

Ministério da Educação – MEC  
Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES  
Diretoria de Educação a Distância – DED  
Universidade Aberta do Brasil – UAB  
Programa Nacional de Formação em Administração Pública – PNAP  
Bacharelado em Administração Pública

# **MATEMÁTICA FINANCEIRA E ANÁLISE DE INVESTIMENTOS**

Ernesto Coutinho Puccini



2011

© 2011. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Todos os direitos reservados.

A responsabilidade pelo conteúdo e imagens desta obra é do(s) respectivo(s) autor(es). O conteúdo desta obra foi licenciado temporária e gratuitamente para utilização no âmbito do Sistema Universidade Aberta do Brasil, através da UFSC. O leitor se compromete a utilizar o conteúdo desta obra para aprendizado pessoal, sendo que a reprodução e distribuição ficarão limitadas ao âmbito interno dos cursos. A citação desta obra em trabalhos acadêmicos e/ou profissionais poderá ser feita com indicação da fonte. A cópia desta obra sem autorização expressa ou com intuito de lucro constitui crime contra a propriedade intelectual, com sanções previstas no Código Penal, artigo 184, Parágrafos 1º ao 3º, sem prejuízo das sanções cíveis cabíveis à espécie.

P977m Puccini, Ernesto Coutinho

Matemática financeira e análise de investimentos / Ernesto Coutinho Puccini.  
– Florianópolis : Departamento de Ciências da Administração / UFSC; [Brasília] :  
CAPES : UAB, 2011.  
204p. : il.

Bacharelado em Administração Pública

Inclui bibliografia

ISBN: 978-85-7988-130-5

1. Matemática financeira. 2. Investimentos – Análise. 3. Educação a distância. I.  
Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Brasil). II. Universi-  
dade Aberta do Brasil. III. Título.

CDU: 51-77:336

*Catálogo na publicação por: Onélia Silva Guimarães CRB-14/071*

**PRESIDENTA DA REPÚBLICA**

*Dilma Vana Rousseff*

**MINISTRO DA EDUCAÇÃO**

*Fernando Haddad*

**PRESIDENTE DA CAPES**

*Jorge Almeida Guimarães*

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

REITOR

*Alvaro Toubes Prata*

VICE-REITOR

*Carlos Alberto Justo da Silva*

**CENTRO SÓCIO-ECONÔMICO**

DIRETOR

*Ricardo José de Araújo Oliveira*

VICE-DIRETOR

*Alexandre Marino Costa*

**DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS DA ADMINISTRAÇÃO**

CHEFE DO DEPARTAMENTO

*Gilberto de Oliveira Moritz*

SUBCHEFE DO DEPARTAMENTO

*Marcos Baptista Lopez Dalmau*

**DIRETORIA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA**

DIRETOR DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA

*João Carlos Teatini de Souza Clímaco*

COORDENAÇÃO GERAL DE ARTICULAÇÃO ACADÊMICA

*Liliane Carneiro dos Santos Ferreira*

COORDENAÇÃO GERAL DE SUPERVISÃO E FOMENTO

*Grace Tavares Vieira*

COORDENAÇÃO GERAL DE INFRAESTRUTURA DE POLOS

*Joselino Goulart Junior*

COORDENAÇÃO GERAL DE POLÍTICAS DE INFORMAÇÃO

*Adi Balbinot Junior*

**COMISSÃO DE AVALIAÇÃO E ACOMPANHAMENTO – PNAP**

Alexandre Marino Costa  
Claudinê Jordão de Carvalho  
Eliane Moreira Sá de Souza  
Marcos Tanure Sanabio  
Maria Aparecida da Silva  
Marina Isabel de Almeida  
Oreste Preti  
Tatiane Michelon  
Teresa Cristina Janes Carneiro

**METODOLOGIA PARA EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA**

Universidade Federal de Mato Grosso

**COORDENAÇÃO TÉCNICA – DED**

Soraya Matos de Vasconcelos  
Tatiane Michelon  
Tatiane Pacanaro Trinca

**AUTOR DO CONTEÚDO**

Ernesto Coutinho Puccini

**EQUIPE DE DESENVOLVIMENTO DE RECURSOS DIDÁTICOS CAD/UFSC**

Coordenador do Projeto  
*Alexandre Marino Costa*

Coordenação de Produção de Recursos Didáticos  
*Denise Aparecida Bunn*

Supervisão de Produção de Recursos Didáticos  
*Érika Alessandra Salmeron Silva*

Designer Instrucional  
*Denise Aparecida Bunn*  
*Claudia Leal Estevão Brites Ramos*  
*Silvia dos Santos Fernandes*

