

Aula 2

PÊNDULO SIMPLES, DE TORÇÃO E FÍSICO

META

- Fazer com que o estudante pense no ensino de ciências como algo “orgânico” que está em profunda transformação;
- Fazer com que os alunos percebam, através de uma atividade lúdica, que podemos ensinar física através de experimentos muito simples;
- Fazer com que os alunos percebam as aplicações da física no cotidiano.

OBJETIVOS

- Ao final desta aula, o aluno deverá:
 - Estar ciente das novas possibilidades e dos desafios que envolvem o ensino de ciências em geral;
 - Perceber que para se ensinar física não precisamos ficar presos ao livro didático.
- Considerar que ensinar física não é ensinar a resolver problemas e que a física é uma mera aplicação da matemática.

PRÉ-REQUISITOS

- Os alunos deverão ter cursado as disciplinas Psicologia da Educação, Física A, Física B e Instrumentação I.

Vera Lucia Martins de Mello

INTRODUÇÃO

Como o objetivo central da disciplina de instrumentação é o de estudar e aplicar técnicas de ensino de um determinado conteúdo de física, e não o de introduzi-lo, dividimos o conteúdo de MHS em duas partes. Na aula anterior definimos o MHS e usamos como exemplo o MCU e o do corpo preso a uma mola sujeito somente a força elástica. Deixamos estudo dos pêndulos simples, de torção e o físico para essa aula. Assim, poderemos trabalhar melhor este conteúdo.

Como dissemos na aula passada, a maior aplicação do MHS é o estudo das formas de se medir o tempo. Outra grande aplicação está no estudo dos movimentos circulares e ondulatórios. Em geral os textos didáticos começam definindo o objeto ou tema a ser estudado, em seguida apresentam um pouco de sua história ou de seu descobridor ou inventor. Em seguida expõe a teoria e encerram com exercícios de aplicação.

Vamos aqui lhe propor que em vez de começar a ler a aula que se segue, que você confeccione um pêndulo e o estude com cuidado. Para ajudar, veja nossas atividades no final dessa aula.

PÊNDULO SIMPLES

Um pêndulo é um sistema composto por uma massa acoplada a um pivô que permite sua movimentação livremente. A massa fica sujeita à força restauradora causada pela gravidade.

Existem inúmeros pêndulos estudados por físicos, já que estes o descrevem como um objeto de fácil previsão de movimentos e que possibilitou inúmeros avanços tecnológicos, alguns deles são os pêndulos físicos, de torção, cônicos, de Foucault, duplos, espirais, de Karter e invertidos. Mas o modelo mais simples, e que tem maior utilização é o Pêndulo Simples.

Este pêndulo consiste em uma massa presa a um fio flexível e inextensível por uma de suas extremidades e livre por outra, representado da seguinte forma:

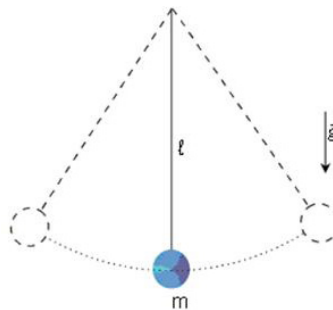


Figura 1

Quando afastamos a massa da posição de repouso e a soltamos, o pêndulo realiza oscilações. Ao desconsiderarmos a resistência do ar, as únicas forças que atuam sobre o pêndulo são a tensão com o fio e o peso da massa m . Desta forma:

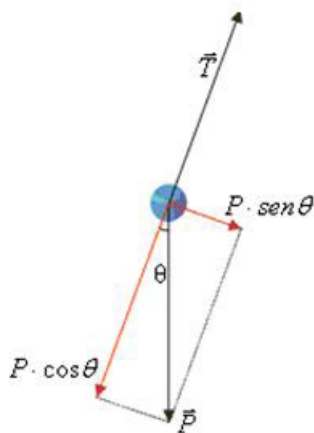


Figura 2

A componente da força Peso que é dada por $P \cdot \cos\theta$ se anulará com a força de Tensão do fio, sendo assim, a única causa do movimento oscilatório é a $P \cdot \sin\theta$. Então:

