

## TECNOLOGIA DA EDUCAÇÃO - APLICAÇÕES DA EQUAÇÃO DE BERNOULLI

### META

Aplicar a metodologia educacional “Tecnologia da Educação” em uma aula sobre o tema Equação de Bernoulli. Produzir experiências lúdicas sobre o tema “Princípio e a Equação de Bernoulli e suas aplicações”. Trazer para discussão o papel dos textos de divulgação científica no ensino de física.

### OBJETIVOS

Ao final desta aula, o aluno deverá:

Fazer uma breve introdução sobre a metodologia educacional “Tecnologia da Educação” e mostrar como ela se aplica em uma aula sobre o tema Equação de Bernoulli. Fazer com que os alunos observem (experimentem) que um fluido possui energia cinética e potencial. Que eles percebam que a equação de Bernoulli nada mais é do que a equação da conservação da energia. Que eles vejam a conexão entre estes conceitos matemáticos e a vida real (Engenharia).

### PRÉ-REQUISITOS

Os alunos devem ter cursado as disciplinas física A e B.

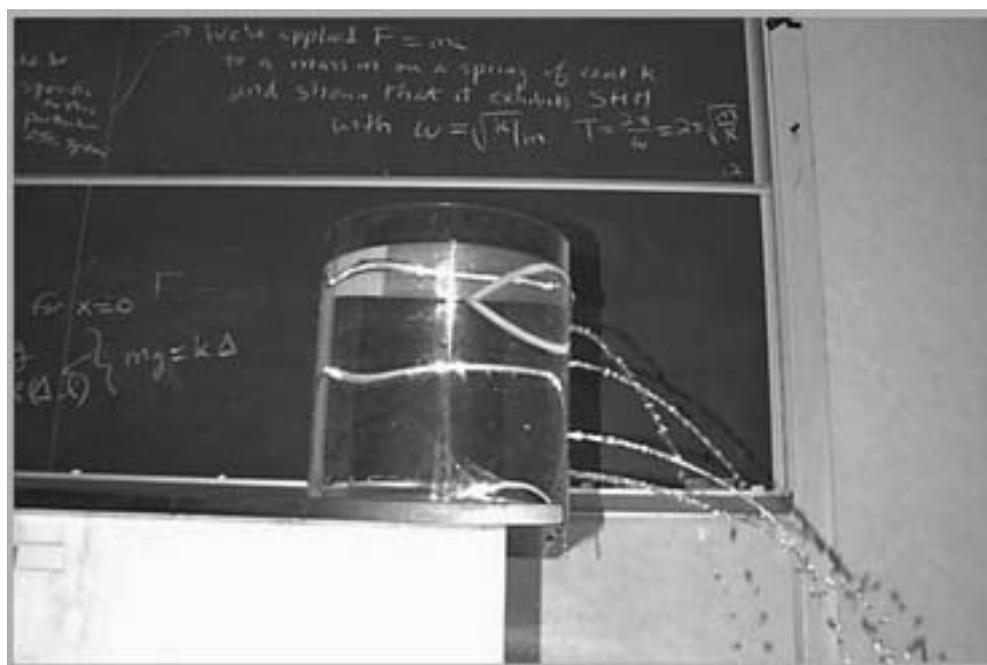


Jacob Bernoulli era irmão de Johann Bernoulli e tio de Daniel Bernoulli, uma família de matemáticos. Numa disputa matemática com seu irmão Johann, inventou o cálculo das variações. Também trabalhou na Teoria da Probabilidade, na distribuição de Bernoulli, na equação diferencial de Bernoulli, além de os números de Bernoulli terem sido denominados por ele. (Fontes: <http://www.mathematik.ch>)

### INTRODUÇÃO

Uma das grandes dificuldades no ensino é a avaliação. Como, por que e para que avaliar. Vimos na aula passada que o professor Araújo e colaboradores tiveram que avaliar de alguma forma quais eram as principais dificuldades que os alunos do 2º grau possuem ao interpretar gráficos da cinemática. Para isso eles usaram um conjunto de testes denominado de TUK-G. Em seguida aplicaram um conjunto de atividades e aulas no sentido de se sanar essas dificuldades. Para avaliar se o processo foi eficiente eles aplicaram de novo o conjunto de testes. Como dissemos, lá, essa abordagem educacional está baseada na metodologia da Tecnologia da Educação.

Entende-se por tecnologia da educação a aplicação sistemática de conhecimentos científicos à solução de problemas da educação (Ofiesh, 1971). A tecnologia da educação está associada à ciência da aprendizagem (Lumsdaine, 1964). Apesar da tecnologia da educação derivar de diversas áreas científicas, assume especial importância a edificação de uma tecnologia da educação fundamentada em três áreas do conhecimento, distintas em relação às suas origens, mas inter-relacionadas: Psicologia, Teoria de sistemas e teoria da comunicação.