Auxiliar Administrativo  
*Stephany Kaori Yoshida*

Capa  
*Alexandre Noronha*

Ilustração  
*Adriano Schmidt Reibnitz*

Projeto Gráfico e Editoração  
*Annye Cristiny Tessaro*

Revisão Textual  
*Claudia Leal Estevão Brites Ramos*

## PREFÁCIO

Os dois principais desafios da atualidade na área educacional do País são a qualificação dos professores que atuam nas escolas de educação básica e a qualificação do quadro funcional atuante na gestão do Estado brasileiro, nas várias instâncias administrativas. O Ministério da Educação (MEC) está enfrentando o primeiro desafio com o Plano Nacional de Formação de Professores, que tem como objetivo qualificar mais de 300.000 professores em exercício nas escolas de Ensino Fundamental e Médio, sendo metade desse esforço realizado pelo Sistema Universidade Aberta do Brasil (UAB). Em relação ao segundo desafio, o MEC, por meio da UAB/CAPES, lança o Programa Nacional de Formação em Administração Pública (PNAP). Esse programa engloba um curso de bacharelado e três especializações (Gestão Pública, Gestão Pública Municipal e Gestão em Saúde) e visa colaborar com o esforço de qualificação dos gestores públicos brasileiros, com especial atenção no atendimento ao interior do País, por meio de Polos da UAB.

O PNAP é um programa com características especiais. Em primeiro lugar, tal programa surgiu do esforço e da reflexão de uma rede composta pela Escola Nacional de Administração Pública (ENAP), pelo Ministério do Planejamento, pelo Ministério da Saúde, pelo Conselho Federal de Administração, pela Secretaria de Educação a Distância (SEED) e por mais de 20 Instituições Públicas de Ensino Superior (IPESs), vinculadas à UAB, que colaboraram na elaboração do Projeto Político-Pedagógico (PPP) dos cursos. Em segundo lugar, este projeto será aplicado por todas as IPESs e pretende manter um padrão de qualidade em todo o País, mas abrindo margem para que cada IPES, que ofertará os cursos, possa incluir assuntos em atendimento às diversidades econômicas e culturais de sua região.

Outro elemento importante é a construção coletiva do material didático. A UAB colocará à disposição das IPESs um material didático mínimo de referência para todas as disciplinas obrigatórias e para algumas optativas. Esse material está sendo elaborado por profissionais experientes da área da Administração Pública de mais de 30 diferentes instituições, com apoio de equipe multidisciplinar. Por último, a produção coletiva antecipada dos materiais didáticos libera o corpo docente das IPESs para uma dedicação maior ao processo de gestão acadêmica dos cursos; uniformiza um elevado patamar de qualidade para o material didático e garante o desenvolvimento ininterrupto dos cursos, sem as paralisações que sempre comprometem o entusiasmo dos estudantes.

Por tudo isso, estamos seguros de que mais um importante passo em direção à democratização do Ensino Superior público e de qualidade está sendo dado, desta vez contribuindo também para a melhoria da gestão pública brasileira.

*Celso José da Costa*  
*Diretor de Educação a Distância*  
*Coordenador Nacional da UAB*  
*CAPES-MEC*

# SUMÁRIO

Apresentação.....	9
-------------------	---

## **Unidade 1** – Conceitos Fundamentais de Matemática Financeira

Conceitos Fundamentais de Matemática Financeira .....	13
Elementos Básicos .....	13
Fluxo de Caixa .....	20
Taxa de Juros .....	24

## **Unidade 2** – Regime de Juros Simples (Capitalização Simples)

Regime de Juros Simples (Capitalização Simples) .....	33
Conceitos e Fórmulas Básicas .....	33
Taxas de Juros Proporcionais e Equivalentes .....	41
Taxas Proporcionais.....	41
Taxas Equivalentes .....	42
Descontos em Regime de Juros Simples .....	45
Conceito de Desconto.....	45
Desconto Racional (Por Dentro).....	47
Desconto Comercial (Desconto Bancário, ou Por Fora).....	53
Custo Efetivo do Desconto Comercial Simples.....	57
Equivalência de Capitais .....	59
Equivalência de Fluxos de Caixa .....	60
Equivalência de Fluxos de Caixa em Desconto Racional .....	61
Equivalência de Fluxos de Caixa em Desconto Comercial .....	62

## **Unidade 3** – Regime de Juros Compostos

Regime de Juros Compostos .....	71
Fórmulas Básicas .....	72
Capitalização e Descontos .....	75
Taxas de Juros em Regime de Juros Compostos.....	79
Desconto em Juros Compostos.....	85
Valor Presente de um Fluxo de Caixa .....	87
Taxa Interna de Retorno de um Fluxo de Caixa.....	90

Equivalência de Fluxos de Caixa .....	91
---------------------------------------	----

#### **Unidade 4 – Rendas, ou Anuidades**

Rendas, ou Anuidades .....	101
Classificação das Rendas .....	103
Nomenclatura Adotada.....	105
Equivalências Básicas em Rendas .....	106
Rendas Postecipadas e Imediatas.....	107
Rendas Postecipadas e Diferidas .....	113
Rendas Antecipadas e Imediatas.....	118
Rendas Fracionárias: a questão da taxa de juros .....	124

#### **Unidade 5 – Sistemas de Amortização**

Sistemas de Amortização .....	131
Sistema de Prestação Constante (SPC) .....	132
Sistemas de Amortização Constante (SAC) .....	148

#### **Unidade 6 – Avaliação Econômica de Projetos de Investimento**

Avaliação Econômica de Projetos de Investimento .....	161
Dados Básicos para o Estudo dos Projetos .....	163
Métodos de Análise .....	165
Análise Comparativa dos Métodos .....	171