$$F = P \cdot \sin\theta$$

No entanto, o ângulo θ , expresso em radianos que por definição é dado pelo quociente do arco descrito pelo ângulo, que no movimento oscilatório de um pêndulo é x e o raio de aplicação do mesmo, no caso, dado por l , assim:

$$\theta = x/l$$

Onde, ao substituírmos em F , obtemos:

$$F = P \cdot \sin(x/l)$$

Assim, é possível concluir que o movimento de um pêndulo simples não descreve um MHS, já que, a força não é proporcional à elongação e sim ao seno dela. No entanto, para ângulos pequenos, $\theta \leq (\pi/8)$ rad, o valor do seno do ângulo é aproximadamente igual a este ângulo.

Então, ao considerarmos o caso de pequenos ângulos de oscilação:

$$F = P \cdot \sin(x/l) = P \cdot x/l$$

$$F = P \cdot x/l$$

Como $P = mg$, e m , g e l são constantes neste sistema, podemos considerar que:

$$K = P/l = m \cdot g/l$$

Então, reescrevemos a força restauradora do sistema como:

$$F = K \cdot x$$

Sendo assim, a análise de um pêndulo simples nos mostra que, para pequenas oscilações, um pêndulo simples descreve um MHS.

Como para qualquer MHS, o período é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

e como, $K = m \cdot g/l$, então o período de um pêndulo simples pode ser expresso por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{m \cdot g}{l}}}$$
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



ATIVIDADES

Q1 – Na 6ª edição do volume dois do livro do Ramalho, Nicolau e Toledo, definem e expõem a teoria do pêndulo simples sem usar a definição de força de restituição. Como seu livro texto descreve a teoria do pêndulo simples?

Q2 – Por que Galileu estudou o pêndulo simples?

Q3 – Como você começaria uma aula sobre esse tema? Através de um exemplo prático ou através da teoria? Comente.

Q4 – Abra o modelo “*Pêndulo simples*” e discuta se ele ilustra o funcionamento das projeções da força peso. Deveríamos esconder o modelo matemático? Ele é muito complexo?

Q5 – Aplicações da Teoria do pêndulo simples. Como funcionam os relógios de pêndulo. <http://ciencia.hsw.uol.com.br/relogios-de-pendulo.htm>

Obs.: Se você precisar recordar como se usa o *software Modellus*, há um tutorial na página da física http://www.fisica.ufs.br/ladmello/aula_modellus/

O PÊNDULO DE TORÇÃO

O pêndulo de torção consiste em um disco suspenso por um fio inextensível, de massa desprezível e preso ao centro de massa do disco (Figura 4). Se o disco é girado de um ângulo θ_m a partir de sua posição de equilíbrio (indicada pela linha OP da figura), o fio é torcido, dando origem a um torque restaurador que tende a fazer o fio voltar à sua forma original.