Uma aplicação interessante das equação de Bernoulli é através mecânica dos fluidos observada pela torre de Torricelli.

(Fontes: <http://www.lip.pt>)

## TECNOLOGIA DA EDUCAÇÃO

A tecnologia da educação apresentada aqui é a desenvolvida pelo professor Dib [1], onde ele desenvolveu um sistema de aprendizagem em Física. Como consequência, os seguintes princípios da tecnologia da educação podem ser considerados:

- 1º) O desenvolvimento de um sistema de aprendizagem é precedido da especificação do comportamento final esperado, em termos mensuráveis.
- 2º) O comportamento inicial do sujeito é estabelecido em termos mensuráveis, e antes do sujeito ser submetido ao sistema, é verificada a existência dos mesmos através de um teste de Pré-requisitos.
- 3º) O conteúdo do sistema é analisado (análise comportamental), identificando-se generalizações, discriminações, conceitos e encadeamentos.
- 4º) O desenvolvimento da seqüência da aprendizagem leva em conta: a) princípios relativos à modelagem de comportamento; b) participação ativa do aluno; c) realimentação durante a modelagem e no final do processo; d) reforço durante todo o processo; necessidade do sistema ser flexível, auto-suficiente e homeostático; f) comportamento inicial do estudante, compreendendo conhecimentos, experiências, padrões, valores, nível de motivação, etc.
- 5º) A utilização de meios específicos de ensinos (textos, equipamentos, debates, vídeos, simuladores, etc.) é feita em função dos objetivos intermediários e finais.
- 6º) O sistema de aprendizagem é testado e revisto junto a amostras representativas da população à qual se destina, até que o comportamento final seja alcançado.

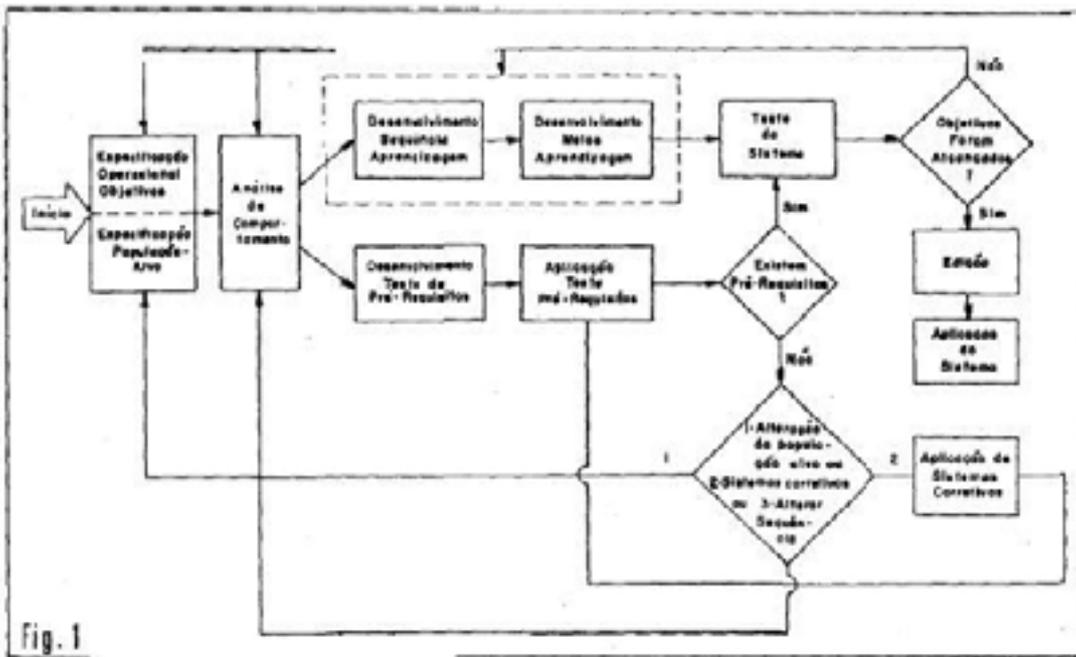


Figura1 – Plano de V e r.  
(Fonte: GEF)

A Figura 1 mostra, de forma esquemática, os principais passos no desenvolvimento de um sistema de aprendizagem, no final do qual deverão estar disponíveis: a) teste de pré-requisito se correspondentes folhas de respostas; b) sistema de aprendizagem, envolvendo textos, material experimental, material complementar, equipamentos, simuladores, filmes cinematográficos, etc.; c) teste final e correspondentes folhas de respostas.