#### **Unidade 7 – Inflação e Correção Monetária**

Inflação e Correção Monetária .....	183
Índice de Preços .....	184
Índice e Taxa de Inflação ou de Correção Monetária .....	186
Taxas de Juros Aparente e Real .....	188
Índice de Correção Monetária como Inflator e como Deflator .....	191
Financiamentos com Correção Monetária .....	193

Considerações finais.....	201
---------------------------	-----

Referências.....	203
------------------	-----

Minicurriculo .....	204
---------------------	-----

# APRESENTAÇÃO

Caro estudante,

Ao iniciar os estudos da disciplina *Matemática Financeira e Análise de Investimentos*, algumas perguntas inevitavelmente passam pela sua cabeça: qual o campo de aplicação desta disciplina? Qual a sua utilidade prática? Ela fará alguma diferença em minha vida?

Bem, o campo de aplicação desta disciplina é bastante amplo, pois suas técnicas são necessárias em operações de financiamento de quaisquer naturezas: crédito a pessoas físicas e a empresas, financiamentos habitacionais, crédito direto ao consumidor e outras. Essas técnicas financeiras são também úteis quando você tem de se decidir entre investimentos alternativos. Nessas situações, é o uso dessas técnicas que permite conhecer os custos e os eventuais benefícios dessas operações, possibilitando tomadas de decisão mais racionais. Em gestão de negócios públicos ou privados seu conhecimento é absolutamente imprescindível, uma vez que os custos dos financiamentos dados e recebidos e boas decisões de investimento são peças centrais do sucesso da gestão.

Este livro pretende ajudá-lo a desvendar essas técnicas para que você possa gerir os seus interesses financeiros e os da sua organização com racionalidade e eficiência.

A primeira Unidade do livro é dedicada ao conhecimento da nomenclatura a ser utilizada ao longo do texto, à explicitação das principais variáveis, cujas relações também são estudadas ao longo do livro, à conceituação de taxa de juros e ao estudo do conceito de fluxo de caixa.

A segunda Unidade estuda o regime de capitalização simples, e a terceira Unidade, o regime de capitalização composta. Para esses dois regimes de capitalização, estudamos: as relações fundamentais

entre suas variáveis, questões relativas às taxas de juros, operações de descontos e equivalência de capitais. Vamos introduzir também o conceito de valor presente líquido e de taxa interna de retorno de um fluxo de caixa (este apenas para capitalização composta).

A quarta Unidade estuda as anuidades, ou rendas: sua definição, classificação e principais modelos. Para esses modelos, evidenciamos as relações de equivalência existentes entre os pagamentos (recebimentos) da renda, os seus valores presente e futuro e as demais variáveis envolvidas. Essa Unidade é introdutória ao estudo dos Sistemas de Amortização Constantes da próxima Unidade.

A quinta Unidade estuda os principais sistemas de amortização de dívidas que têm vasta aplicação prática. Nela damos especial atenção aos modelos de prestação constante e de amortização constante por sua relevância na vida cotidiana.

A sexta Unidade apresenta os princípios básicos das principais técnicas quantitativas de apoio às decisões de investimento de capital. A qualidade da decisão de investimento nos setores público e privado é garantia de maximização da produtividade nacional. O setor privado pauta suas decisões pela maximização da lucratividade do capital e o setor público leva em conta fundamentalmente os retornos sociais dos projetos. Em consequência, os métodos de apoio à decisão são diferentes e esta Unidade estudará os critérios econômicos de apoio à decisão de investimento.

A sétima Unidade introduz o estudo da correção monetária de valores financeiros. O conhecimento de suas técnicas é importante porque a correção monetária se aplica a praticamente todos os contratos com duração superior a um ano.

No decorrer dos estudos lhe sugeriremos atividades complementares – situações práticas e exemplos – com a finalidade de facilitar seu aprendizado. Esperamos que você tenha sucesso nos estudos a que se propôs fazer ao iniciar esta disciplina. Nossos votos de um bom percurso!

*Professor Ernesto Coutinho Puccini*

# UNIDADE 1

## CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE APRENDIZAGEM

Ao finalizar esta Unidade, você deverá ser capaz de:

- ▶ Identificar as variáveis envolvidas no estudo da Matemática Financeira;
- ▶ Conhecer a nomenclatura a ser utilizada na disciplina;
- ▶ Conhecer a equação fundamental da Matemática Financeira;
- ▶ Construir fluxos de caixa de operações financeiras; e
- ▶ Conceituar taxa de juros.



# CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

Prezado estudante,

A primeira Unidade deste livro lhe apresentará a nomenclatura que será utilizada na disciplina e alguns conceitos iniciais que serão centrais no desenvolver das suas atividades, com ênfase para: equação básica da Matemática Financeira, fluxo de caixa e taxa de juros.

Bons estudos!

Para facilitar seu aprendizado inicial nesta disciplina, você deve dominar com segurança os seguintes assuntos:

- ▶ álgebra elementar; e
- ▶ funções e sua representação gráfica.