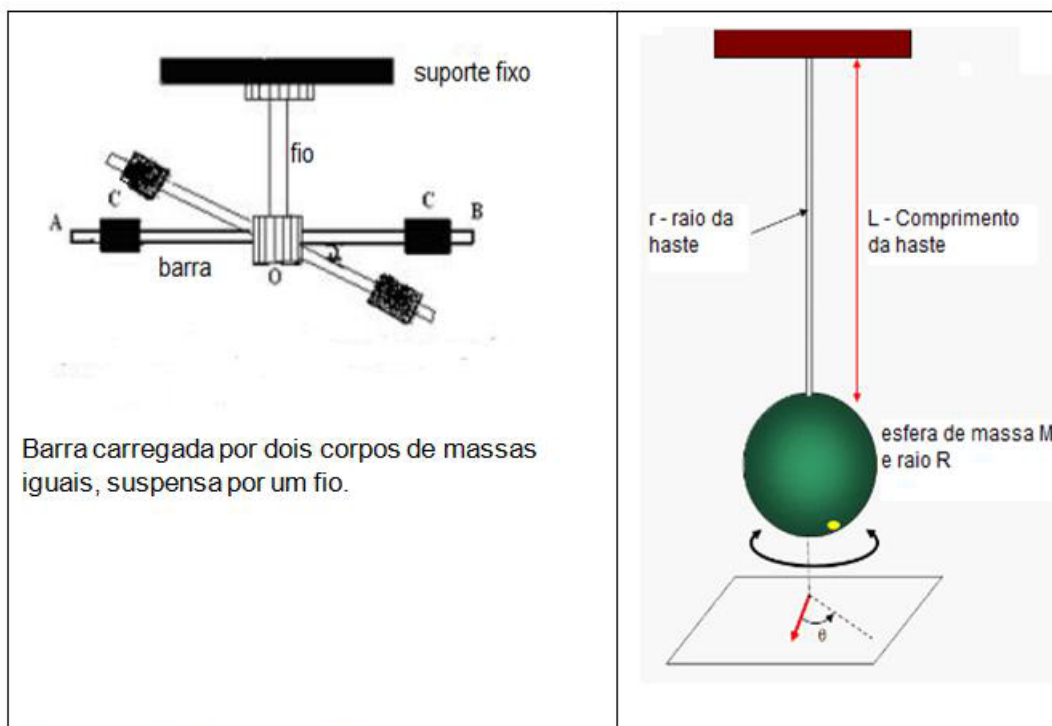


Figura 4 - O pêndulo de torção

Para pequenas torções, o torque restaurador é proporcional ao deslocamento angular θ do disco e podemos escrever:

$$\tau = k \cdot \theta$$

em que k é a constante de torção do fio, que depende das propriedades dele.

Como:

$$\tau = \alpha \cdot I$$

em que I é o momento de inércia do disco relativo ao centro de massa, a segunda lei de Newton para a rotação nos dá:

$$\tau = k \cdot \theta = \alpha I$$

ou

$$\alpha = k/I$$

que mostra que, para pequenas deformações do fio, o movimento do pêndulo é

harmônico simples. A solução da equação acima é:

$$\theta = \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

sendo, θ_m a amplitude do movimento e ω_0 , dado por:

$$\omega_0 = I/k$$

O período do pêndulo é:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}}$$

Em geral, o pêndulo pode ser qualquer corpo laminar, isto é, cuja espessura seja muito menor que as suas outras dimensões.

O PÊNDULO FÍSICO

O pêndulo físico consiste em um corpo posto para oscilar preso por de seus pontos, o qual chamamos de pivô, podendo se mover no plano vertical.

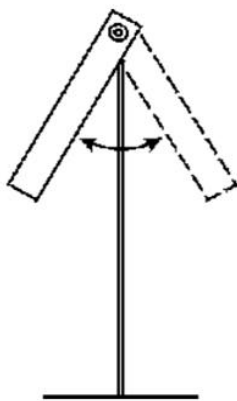


Figura 5

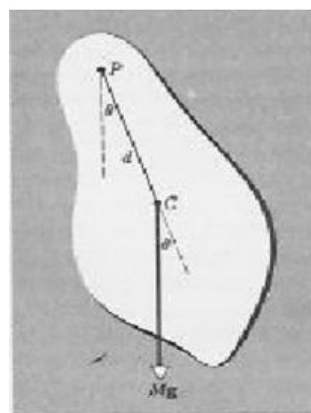


Figura 6

As figuras da página anterior mostram um corpo rígido preso pelo ponto P, podendo girar sem atrito em torno de um eixo horizontal passando por P. Em equilíbrio, a linha OP que liga P ao centro de massa C do corpo é vertical. Quando o corpo é tirado dessa posição, PC faz com a vertical um ângulo θ e a força peso do corpo exerce sobre ele um torque $\vec{\tau}$ relativo a P, que tende a tornar PC vertical. O torque é dado por:

$$\vec{\tau} = -d \times m \cdot \vec{g} = -dmg \cdot \text{sen}\theta$$

em que d é o módulo do vetor \overrightarrow{PC} . O sinal negativo indica que o torque se opõe ao deslocamento do corpo. O torque é proporcional a $\text{sen}\theta$, mas para pequenos valores de θ , podemos escrever:

$$\tau = -mgd \cdot \text{sen}\theta$$

Então, tal como no pêndulo de torção, a equação de movimento de rotação para o corpo é:

$$\alpha = \frac{-mgd}{I} \theta \quad \text{ou} \quad \omega_0^2 = \frac{-mgd}{I} \theta$$

O período de oscilação do pêndulo físico é:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

Para amplitudes grandes, o pêndulo físico continua a ter movimento harmônico, mas ele não é harmônico simples.