Uma forma de utilização do sistema de aprendizagem acima proposto é indicado na figura 2. Pode-se observar que antes da aplicação do sistema verifica-se, com o emprego do teste final, qual a parcela do comportamento final que o estudante já possui; se o estudante já possui todo o comportamento final; ele será enviado para o sistema seguinte. A aplicação do teste de pré-requisitos possibilitará sanar possíveis lacunas no conhecimento inicial do estudante. Se após a utilização do sistema o estudante não apresentar o desempenho esperado, o sistema deverá ser aplicado novamente, pois o sistema foi testado e revisto, e se o estudante apresenta os pré-requisitos mínimos exigidos, o seu insucesso somente poderá decorrer de razões fortuitas (estado emocional ou físico) ou de condições inadequadas de trabalho.

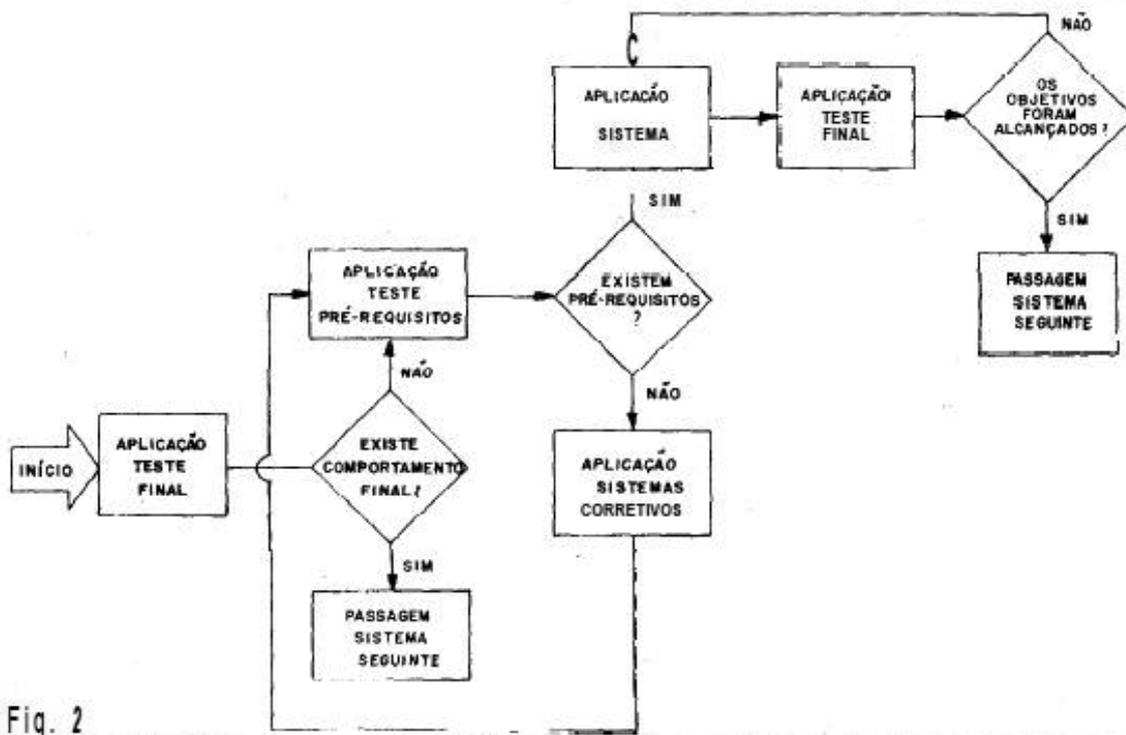


Fig. 2

Figura2 – Corpo rígido.  
(Fonte: GEF).

## ESPECIFICAÇÃO OPERACIONAL DE OBJETIVOS

Como vimos anteriormente, no desenvolvimento de um sistema de aprendizagem, a primeira etapa corresponde à especificação dos objetivos, que deve ser feita em termos que descrevam de forma inequívoca o que o estudante ser capaz de fazer no final da aprendizagem, e dentro de que condições isso deverá ocorrer. Essa especificação possibilitará avaliar o desempenho do estudante e, portanto, avaliar a eficiência do próprio sistema.

Apesar de assemelhar-se a um exame, a especificação operacional de objetivos difere deste em vários aspectos; a) avalia não apenas uma amostra do comportamento final, mas todo o comportamento; b) corresponde a um conjunto de perguntas e respectivas respostas; c) apesar de parecer a um teste, não é um teste no sentido usual; d) não é usado basicamente como um teste; e) usualmente não é objetivo (usualmente não tem a forma de um teste de múltipla escolha).