## ELEMENTOS BÁSICOS

A Matemática Financeira é um corpo de conhecimento que estuda a mudança de valor do dinheiro com o decurso de tempo; para isso, cria modelos que permitem avaliar e comparar o valor do dinheiro em diversos pontos do tempo. Antes de iniciar o seu estudo, é necessário estabelecer uma linguagem própria para designar as variáveis que serão estudadas. Os elementos básicos do estudo desta disciplina serão inicialmente vistos por meio de uma situação prática para, na sequência, serem definidos.



Caso você tenha alguma dificuldade com esses pontos, faça uma revisão prévia. O portal *Só Matemática* é excelente para orientar o aprendizado de matemática em nível médio e superior. Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br/index2.php>>. Acesso em: 20 jun. 2011.



Assista a um vídeo sobre relações de equivalência na Matemática Financeira em: <<http://www.youtube.com/watch?gl=BR&hl=pt&v=O17pf3i31uE>>. Acesso em: 27 jul. 2011.

A **Matemática Financeira** reconhece que o dinheiro tem valor no tempo. É intuitivo entender que \$ 100,00 em seu bolso hoje tenham mais valor do que \$ 100,00 que chegarão às suas mãos daqui a seis meses.

### Situação prática 1.1

Você necessita de \$ 50.000,00 para atender a uma necessidade financeira. Um banco lhe propõe um empréstimo nesse valor que deverá ser pago após três meses; o banco depositará \$ 50.000,00 em sua conta e você pagará a ele \$ 60.000,00 ao final desse período.

Essa situação permite a você, estudante, identificar os elementos básicos que serão estudados em *Matemática Financeira e Análise de Investimento*. Nessa situação, você pode ver que:

- ▶ existiu uma transação financeira entre o banco (agente credor) e o cliente (agente devedor) que será denominada de operação financeira;
- ▶ essa operação financeira tem um valor inicial de \$ 50.000,00 que será denominado de capital e um valor final de \$ 60.000,00 que será denominado montante e teve uma duração de três meses;
- ▶ há uma diferença entre o montante e o capital que será denominada juro da operação. Esse juro será um custo para você e uma remuneração para o banco; e
- ▶ existe um agente que empresta o dinheiro que é denominado credor e existe um agente que toma o dinheiro emprestado que é denominado devedor.

*O estudo da Matemática Financeira exige a definição precisa dos seus termos, o que é proposto a você nas próximas páginas.*

Faça a leitura do texto *Oferta e demanda de moeda* disponível em: <[http://www.proativams.com.br/files\\_aberto/LC11.doc](http://www.proativams.com.br/files_aberto/LC11.doc)>. Acesso em: 27 jul. 2011. Eleia o tópico *Nomenclatura* disponível em: <[http://www.proativams.com.br/files\\_aberto/Leiturascomplementares1.doc](http://www.proativams.com.br/files_aberto/Leiturascomplementares1.doc)>. Acesso em: 27 jul. 2011.

## Capital

Capital (C) é o valor inicial de uma operação financeira expresso em unidades monetárias. Esse valor inicial pode ser:

- ▶ numerário ou depósitos bancários disponíveis;
- ▶ valor de um título de dívida no início de um processo financeiro; e
- ▶ valor de ativos físicos (prédios, máquinas, veículos e outros) no início de um processo financeiro.

Observe que na **Situação prática 1.1**, o capital corresponde ao valor de \$ 50.000,00.

Para que a caracterização de outras noções básicas importantes seja feita com clareza, o capital será visto como um ativo que pode ser cedido por um agente econômico a outro mediante condições previamente estabelecidas.

## Operação Financeira

Operação financeira é o ato econômico pelo qual determinado agente possuidor de capital (C) – denominado credor – transfere esse capital (C) a outro agente econômico – denominado tomador – mediante condições previamente estabelecidas, que normalmente envolvem:

- ▶ a remuneração paga pelo tomador ao credor pela utilização do capital (C);

- ▶ os prazos e as formas de devolução do capital (C) e da remuneração acordada; e
- ▶ as garantias de pagamento que o tomador apresentará ao credor.

Este livro estudará os dois primeiros itens, mas não abordará a questão das garantias.

A operação financeira é usualmente formalizada por meio de um documento que, genericamente, será denominado de título de crédito.

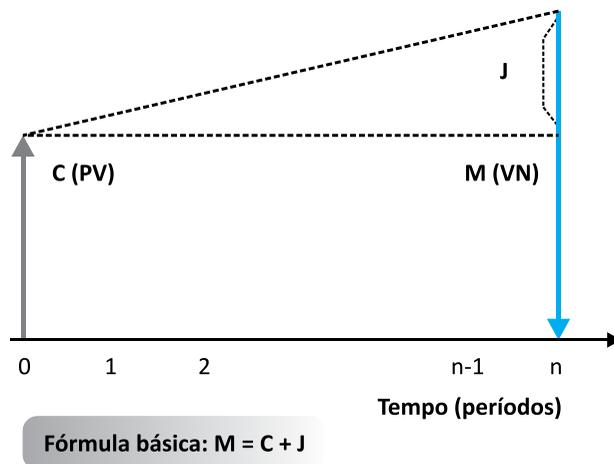


Figura 1: Operação financeira  
 Fonte: Elaborada pelo autor deste livro

Considere uma operação financeira em que o credor cede um capital (C) ao tomador por um tempo constituído de (n) períodos unitários ao fim do qual o tomador devolverá ao credor a soma do capital (C) e da remuneração acordada. Essa operação está sintetizada na Figura 1.