A equação acima pode ser resolvida para o momento de inércia, dando:

$$I = \frac{mgdT^2}{4\pi^2}$$

Notemos que o pêndulo simples é um caso particular do físico. Com efeito, como toda a massa do pêndulo simples está concentrada na extremidade livre dele, o seu momento de inércia relativo ao ponto de suspensão é $I = mL^2$; o centro de massa do pêndulo simples coincide com a massa m . Então, $d = L$. Assim, o período do pêndulo é:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} = 2\pi \sqrt{\frac{mL^2}{mgd}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

ATIVIDADES

EXPERIMENTOS DE BAIXO CUSTO

1 - Experimento: Pêndulo Simples

Objetivos:

Obter experimentalmente a equação geral para o período de oscilação de um pêndulo simples;

Determinar a aceleração da gravidade local;

Verificar a independência do período com a massa.

Para isso iremos:

Estudar o movimento de um pêndulo, verificando a relação entre o período e o comprimento do fio;

Observar a independência do período de oscilação de um pêndulo simples, em função do ângulo θ (ângulo inicial de lançamento);

Observar a relação entre o período e a massa pendular;

Construir gráficos a partir dos dados experimentais;

Materiais Utilizados:

- Massa pendular;
- Fio de suspensão;
- Cronômetro;
- Trena;
- Fita adesiva;
- Transferidor;
- Balança;
- Suporte na parede.



Figura 7

RESUMO DA TEORIA

Um pêndulo simples se define como uma massa m suspensa por um fio inextensível, de comprimento L com massa desprezível em relação ao valor de m .

O período de oscilação, que vamos chamar de T , é o tempo necessário para a massa passar duas vezes consecutivas pelo mesmo ponto, movendo-se na mesma direção, isto é, o tempo que a massa leva para sair de um ponto e voltar ao mesmo ponto percorrendo o mesmo arco.

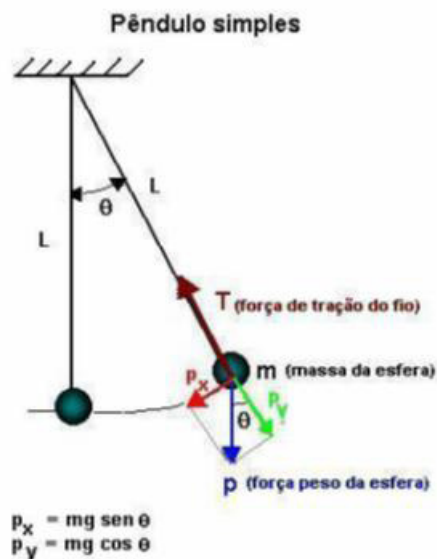


Figura 8

Na figura 8, as componentes da força peso segundo as direções radial e tangencial valem:

$$\begin{aligned} \text{Direção radial : } P_y &= MG \cos \theta \\ \text{Direção tangencial : } P_x &= mg \sin \theta \end{aligned}$$

PERÍODO DO PÊNDULO SIMPLES

Quando o ângulo θ for muito pequeno (aproximadamente 30°) $\sin(\theta)$ é aproximadamente igual a θ . Neste caso o período pode ser calculado pela expressão:

$$T = 2\pi (L / g)^{1/2}$$

Procedimento:

1. Ajuste o comprimento do fio do pêndulo de modo que tenha uma medida pré-determinada da ponta do fio ao centro de massa da massa pendular.
2. Para a realização do experimento, desloca-se a massa pendular da posição de equilíbrio, até um ângulo θ , obedecendo a relação de que este ângulo não deve ser maior do que 15° .
3. Após ter deslocado a massa e determinado uma posição inicial de lançamento, solta-se a massa e marca-se o tempo de 10 oscilações completas, repetindo esta operação 3 vezes para cada comprimento L do fio. Utilize cinco diferentes comprimentos para L .

