, você podia ter me preparado primeiro para a notícia. Escreveria várias cartas. Na primeira me dizia “Joaquim, seu gato subiu no telhado”. Na segunda “Joaquim, seu gato encontrou outro gato no telhado”. Até me contar que ele morreu e eu estaria preparado para a notícia. De volta ao Brasil, dois meses depois Joaquim recebe mais uma carta de Manuel. “Joaquim, sua mãe subiu no telhado”. Piada à parte, a frase “Joaquim sua mãe subiu no telhado”, não quer informar a Joaquim que sua

## Linguagem da Lógica de Predicados

genitora escalou a cobertura da casa e sim (significado pragmático) que sua mãe faleceu. Significados pragmáticos são encontrados em maior profusão na linguagem informal, sobretudo nas gírias em que o significado normal das palavras e sentenças é subvertido.

Aristóteles 384-322 a.C  
Filósofo grego nascido na cidade de Estagira, um dos maiores pensadores de todos os tempos. Prestou inigualáveis contribuições para o pensamento humano, destacando-se: ética, política, física, metafísica, lógica, psicologia, poesia, retórica, zoologia, biologia, história natural e outras áreas de conhecimento. É considerado, por muitos, o Pai da Lógica.

As linguagens artificiais, por outro lado, têm apenas os aspectos sintáticos e semânticos e são, convenientemente, destituídas de significado pragmático. Afinal, não é desejável em um programa de computador significados pessoais e subtendidos dos programadores. Isto daria um nó no interpretador da máquina.

### 1.4 Linguagem da Lógica de Predicados

Agora que você já conheceu um pouco sobre as linguagens natural e artificial, passaremos ao estudo da Lógica de Predicados. Ela é a primeira e talvez a mais importante parte da Lógica, pois além de ser a mais antiga (desenvolvida inicialmente por Aristóteles) serve de base para as demais Lógicas. Em um curso inicial como o nosso é justo, portanto, começarmos pela definição:

**Definição 1.1.** Uma proposição é uma sentença a que podemos associar um de dois valores de verdade: falso 0 ou verdadeiro 1.

**Exemplo 1.1.** Os seguintes exemplos são proposições:

- “O gato é um mamífero”. Valor de verdade associado: verdadeiro.
- “Pedro Álvares Cabral descobriu a Nova Zelândia”. Valor de verdade associado: falso.

- “O hidrogênio é o primeiro elemento da tabela periódica”.  
Valor de verdade associado: verdadeiro.

**Exemplo 1.2.** Os seguintes exemplos não são proposições:

- “Flamengo é o melhor time do mundo”. Exprime uma opinião pessoal. Verdade apenas para os torcedores do Flamengo.
- “Um sonho azul da cor do mar”. Uma sentença poética.
- “Por favor, não grite!”. Uma sentença exclamativa.

### 1.4.1 Sintaxe da Linguagem da Lógica de Predicados

**Definição 1.2.** A linguagem da Lógica de Predicados em seu aspecto sintático é definida por:

- um conjunto enumerável de constantes individuais  $a, b, \dots, t, a_1, a_2, \dots$  (letras latinas minúsculas até o  $t$ )
- um conjunto enumerável de variáveis  $u, v, x, y, w, z, u_1, u_1, \dots$  (letras latinas minúsculas a partir de  $u$ )
- para cada número  $n$  natural um conjunto enumerável de predicados enários  $A, B, \dots, a_1, \dots$  (letras latinas maiúsculas)
- os conectivos negação ( $\neg$ ), conjunção ( $\wedge$ ), disjunção ( $\vee$ ), implicação ( $\rightarrow$ ), dupla implicação ( $\leftrightarrow$ ).
- os quantificadores universal ( $\forall$ ) e existencial ( $\exists$ )
- símbolos de pontuação parênteses ( $()$ ) para indicar a ordem de aplicação dos operadores.

A lógica de predicados é a base para o desenvolvimento de inúmeras outras lógicas como as alética, deôntica, epistemológica, paraconsistente, para-completa, fuzzy etc. Você pode fazer uma busca, por informações, na INTERNET sobre estes tipos de lógicas.

## Linguagem da Lógica de Predicados

**OBS 1.1.** Constantes individuais são como nomes, identificam um indivíduo ou um objeto. Neste sentido '*a*' pode representar '*Gato*' e '*b*' pode representar '*Pedro Álvares Cabral*' e as proposições "*Gato é um mamífero*" e "*Pedro Álvarez Cabral descobriu a Nova Zelândia*" podem ser escritas respectivamente "*a é um mamífero*" e "*b descobriu a Nova Zelândia*".

**OBS 1.2.** Algumas vezes podemos e devemos substituir uma constante individual por uma variável. Então, se a proposição "*x é um homem*" e tomarmos para variável '*x*' o valor '*Gato*' ela será obviamente FALSA, enquanto que se a variável '*x*' tomar o valor '*Pedro Álvares Cabral*' a proposição será obviamente VERDADEIRA. De modo geral, uma variável tem seus valores tomados sobre um conjunto denominado **Conjunto Universo** para a citada variável.