A partir da configuração mostrada na Figura 1, podemos definir alguns conceitos básicos desta disciplina.

### Juros, ou Juro

Juro (J) é o valor da remuneração do capital (C) acordado entre o credor e o tomador em uma determinada operação financeira.

## Montante

Montante ( $M$ ) é a soma do capital ( $C$ ) e do juro ( $J$ ) que foi acordado na operação financeira e que é devido ao seu final. Essa definição mostra a você a seguinte relação:

$$M = C + J$$

Essa relação é denominada equação básica da Matemática Financeira.

## Valor Presente

Valor presente ( $PV$ ) é o valor de uma operação financeira na data presente. É um valor intermediário entre o montante ( $M$ ) e o capital ( $C$ ), conforme você pode ver na Figura 2.

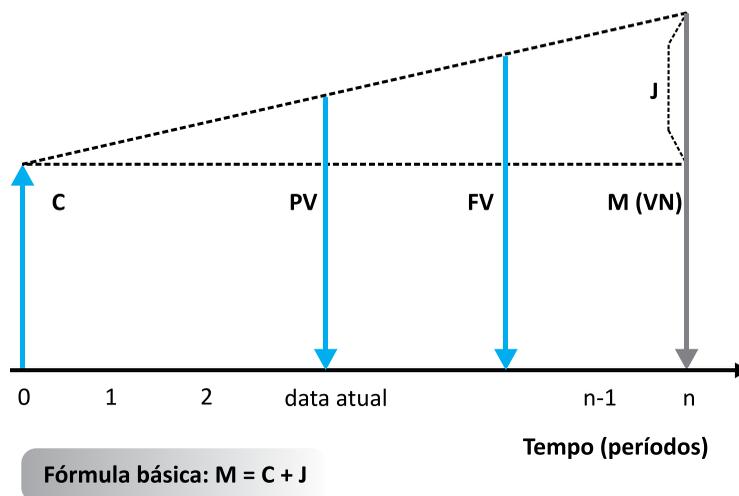


Figura 2: Conceitos e definições básicas  
Fonte: Elaborada pelo autor deste livro

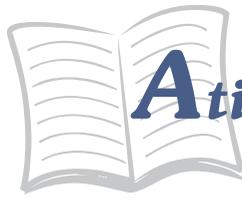
Observe que, para uma operação financeira iniciada hoje, o capital ( $C$ ) e o valor presente ( $PV$ ) coincidem; por essa razão, a expressão valor presente ( $PV$ ) é, frequentemente, utilizada como sinônima de capital ( $C$ ), apesar da diferença conceitual existente.

## Valor Futuro

Valor futuro (FV) é o valor de uma operação financeira em qualquer data compreendida entre a data atual e o vencimento da operação (Figura 2). De modo análogo ao valor presente (PV) e ao capital (C), também o valor futuro (FV) é, frequentemente, tomado como sinônimo de montante (M).

## Valor Nominal

Valor nominal (VN) é o valor de uma operação financeira constante do título de crédito que a documenta. Pode ser tanto o valor inicial, ou capital (C), quanto o valor final, ou montante (M), da operação. Alguns autores adotam a nomenclatura “valor de face” em vez de “valor nominal”. Frequentemente, valor nominal (VN), valor de futuro (FV) e montante (M) são tomados como sinônimos apesar das diferenças conceituais existentes.



## Atividades de aprendizagem

Preparamos para você algumas atividades com o objetivo de reforçar o conteúdo que você estudou na primeira parte desta Unidade. Em caso de dúvida, não hesite em fazer contato com seu tutor.

1. Retorne à **Situação prática 1.1** e identifique cada um dos elementos definidos em uma operação financeira.
2. Escreva com suas próprias palavras o conceito de juro ( $J$ ). Construa um exemplo de uma operação financeira que caracterize bem o conceito.
3. Dê o significado de valor nominal ( $VN$ ). O valor nominal ( $VN$ ) é necessariamente o capital ( $C$ )? Ou o montante ( $M$ )? Por quê?
4. Faça uma distinção entre capital ( $C$ ) e valor presente ( $PV$ ). Crie um exemplo que ilustre adequadamente esses dois conceitos. Por que razão esses conceitos são usualmente vistos como sinônimos?
5. Qual a fórmula básica da Matemática Financeira?
6. Diversos autores dessa área de conhecimento se valem de nomenclaturas distintas. Consulte os autores sugeridos na seção *Referências* deste livro e indique essas diferenças.

## FLUXO DE CAIXA

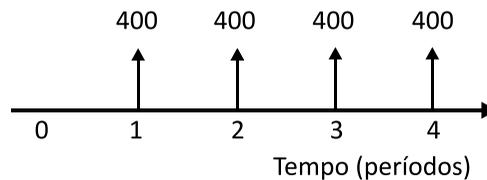
Fluxo de caixa é uma sucessão temporal de entradas e de saídas de dinheiro no caixa de uma entidade, conforme você pode ver na **Situação prática 1.2** que ilustra essa definição.