Na especificação de objetivos, o tecnólogo da educação procura traduzir para a linguagem operacional objetivos especificados de modo pouco preciso. Expressões como compreender, conhecer, apreciar, saber, etc. dão lugar a expressões, identificar, resolver, construir, etc. Corresponde a habilidades do amplo espectro do comportamento humano. Ao invés de se contraporem, cada uma dessas habilidades corresponde a uma dimensão de um espaço comportamental multidimensional. O número de dimensão que deve ser considerado varia em função do objetivo final a ser alcançado.

Enquanto no ensino, como é desenvolvido de modo geral em nossas escolas, determina-se inicialmente qual o conteúdo que será apresentado e quais os procedimentos que serão adotados, para somente no final do processo construir-se um exame para a avaliação da aprendizagem, em uma abordagem tecnológica especifica-se previamente o comportamento final desejado, em seguida, buscam-se procedimentos e os materiais didáticos mais convenientes para se atingir o objetivo. Há, pois, uma inversão no processo.

## FORMAÇÃO DE CONCEITOS

Inúmeros princípios de aprendizagem derivados de experimentos realizados com seres humanos e animais sugerem que no estudo de comportamento relativos à educação é útil considerar quatro elementos básicos: conceitos, generalizações, discriminações e encadeamentos. Será examinado a seguir o primeiro desses componentes, de forma breve, e feita sua aplicação à aprendizagem de física.

Nem sempre discriminamos um estímulo de outro com os quais são confrontados. Muitas vezes estímulos são agrupados e tratados como estímulos equivalentes, conduzindo a mesma resposta. Primeiramente, aprendemos a diferenciar triângulos de quadriláteros. Em seguida, aprendemos

a classificar os quadriláteros e os triângulos entre si. Dizemos que quando a criança discrimina triângulos de quadrados ela demonstra um comportamento conceitual ou, simplesmente, que tem o conceito de triângulo.

Quando uma criança dá o nome de triângulo a diversos tipos de triângulos e a triângulos formados por diferentes materiais e a projeções luminosas com forma de triângulos feitas sobre um anteparo, pode-se afirmar que há generalização dentro da classe de triângulos. Mas somente pode-se dizer que a pessoa tem o conceito de triângulo, se ela não dá a resposta de triângulo quando ela vê um quadrado, retângulo e outras figuras. A aprendizagem do conceito de triângulo envolve generalização dentro da classe dos triângulos (exemplos) como generalizações da classe dos não-triângulos (contra-exemplos), e discriminação entre as mesmas.

A aprendizagem de um conceito envolve a identificação de todos os atributos que caracterizam o conceito, denominados dimensões críticas dos estímulos. A identificação das discriminações é feita através das discriminações entre exemplos e contra-exemplos.

Questão: Dê exemplos e contra-exemplos de referenciais inerciais.

A verbalização de um conceito não garante que uma criança tenha aprendido o conceito. Por outro lado, conforme Carrol [4], uma criança que adquiriu um certo conceito, aprendendo a reconhecer que certos eventos são semelhantes, pode não ser capaz de verbalizar quais os atributos comuns, e pode nem mesmo saber que adquiriu o conceito.

Pode-se verificar facilmente que princípios, afirmações, leis e definições são aprendidos segundo os mesmos procedimentos válidos para conceitos: generalização dentro de classes e discriminação entre classes. Tome como exemplo o princípio de relatividade de Galileo, considerado para o nível universitário básico: As equações da mecânica *Newtoniana* têm a mesma forma em sistemas de referenciais inerciais. A classe de exemplos deve possibilitar a identificação dos termos relevantes da afirmação e compreende os exemplos que mostram que a forma das equações não se altera em sistemas de referenciais inerciais. A classe de contra-exemplos são os referenciais não inerciais, para os quais não vale o princípio.



### ATIVIDADES

#### PRINCÍPIO E EQUAÇÃO DE BERNOULLI ESPECIFICAÇÃO DO PÚBLICO ALVO

Alunos do ensino médio, tanto da rede pública como particular. Estes alunos devem ter estudado a mecânica Newtoniana, o princípio da conservação da energia e fluido estática.

2. Especificação de tarefa.
  - a – Definir um fluido ideal e linha de escoamento.
  - b – Explicar os diferentes tipos de escoamento.
  - c – Aplicar a equação da continuidade para fluídos.
  - d – Deduzir a equação de Bernoulli através das leis de conservação.
  - e – Fazer exercícios.