4. Marque na tabela 1 os valores de L e o respectivo período médio, T para três valores de massa pendular.

$M_1 =$ g		$M_2 =$ g		$M_3 =$ g	
L(cm)	T(s)	L(cm)	T(s)	L(cm)	T(s)
100		100		100	

Tabela 1 – Tabela de dados experimentais.

Sugestão: cada equipe executa o experimento com uma massa diferente e preenche a tabela.

5 - Compare a medida da aceleração gravitacional obtida experimentalmente em sala de aula (aceleração determinada pela equação do período utilizando os dados experimentais), com o valor existente na literatura científica (dada por: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$) e determine o desvio percentual;

6. Discuta os desvios encontrados entre os valores de g (valor obtido em sala de aula com o da literatura);

2 - Experimento: Pêndulo Físico

Objetivos:

Obter experimentalmente a equação geral para o período de oscilação de um pêndulo físico;

Determinar a aceleração da gravidade local;

Observar a independência do período de oscilação de um pêndulo físico, em função do ângulo θ (ângulo inicial de lançamento);

Observar a relação entre o período e momento de inércia do pêndulo;

Materiais Utilizados:

- Barra retangular de massa m
- Cronômetro;
- Trena;
- Fita adesiva;
- Transferidor;
- Balança;
- Suporte na parede.

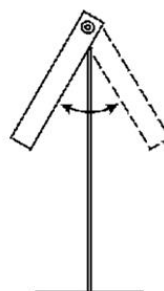


Figura 9

RESUMO DA TEORIA

O pêndulo físico consiste em um corpo posto para oscilar preso por de seus pontos, o qual chamamos de pivô, podendo se mover no plano vertical. A Figura abaixo mostra um corpo rígido preso pelo ponto P, podendo girar sem atrito em torno de um eixo horizontal passando por P. Em equilíbrio, a linha OP que liga P ao centro de massa C do corpo é vertical. Quando o corpo é tirado dessa posição, PC faz com a vertical um ângulo θ e a força peso do corpo exerce sobre ele um torque τ relativo a P, que tende a tornar PC vertical. O torque é dado por:

$$\vec{\tau} = -d \times m \cdot \vec{g} = -dm g \cdot \text{sen}\theta$$

em que d é o módulo do vetor \vec{PC} . O sinal negativo indica que o torque se opõe ao deslocamento do corpo.

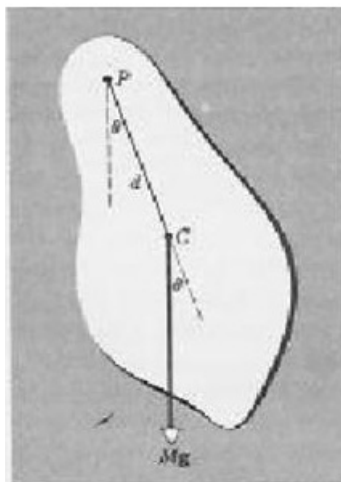


Figura 10

O período de oscilação, que vamos chamar de T , é o tempo necessário para a barra de madeira passar duas vezes consecutivas pelo mesmo ponto, movendo-se na mesma direção, isto é, o tempo que a barra leva para sair de um ponto e voltar ao mesmo ponto percorrendo o mesmo arco.

PERÍODO DO PÊNDULO FÍSICO

O período de oscilação do pêndulo físico é:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

Para amplitudes grandes, o pêndulo físico continua a ter movimento harmônico, mas ele não é harmônico simples.

Procedimento:

1. Ajuste o comprimento do fio do pêndulo de modo que tenha uma medida pré-determinada da ponta do fio ao centro de massa da massa pendular.
2. Para a realização do experimento, desloca-se a barra da posição de equilíbrio até um ângulo θ , obedecendo a relação de que este ângulo não deve ser maior do que 15° .
3. Após ter deslocado a barra e determinado uma posição inicial de lançamento, solta-se a massa e marca-se o tempo de dez oscilações completas, repetindo esta operação três vezes.
4. Marque na tabela 2 os valores de I , de Θ e o respectivo período médio, T .
5. Repita o procedimento acima para outra barra.