### Situação prática 1.2

Você entrou numa loja para comprar uma geladeira. O vendedor lhe informa que o preço à vista da geladeira é \$ 1.500,00. Informa também que o pagamento pode ser financiado em quatro parcelas iguais mensais de \$ 400,00.

Você faz a compra e opta pelo financiamento, de modo que terá quatro desembolsos mensais sucessivos de \$ 400,00; esse é o seu “fluxo de caixa” dessa operação. A loja terá quatro entradas mensais de \$ 400,00, sendo esse o fluxo de caixa dela. Tanto para você como para a loja esse fluxo de caixa é equivalente a \$ 1.500,00 na data 0.

Loja: recebimento de 4 pagamentos mensais



Você: 4 pagamentos mensais

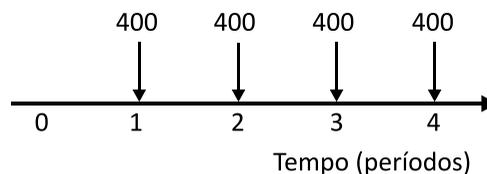


Figura 3: Entradas e saídas de dinheiro no tempo

Fonte: Elaborada pelo autor deste livro

Essas entradas e saídas podem ser representadas por um diagrama, denominado diagrama de fluxo de caixa, como mostrado na Figura 3, na qual estão representadas graficamente as entradas

e as saídas de dinheiro para cada um dos agentes envolvidos. As entradas de caixa são representadas por flechas com orientação positiva e as saídas de caixa por flechas com orientação negativa.

Este livro vai enfatizar o uso de diagramas de fluxo de caixa como instrumento auxiliar para a solução de problemas de Matemática Financeira porque eles são muito úteis para a visualização e o entendimento dos problemas.

Leia o tópico *Representação de fluxos de caixa em forma de tabelas* em *Leituras Complementares 1* disponível em: [http://www.proativams.com.br/files\\_aberto/Leiturascomplementares1.doc](http://www.proativams.com.br/files_aberto/Leiturascomplementares1.doc). Acesso em: 27 jul. 2011.

As convenções utilizadas para a elaboração de gráficos de fluxos de caixa são as seguintes:

- ▶ no eixo horizontal (abscissa) representam-se os períodos de tempo; e
- ▶ no eixo vertical (ordenada) representam-se os valores das entradas e saídas de dinheiro com flechas orientadas, indicativas dos valores considerados:
  - ▶ **Entradas:** flechas com orientação positiva (para cima).
  - ▶ **Saídas:** flechas com orientação negativa (para baixo).

Na Figura 3, temos para:

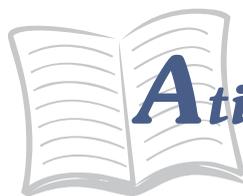
- ▶ **você:** quatro saídas de caixa sucessivas de \$ 400,00 nos tempos  $n = 1$ ,  $n = 2$ ,  $n = 3$  e  $n = 4$  (seu benefício como contrapartida foi a aquisição da geladeira); e
- ▶ **a loja:** quatro pagamentos de \$ 400,00 pela venda que lhe fez da geladeira que equivalem ao valor \$ 1.500,00 à vista.

Os pagamentos mensais de \$ 400,00 são nominalmente iguais, porém, financeiramente distintos, pois se referem a datas diferentes e não são, portanto, comparáveis.

Leia o tópico *Valor do dinheiro no tempo* em *Leituras Complementares 1.2* disponível em: <[http://www.proativams.com.br/files\\_aberto/LC12.doc](http://www.proativams.com.br/files_aberto/LC12.doc)>. Acesso em: 27 jul. 2011.

A Matemática Financeira estuda as inter-relações entre essas diversas variáveis e seus problemas estão basicamente relacionados com entradas e saídas de dinheiro no tempo.

Nunca deixe de considerar que uma operação financeira envolve duas partes (o credor e o tomador) com fluxos de caixa absolutamente simétricos. A que é entrada de caixa para uma das partes, é saída de caixa para a outra e vice-versa; verifique essa simetria no seu fluxo de caixa e no fluxo de caixa da loja na Figura 3.



## Atividades de aprendizagem

Vamos verificar se você está acompanhando os estudos até este momento? Para isso, procure resolver as atividades propostas e, em seguida, discuta as soluções encontradas com seus colegas nos *chats*.