### 3. Especificação operacional de objetivos

#### Especificação Operacional Relativa ao Item A

Pa – Definir um fluido ideal, linha de escoamento e tubo de escoamento.

Ra – Fluido ideal é um fluido incompressível e que não possui nenhum atrito interno.

Linha de escoamento ou linha de fluxo é a trajetória de uma partícula individual do fluido durante o escoamento.

Tubo de escoamento é um volume imaginário de fluido que contém um certo número de linhas de escoamento que passa por um elemento de área.

#### Especificação Operacional Relativa ao Item B

Pb - Explicar os diferentes tipos de escoamento.

Rb - No escoamento laminar ou no regime laminar o fluido se move em camadas sem que haja mistura de camadas e criação de velocidade. As partículas se movem de forma ordenada, mantendo sempre a mesma posição relativa.

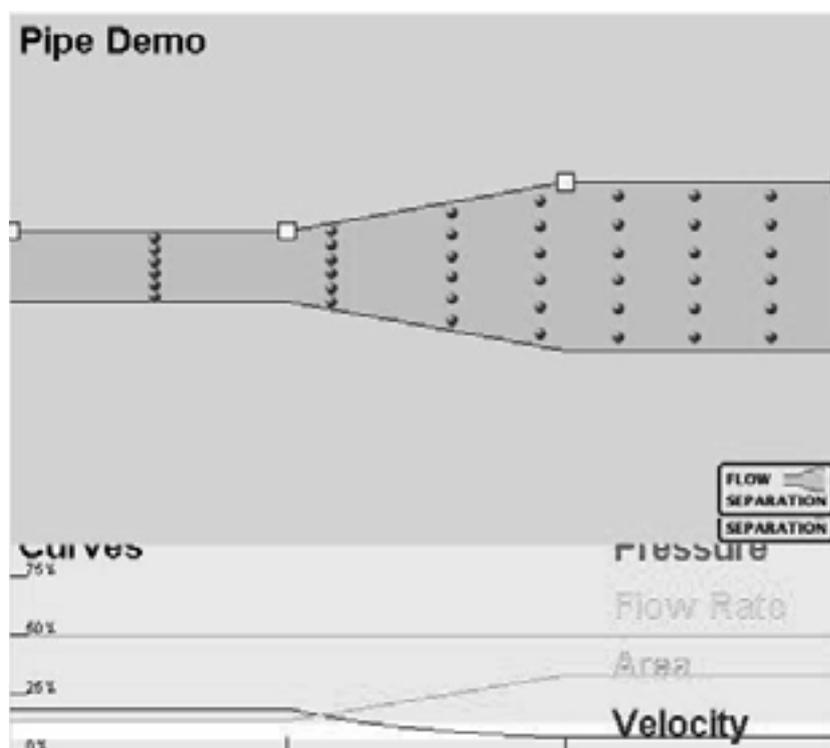


Figura3 – Braço de alavanca.  
(Fonte: Minha figura).

No escoamento turbulento ou no regime turbulento o fluido se move de forma caótica, não existindo fluxo contínuo de partículas. Estas mudam abruptamente de velocidade e de direção.

Especificação Operacional Relativa ao Item C

Pc – Aplicar a equação da continuidade para fluídos.

Rc – Através do princípio da conservação da massa obtêm-se a equação da continuidade.

Massa = densidade x volume

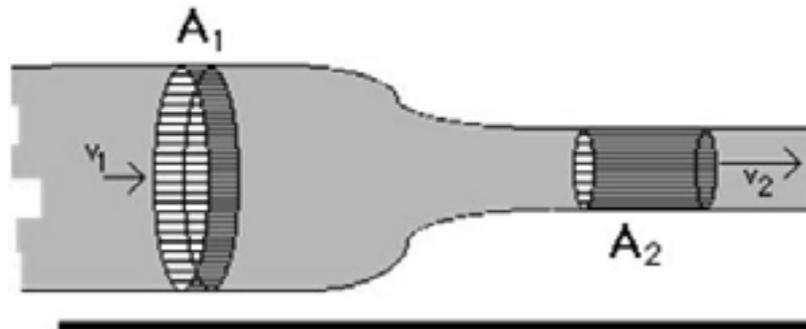


Fig.10.4 – Tubo de escoamento em dois instantes consecutivos.