**OBS 1.3.** Um predicado representa propriedades de um indivíduo ou grupo de indivíduos ou relações entre indivíduos. Na sentença "*x é um poeta*," **é um poeta** indica, quando substituída a variável *x*, que o indivíduo desta substituição tem a propriedade de ser um poeta. A sentença "*Mara senta entre Fernanda e Lígia*" representa uma relação ternária entre três indivíduos e pode ser reescrita como "*a senta entre b e c*" se associarmos '*a*' à '*Mara*', '*b*' à '*Fernanda*' e '*c*' à '*Lígia*'. Simbolizando a relação "*x senta entre y e z*" por  $P(x, y, z)$ , podemos reescrever a proposição como  $P(a, b, c)$ . Nem todo predicado tem necessariamente uma ou mais variáveis em seu escopo. A sentença "*choveu ontem*" pode ser FALSA ou VERDADEIRA e não faz referência a nenhum indivíduo ou entidade, sendo classificada como predicado zerário.

**OBS 1.4.** Os conectivos servem para modificar ou criar novas proposições a partir de outras proposições. Excetuando-se o conectivo



de negação que é unário, os demais conectivos são binários, isto é, conectam duas proposições para construir uma nova proposição. Assim, a proposição “*João é poeta e Fernando é jogador de futebol*” pode ser representada, fazendo-se as associações ‘*a*’ ‘*João*’, ‘*b*’ ‘*Fernando*’ e os predicados  $P(x)$  para “*x é poeta*” e  $Q(x)$  para “*x é jogador de futebol*” podemos representar a proposição usando o conectivo de conjunção por:  $P(a) \wedge Q(b)$ .

**OBS 1.5.** O quantificador existencial diz respeito a proposições do tipo “*Alguem é poeta*”. Nesta sentença estamos afirmando que existe um indivíduo que tem a propriedade de ser poeta, sem, no entanto especificar quem é este indivíduo. Já o quantificador universal diz respeito a proposições do tipo “*Todo homem é mortal*”. Nesta sentença estamos afirmando que a totalidade dos homens tem a propriedade de ser mortal.

**Definição 1.3.** Dado um predicado enário  $P(x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)$ . Dizemos que a variável  $x_k$  é uma variável livre se, somente se  $x_k$  não está no escopo de nenhum quantificador.

**Exemplo 1.3.** Alguns exemplos:

- $\forall x(x < 2)$ . Nenhuma variável livre. A variável  $x$  está no escopo de um  $\forall$  quantificador universal.
- $x < y^2$ .  $x$  e  $y$  são variáveis livres. Pois, tanto  $x$  quanto  $y$  não estão no escopo de nenhum quantificador.
- $\exists x(x < y)$ . Apenas  $y$  é variável livre. Pois a variável  $x$  está no escopo do  $\exists$  quantificador existencial.

**Definição 1.4.** Uma sentença em que aparecem uma ou mais variáveis livres é denominada **Sentença Livre** ou **Proposição Livre**.

## Linguagem da Lógica de Predicados

**Definição 1.5.** Seja  $P(x_1, \dots, x_n)$  um predicado enário. Definimos como **Átomos** as proposição da forma  $P(a_1, \dots, a_n)$  ou  $P(x_1, \dots, x_n)$ .

**OBS 1.6.** Em uma proposição atômica não podem aparecer conectivos. Uma proposição em que aparecem um ou mais conectivos são chamadas **Proposições Moleculares**.

**Exemplo 1.4.** As seguintes proposições são átomos:

- $A$  em que  $A$  é um predicado zerário.
- $P(x)$  ou  $P(a)$  onde  $P$  é um predicado unário.
- $P(x, y, z)$  ou  $P(a, b, c)$  onde  $P$  é um predicado terciário.

**Exemplo 1.5.** As seguintes proposições são proposições moleculares:

- $\neg A$  onde  $A$  é um predicado zerário. O conectivo de negação  $\neg$  está modificando  $A$ .
- $P(x) \wedge P(y)$  ou  $\neg P(a) \vee A$  onde  $A$  e  $P$  são predicados zerário e unário respectivamente. Na primeira proposição o conectivo de conjunção  $\wedge$  liga dois átomos  $P(x)$  e  $P(y)$ . Na segunda, o conectivo de disjunção  $\vee$  liga um átomo  $A$  à proposição molecular  $\neg P(a)$ .
- $\forall x \exists y P(x, y, z)$  ou  $\exists z P(a, b, z)$  onde  $P$  é um predicado terciário. A proposição atômica  $P(x, y, z)$  é modificada pelos quantificadores universal  $\forall$  e existencial  $\exists$ . E a proposição atômica  $P(a, b, x)$  é modificada pelo quantificador  $\exists$  existencial.