7. Você financiou a compra de um eletrodoméstico, cujo valor à vista é \$ 2.500,00, em quatro prestações mensais, sucessivas, iguais, no valor de \$ 650,00 cada uma, vencendo a primeira em 30 dias da data da compra. Construa o seu fluxo de caixa dessa operação.
8. Um banco concedeu um empréstimo no valor de \$ 2.000,00 por 60 dias a um cliente. Ao final desse prazo, o cliente deverá devolver ao banco o total de \$ 2.250,00.
  - a) Identifique o capital (C), o montante (M) e o juro (J) devidos.
  - b) Construa o fluxo de caixa da operação, observando as convenções dadas.
9. Uma loja vende um eletrodoméstico nas seguintes condições: uma entrada de \$ 200,00 e mais dois pagamentos em 30 e em 60 dias no valor de \$ 250,00 cada. Construa o fluxo de caixa dessa operação para o comprador e para a loja. Compare os dois fluxos de caixa.
10. Um empréstimo no valor de \$ 5.000,00 deve ser pago daqui a três meses, sendo o valor do juro \$ 500,00. Construa os fluxos de caixa para o prestador e para o tomador do empréstimo.
11. Um carro no valor de \$ 25.000,00 foi financiado para pagamento em 12 parcelas iguais e mensais de \$ 2.450,00, vencendo a primeira daqui a um mês. Construa os fluxos de caixa associados ao financiador e ao financiado.

## TAXA DE JUROS

*Este tópico se propõe a apoiá-lo no entendimento do conceito de taxa de juros, que representa o custo financeiro do dinheiro. Uma vez mais utilizaremos uma situação prática concreta para que você seja levado a perceber a necessidade de mecanismos de comparação entre situações semelhantes, mas não iguais. Vamos a ela!*

### Situação prática 1.3

Uma organização necessita de capital para atender às necessidades do seu negócio e tem em mãos duas propostas feitas por bancos:

- ▶ uma para receber \$ 150.000,00 hoje e pagar \$ 170.000,00 após quatro meses; e
- ▶ outra para receber \$ 145.000,00 hoje e pagar \$ 163.000,00 daqui a quatro meses.

Imagine que as duas propostas atendam às necessidades da organização e se pergunte: qual a melhor proposta?

O juro da primeira proposta é de \$ 20.000,00, enquanto que o juro da segunda proposta é \$ 17.000,00. Esses números, que espelham o total do juro a ser pago, são números absolutos e, portanto, não são diretamente comparáveis porque suas bases iniciais são diferentes (\$ 150.000,00 e \$ 145.000,00); assim, torna-se difícil verificar qual a melhor das duas propostas.

*Nesta Unidade serão tratados alguns conceitos que o ajudarão a fazer esse julgamento. Vamos a eles!*

## Definição de Taxa de Juros

O custo do dinheiro nos mercados financeiros é dado pela taxa de juros ( $i$ ) que representa o custo de cada unidade de capital ( $C$ ) por unidade de tempo. Assim:

A taxa de juros ( $i$ ), expressa em forma unitária, é a relação entre o juro ( $J$ ) gerado numa operação financeira e o capital ( $C$ ) nela empregado; observe que essa taxa de juros está relacionada com a duração da operação financeira.

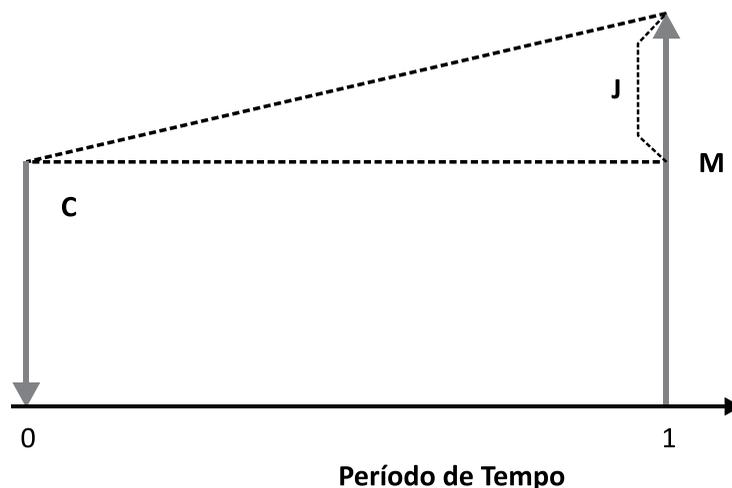


Figura 4: Definição de taxa de juros  
Fonte: Elaborada pelo autor deste livro

Denomine de juro ( $J$ ) o valor do juro gerado por um capital ( $C$ ) em um determinado período unitário de tempo, conforme você pode ver na Figura 4; a taxa de juros para essa unidade de tempo, expressa em forma unitária, é definida como:

$$i = \frac{J}{C} \text{ ap} \quad (1.1)$$

ap = ao período (unitário de tempo)

Essa taxa de juros ( $i$ ) pode ser expressa também em forma percentual, bastando ajustar a fórmula.

$$i = \frac{J}{C} * 100\% \text{ ap} \quad (1.2)$$

Os números que expressam a taxa de juros são acompanhados de uma expressão que indica a temporalidade da taxa. Essas expressões são abreviadas da seguinte forma:

- ▶ **ad** – ao dia;
- ▶ **am** – ao mês;
- ▶ **ab** – ao bimestre;
- ▶ **at** – ao trimestre;
- ▶ **aq** – ao quadrimestre;
- ▶ **as** – ao semestre; e
- ▶ **aa** – ao ano.

### Exemplo 1.1

Um capital (C) de \$ 500,00 rende juros de \$ 10,00 em dois meses. Qual a taxa de juros (i)?