Se o fluido é ideal então o volume é incompressível e a massa que passa por unidade de tempo através de um elemento de área  $A_1$  tem que ser igual à que passa através do elemento  $A_2$ . Assim, se considerarmos que no instante  $t_1$  o fluido tinha velocidade  $v_1$  e no instante seguinte  $v_2$ , temos:

$$dV_1 = A_1 v_1 dt \rightarrow dV_2 = A_2 v_2 dt \quad (\text{volume})$$

$$\rightarrow dm_1 = \rho A_1 v_1 dt \quad \text{e} \quad dm_2 = \rho A_2 v_2 dt$$

$$\text{Logo, de } dm_1 = dm_2 \rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Se o fluido não for incompressível, então,  $\rho_1 \neq \rho_2$  e

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

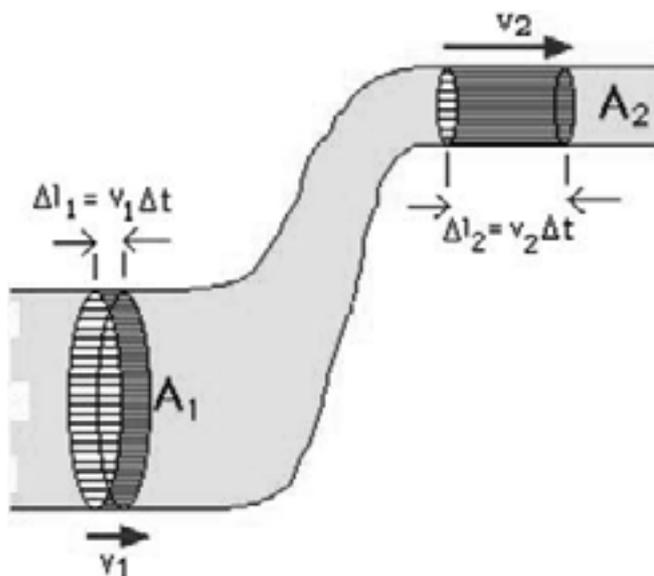


Fig.10.5 – Variação de  $A$  para que  $V$  seja constante.

Especificação Operacional Relativa ao Item D

Pd – Deduzir a equação de Bernoulli através das leis de conservação.

Rd – Consideremos um tubo de escoamento, fig. abaixo, a energia potencial da água muda enquanto ela se move. Enquanto que a água se move, a mudança na energia potencial é a mesma que aquela de um volume  $V$  que se movimentou da posição 1 para a posição 2. A energia potencial da água no resto do tubo é a mesma que a energia potencial da água antes do movimento. Logo, temos que

$$dU = \rho dV g (y_1 - y_2)$$

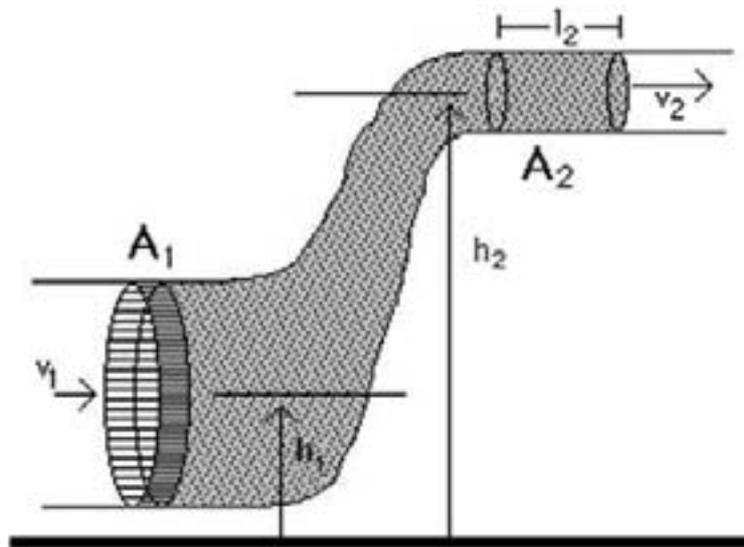


Fig.10.6 - Mudança na energia potencial = massa da água  $\times$  g  $\times$  mudança na altitude.

A energia cinética da água também muda. Novamente, só precisamos achar a mudança na energia cinética em um pequeno volume  $V$ , como se a água na posição 1 fosse substituída pela água na posição 2 (veja a figura acima). A energia cinética da água no resto do tubo é a mesma que a energia cinética antes do movimento. Logo, temos que

$$dK = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \rho V v_2^2 - \frac{1}{2} \rho V v_1^2.$$

Se a força sobre a água na posição 1 é diferente do que a força da água na posição 2, existe um trabalho sobre a água à medida que ela se move. A quantidade de trabalho é  $W = F_1 l_1 - F_2 l_2$ . Mas, força = pressão vezes área, de modo que

$$W = p_1 A_1 l_1 - p_2 A_2 l_2 = p_1 V - p_2 V.$$

O trabalho deve ser igual à mudança na energia. Logo,

$$p_1 V - p_2 V = \rho V g (y_2 - y_1) + \frac{1}{2} \rho V v_2^2 - \frac{1}{2} \rho V v_1^2$$

ou

$$p_1 V + \rho V g y_1 + \frac{1}{2} \rho V v_1^2 = p_2 V + \rho V g y_2 + \frac{1}{2} \rho V$$

Dividindo por  $V$ , temos que

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

ou

$$p + \rho g y + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{constante.}$$

Esta é a equação de Bernoulli. Ela implica que, se um fluido estiver escoando em um estado de fluxo contínuo, então a pressão depende da velocidade do fluido.