I =	kg.m ²)	D =	(cm)	I =	(kg.m ²)	D =	(cm)
$\Theta =$		T =	(seg)	$\Theta =$		T =	(seg)
$\Theta =$		T =	(seg)	$\Theta =$		T =	(seg)
$\Theta =$		T =	(seg)	$\Theta =$		T =	(seg)
$\Theta =$		T =	(seg)	$\Theta =$		T =	(seg)
$\Theta =$		T =	(seg)	$\Theta =$		T =	(seg)

Tabela 2 – Tabela de dados experimentais.

Sugestão: cada equipe executa o experimento com uma massa diferente e preenche-se a tabela.

6 - Compare a medida da aceleração gravitacional obtida experimentalmente em sala de aula (aceleração determinada pela equação do período utilizando os dados experimentais), com o valor existente na literatura científica (dada por: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$) e determine o desvio percentual.

7. Discuta os desvios encontrados entre os valores de g (valor obtido em sala de aula com o da literatura).

APPLETS DE ENSINO

1 - Física com Ordenador.

<http://www.fisica.ufs.br/egsantana/dinamica/trabajo/pendulo/pendulo.htm>

<http://www.fisica.ufs.br/egsantana/solido/torsion/torsion.htm>

2 - *Phet*. Universidade do Colorado

<http://phet.colorado.edu/en/simulation/pendulum-lab>

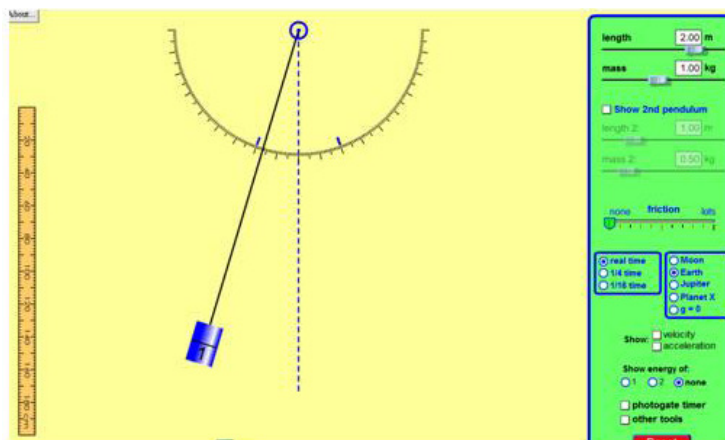


Figura 11

3 - *Applet* que simula um pêndulo em mola do *site* do prof. Walter-fendt. http://www.walter-fendt.de/ph14pt/springpendulum_pt.htm.

Descritivo: Esta pequena aplicação em Java (*applet*) mostra a variação das grandezas associadas à oscilação de uma massa suspensa de uma mola - elongação, velocidade, aceleração, força e energia - durante a oscilação (assumindo a não existência de atrito).

O botão "Reset" coloca o corpo na posição inicial. O outro botão permite controlar a animação. Ao escolher a opção "Câmara lenta", o movimento surgirá dez vezes mais lento. A constante da mola, a massa do corpo, a aceleração da gravidade e a amplitude da oscilação podem ser definidas pelo utilizador dentro de certos limites. A escolha da grandeza a observar no gráfico, faz-se selecionando um dos cinco botões de rádio existentes na zona verde.