### Solução

A resposta vem da própria definição de taxa de juros (i) e dos dados, a saber:

$$C = \$ 500,00 \quad J = \$ 10,00$$

Aplicando as fórmulas da taxa de juros (i) (1.1 e 1.2), temos:

$$i = \frac{J}{C} = \frac{10,00}{500,00} =$$

$$i = 0,02 \text{ ab (ao bimestre)} \quad \text{Forma unitária}$$

$$i = \left(\frac{J}{C}\right) \times 100 = \left(\frac{10,00}{500,00}\right) * 100 =$$

$$i = 2\% \text{ ab (ao bimestre)} \quad \text{Forma percentual}$$

Com essas definições, retome a **Situação prática 1.3** e procure verificar qual o custo de cada proposta.

## ▶ Primeira proposta:

O juro (J) devido é:

$$J = M - C = 170.000,00 - 150.000,00 = \$ 20.000,00$$

E a taxa de juros (i) proposta pode ser assim calculada:

$$i = \frac{J}{C} = \frac{20.000,00}{150.000,00} = 0,1333 \text{ aq ou}$$

$$i = \frac{J}{C} = \frac{20.000,00}{150.000,00} * 100 = 13,33\% \text{ aq (ao quadrimestre)}$$

## ▶ Segunda proposta:

O juro (J) devido é:

$$J = M - C = 163.000,00 - 145.000,00 = \$ 18.000,00$$

E a taxa de juros (i) proposta pode ser assim calculada:

$$i = \frac{J}{C} = \frac{18.000,00}{145.000,00} = 0,1241 \text{ aq (ao quadrimestre) ou}$$

$$i = \frac{J}{C} = \frac{18.000,00}{145.000,00} * 100 = 12,41\% \text{ aq (ao quadrimestre)}$$

Então, o custo do dinheiro para a primeira proposta é 13,33% aq e para a segunda proposta é 12,41% aq. A comparação é agora direta e imediata e o levaria a escolher a segunda proposta por ser a mais barata.

Observe que a unidade de tempo utilizada é o quadrimestre, ou quatro meses.

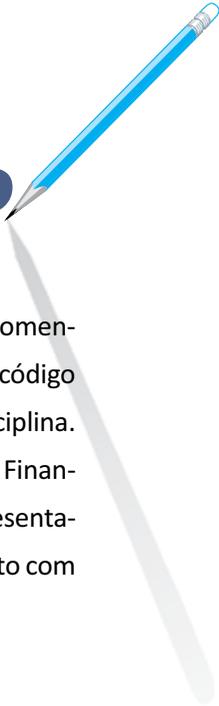


## Atividades de aprendizagem

Agora é hora de verificar se você está acompanhando tudo até aqui. Para tal, resolva as atividades propostas.

12. O Banco Alfa emprestou a Francisco Silva a importância de \$ 10.000,00 por 90 dias. Ao final desse prazo, Francisco deverá devolver ao banco um total de \$ 10.800,00.
  - c) Determine a taxa de juros (i) da operação em suas formas unitária e percentual.
  - d) Qual seria a taxa de juros (i) se a operação fosse feita com um prazo de 30 dias?
13. Um banco emprestou a um cliente \$ 5.000,00 por um prazo de 120 dias a uma taxa de juros (i) de 10% aq (ao quadrimestre). Que montante (M) esse cliente deverá pagar ao final da operação?
14. Um banco empresta a seu cliente \$ 7.500,00 a uma taxa de juros (i) convencionada de 12% aq (ao quadrimestre). Esse empréstimo deverá ser pago de uma só vez ao final de quatro meses. Determine o montante (M) a ser pago.
15. Um empréstimo feito por um período de oito meses a uma taxa de juros (i) de 25% determinou um montante (M) de \$ 800,00. Qual o valor do capital originário?

# Resumindo



Nesta Unidade colocamos você em contato com a nomenclatura básica desta disciplina, permitindo-lhe o domínio do código básico de comunicação que será utilizado ao longo da disciplina. Você também aprendeu a equação básica da Matemática Financeira e o conceito de fluxo de caixa, as formas de sua representação e sua classificação. Na sequência, você entrou em contato com a definição de taxa de juros ( $i$ ).

*Você fez as leituras do texto-base e dos textos complementares, executou as atividades, resolveu os exercícios propostos e entendeu perfeitamente todos os pontos? Se não, retorne aos pontos não compreendidos ou não lidos ou ainda às atividades e aos exercícios não executados até que você tenha a certeza de estar dominando completamente as ideias e os conceitos desenvolvidos. Se você já fez isso, você está de parabéns. Como resultado do seu esforço, você conheceu na Unidade 1 a nomenclatura básica da disciplina. Aprendeu ainda a noção de valor de dinheiro no tempo, a equação básica da Matemática Financeira, o conceito de fluxo de caixa e as formas de sua representação e a definição de taxa de juros ( $i$ ) – que é o custo do dinheiro. Portanto, você está apto a iniciar a segunda Unidade da disciplina.*



## ***Respostas das atividades de aprendizagem***

12. a) 0,08 at; 8% at e b) 0,08 am; 8% am

13.  $M = \$ 5.500,00$

14.  $M = \$ 8.400,00$

15.  $C = \$ 640,00$