Quanto mais rápido o fluido estiver se movimentando, tanto menor será a pressão à mesma altura no fluido.

Especificação Operacional Relativa ao Item E

Pe – Responder as questões E1 e E2 e Resolver os exercícios E3, E4 e E5.



## ATIVIDADES

1. Explique porque a forma de uma asa de avião permite este voar, Efeito asa.

Resolução: A asa de um avião é mais curva na parte de cima. Isto faz com que o ar passe mais rápido na parte de cima do que na de baixo. De acordo com a equação de Bernoulli, a pressão do ar em cima da asa será menor do que na parte de baixo, criando uma força de empuxo que sustenta o avião no ar.

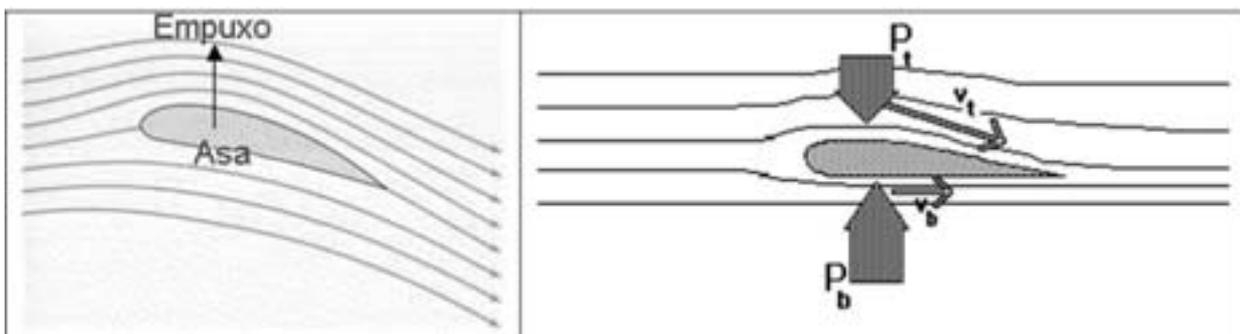


Fig.10.7 – Ilustração do empuxo que o ar cria sobre uma asa de avião em movimento [4]

2. Explique o mecanismo de funcionamento de um vaporizador.

Resolução: Uma bomba de ar faz com que o ar seja empurrado paralelamente ao extremo de um tubo que está imerso em um líquido. A pressão nesse ponto diminui, e a diferença de pressão com o outro extremo do

tubo empurra o fluido para cima. O ar rápido também divide o fluido em pequenas gotas, que são empurradas para frente.

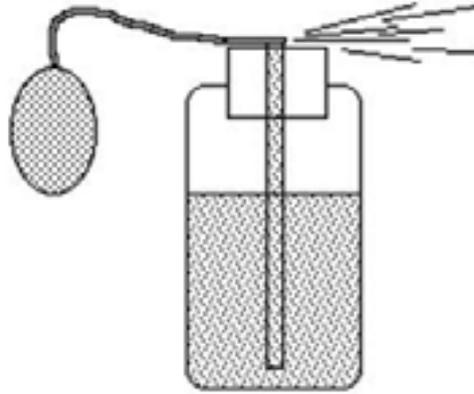


Fig.10.8 – Vaporizador [3]

3. Qual a velocidade média de um fluido que escoar em um tubo de diâmetro interno de 7 mm, em um tempo de 41s?

Resolução: Da equação  $V = A.l$  temos para  $1m^3$  de líquido

$$V = 1 = A.l = (7.10^{-3})^2 \cdot \pi / 4 \rightarrow l = 25984,48 \text{ m}$$

$$\text{Logo, } v = \Delta l / \Delta t = 25984,48 / 41 = 633,76 \text{ m/s}$$

4. Que volume de água sairá, por minuto, de um tanque destapado através de uma abertura de 3cm de diâmetro que está 5m abaixo do nível da água no tanque?