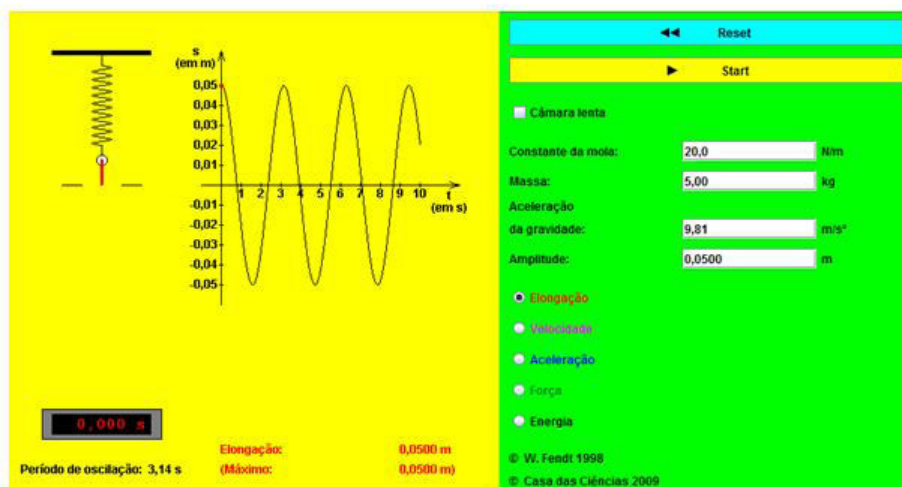


Figura 12

VÍDEO AULAS

- 1 – Pêndulo simples. http://www.youtube.com/watch?v=poSxzQ_4O3U
- 2 - Pêndulo simples. <http://www.youtube.com/watch?v=ebF8K5E-ths>
- 3 – Pêndulo Físico. <http://www.youtube.com/watch?v=FoSe72vpHVU>
- 4 - Pêndulo Físico Amortecido.
<http://www.youtube.com/watch?v=26HI5Efs4sI>
- 5 - <http://www.youtube.com/watch?v=nM-d5D4NTsw&feature=related>
- 6 – Pêndulo de torção.
<http://www.youtube.com/watch?v=fUGIIioQJyI&feature=related>

CONCLUSÃO

Mostramos aqui como uma aula sobre pêndulo pode ser muito interessante e divertida. Mostramos que existe na literatura muito material de apoio didático a este tema. Que podemos usar experimentos de baixo custo junto com animações gráficas como apoio didático à aula normal.



RESUMO

Apresentamos aqui uma opção de aula sobre pêndulo simples, de torção e físico. Complementamos com alguns experimentos de baixo custo, vários applets de ensino e vídeo aulas. Criamos uma animação gráfica usando o software de ensino Modellus.

RESPOSTA DAS ATIVIDADES

- 1 – A resposta depende do livro texto que o estudante possui.
- 2 – Para poder definir um padrão de medida do tempo.
- 3 – Espero que seja através de um exemplo prático.
- 4 – Ele ilustra muito bem as projeções das forças peso e da tensão na corda. Ele deve achar que em um primeiro momento devemos esconder o modelo matemático. Ele deve achar o modelo não muito complexo.
- 5 – Ele deve concordar que sim.

COMENTÁRIOS SOBRE AS ATIVIDADES

Como dissemos na introdução, introduzimos uma aula dedicada inteiramente a pêndulos devido ao fato que na disciplina de instrumentação o enfoque deve ser os recursos didáticos a determinado tema e não o próprio tema em si. Assim, esperamos que os estudantes tenham gostado desta aula.

Eles devem recordar como se usa o *software* de ensino *Modellus* para o acompanhamento desta aula como das demais. Os *applets* de ensino e as vídeos aulas aqui sugeridas são muito interessantes e ilustrativas.

REFERÊNCIAS

Pêndulo Simples. Disponível em: <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatoria/MHS/pendulo.php>>. Acesso em: 30 de julho de 2012.

GEF. Disponível em: <<http://www.ufsm.br/gef/MHS/mhs05.pdf>>. Acesso em: 30 de julho de 2012.

Universidade Federal de Minas Gerais – ICEX. Departamento de Física. Disponível em: http://www13.fisica.ufmg.br/~wag/TRANSF/FM-ECDIST/U15_A42_Oscilacoes_AplicacoesMHS.pdf. Acesso em: 30 de julho de 2012. Acesso em: 30 de julho de 2012.

MELLO, L.A. de. *Tutorial do software Modellus*. Disponível em: <http://www.fisica.ufs.br/ladmello/aula_modellus/>. Acesso em: 30 de julho de 2012.