**Definição 1.6.** As palavras (fórmulas) da linguagem do cálculo de predicados são definidas por:

- um átomo é uma fórmula.
- se  $\alpha$  e  $\beta$  são fórmulas então  $\neg\alpha$ ,  $\alpha \wedge \beta$ ,  $\alpha \vee \beta$ ,  $\alpha \rightarrow \beta$  e  $\alpha \leftrightarrow \beta$  são fórmulas.
- Se  $P$  é um predicado enário e  $x_1, \dots, x_n$   $n$  variáveis. então  $\forall x_1, \dots, x_n P(x_1, \dots, x_n)$  e  $\exists x_1, \dots, x_n P(x_1, \dots, x_n)$  são fórmulas.
- nada mais é fórmula.

**Exemplo 1.6.** Os seguintes exemplos são fórmulas válidas na linguagem do cálculo de predicados:

- $\alpha$
- $\alpha \wedge (\beta \rightarrow \gamma)$
- $(\alpha \rightarrow (\beta \wedge \neg\beta)) \rightarrow \neg\alpha$
- $\forall x(\exists y(x < y))$

**Exemplo 1.7.** Os seguintes exemplos são fórmulas não válidas na linguagem do cálculo de predicados:

- $\alpha\beta$  dois átomos que não estão ligados por nenhum conectivo binário.
- $\alpha \wedge (\beta \wedge \rightarrow \gamma) \vee \alpha$  os conectivos  $\wedge$  e  $\rightarrow$  juntos.
- $(\alpha \rightarrow (\beta \neg \wedge \neg \beta)) \neg \rightarrow \neg \alpha$  o conectivo  $\neg$  aplicado ao conectivo  $\rightarrow$ .
- $\forall \exists x(\exists \forall y(x < y))$  os quantificadores  $\forall$  e  $\exists$  juntos.

## Linguagem da Lógica de Predicados

### 1.5 Conclusão

A linguagem é a ferramenta essencial para a comunicação. É através dela que podemos descrever os mecanismos de raciocínio lógico, na qual utilizamos uma linguagem denominada de Linguagem da Lógica de Predicados. Com regras simples, mas universais, possibilita que, tanto um Matemático chinês quanto um Matemático brasileiro possam, sem problemas, ler e compreender um texto baseado em Lógica de Predicados.

### 1.6 Resumo

Vimos que as linguagens naturais apresentam três aspectos: o sintático, o semântico e o pragmático; enquanto que as linguagens artificiais apresentam apenas dois o sintático e o semântico. O morfológico diz respeito as regras de construção de palavras e de frases. O semântico diz respeito ao significado das palavras e das frases. O pragmático diz respeito aos possíveis significados subentendido das frases. A Linguagem da Lógica de Predicados trabalha com proposições que são frases para as quais podemos associar um valor verdadeiro ou falso. Vimos também, que a sintaxe da linguagem da lógica de predicados consiste de constantes individuais, variáveis, predicados enários, dos conectivos negação  $\neg$  (unário), conjunção  $\wedge$ , disjunção  $\vee$ , implicação  $\rightarrow$  e dupla implicação  $\leftrightarrow$  (binários) e dos quantificadores existencial  $\exists$  e universal  $\forall$ . Que uma variável é dita livre se não está no escopo de nenhum quantificador. Que um átomo é um predicado zeroário ou um predicado enário determinado em um conjunto de  $n$  constantes individuais e/ou variáveis. Que as fórmulas (palavras) da lógica de predicados são definidas por:

- átomos são fórmulas
- se  $\alpha$  e  $\beta$  são fórmulas,  $\neg\alpha$ ,  $\alpha \wedge \beta$ ,  $\alpha \vee \beta$ ,  $\alpha \rightarrow \beta$  e  $\alpha \leftrightarrow \beta$  são fórmulas.
- se  $P$  é um predicado enário e  $x_1, \dots, x_n$   $n$  variáveis. então  $\forall x_1, \dots, x_n P(x_1, \dots, x_n)$  e  $\exists x_1, \dots, x_n P(x_1, \dots, x_n)$  são fórmulas.
- nada mais é fórmula.

## 1.7 Atividades

**ATIV. 1.1.** Escreva cinco exemplos de sentenças em seja seja possível encontrar aspectos pragmáticos da linguagem.

**Comentário:** Volte ao texto e reveja o que é significado pragmático.

**ATIV. 1.2.** Elabore a sintaxe de uma linguagem artificial com apenas dois símbolos iniciais  $A$  e  $B$ .

**Comentário:** Observe a sintaxe da linguagem da lógica de predicados.

## 1.8 Referências Bibliográficas

MORTARI, Cezar Augusto. Introdução à Lógica. Editora UNESP. São Paulo. 2001.

GASPAR, Marisa. Introdução à Lógica Matemática. Disponível em: <http://mjpgaspar.sites.uol.com.br/logica/logica>. Acessado em

## Linguagem da Lógica de Predicados

13/01/2007

ABAR, Celina, Noções de Lógica Matemática. Disponível em:

<http://www.pucsp.br/~logica/>. Acessado em 13/01/2007