Resolução: Da equação de Bernoulli, com 1 sendo o nível superior e 2 o nível do orifício, temos que  $p_1 = p_2$ ,  $Y_1 = 5m$  e  $Y_2 = 0m$ . Logo

$$\rho_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \rho_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Vamos supor que o tanque é o suficientemente grande de modo que  $v_1 \sim 0 \text{ m/s}$ . Resolvendo para  $v_2$  temos:

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 = \rho g y_1 \rightarrow v_2^2 = 2 g y_1 \rightarrow v_2 = 10 \text{ m/s}$$

E5 – Quanto trabalho  $W$  é feito por uma bomba para elevar  $5m^3$  de água a  $20m$  de altura e forçá-la para dentro de uma canalização principal que está a uma pressão de  $150 \text{ kPa}$ ?

Resolução:  $W = mgh + p.V = (5m^3 \times 1000 \text{ Kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m}) + (1,5 \times 10^5 \text{ N/m}^2) \times (5m^3) = 1,73 \times 10^6 \text{ J}$

## ANÁLISE DO COMPORTAMENTO

### ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO OBJETIVO A

A1 - Fluido ideal é um fluido incompressível e que não possui nenhum atrito interno. (Afirmção conceitual – a ser aprendida)

A2 - Linha de escoamento ou linha de fluxo é a trajetória de uma partícula individual do fluido durante o escoamento. (Afirmção conceitual – a ser aprendida)

A3 - Tubo de escoamento é um volume imaginário de fluido que contém um certo número de linhas de escoamento que passa por um elemento de área.

Análise do Item A1. – Fluido Ideal

EXEMPLOS	CONTRA-EXEMPLOS
1. Derramar suavemente uma garrafa de água através de uma mangueira. Observar que a água escorre quase uniformemente pela mangueira.	1. Derreter uma vela inteira e depois deixe-a escorrer através de uma panela quente. Observe que, devido ao atrito, as partículas de cera vão girando ao escorrer.

### SEQUÊNCIA DE CONTEÚDO RELATIVO AO OBJETIVO A

1. Exemplos e contra-exemplos de fluido ideal.

Conclusão:

Fluido ideal é um fluido em que não há atrito e nem variação de seu volume. É um ente ideal.

2. Comparação de uma trajetória de um elemento de um fluido com de um ponto material da mecânica.

Conclusão:

Linha de escoamento ou linha de fluxo é a trajetória de uma partícula individual do fluido durante o escoamento.

3. Comparação de tubo de escoamento com um vagão de trem que se desloca em um trilho.

Conclusão:

Tubo de escoamento é um volume imaginário de fluido que contém um certo número de linhas de escoamento que passa por um elemento de área.

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO OBJETIVO B**

B1 - No escoamento laminar ou no regime laminar o fluido se move em camadas sem que haja mistura de camadas e criação de velocidade. As partículas se movem de forma ordenada, mantendo sempre a mesma posição relativa. (Afirmção conceitual – a ser aprendida)

B2 - No escoamento turbulento ou no regime turbulento o fluido se move de forma caótica, não existindo fluxo contínuo de partículas. Estas mudam abruptamente de velocidade e de direção. (Afirmção conceitual – a ser aprendida)

Análise do Item B1. – “Tipos de Escoamentos”

EXEMPLOS	CONTRA-EXEMPLOS
1. Derramar suavemente uma garrafa de água através de uma mangueira. Observar que a água escorre quase uniformemente pela mangueira	1. Encha o tanque e destape-o. Observe a água descer até que ela forme redemoinhos. Observe que a água começa a girar e, portanto, a mudar de direção e velocidade.

**SEQÜÊNCIA DE CONTEÚDO RELATIVO AO OBJETIVO B**

1 – Exemplo de fluxo laminar. Comparação de fluxo laminar com um trem a onde todos os vagões estão carregando laminas de madeira ou chapas de metais.

Conclusão:

No escoamento laminar ou no regime laminar o fluido se move em camadas sem que haja mistura de camadas e criação de velocidade.

2 – Exemplo de escoamento turbulento.

Conclusão:

No escoamento turbulento ou no regime turbulento o fluido se move de forma caótica, não existindo fluxo contínuo de partículas. Estas mudam abruptamente de velocidade e de direção.

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO OBJETIVO C**

C1 – Equação da continuidade. (Pré-Requisito).

C2 - Aplicar a equação da continuidade para fluídos. (Conceito a ser aprendido).

Análise do Item C2. – “Aplicar a equação da continuidade para fluídos.”

EXEMPLOS	CONTRA-EXEMPLOS
<p>1. Tomar duas garrafas idênticas. Derramar todo o conteúdo de uma delas na outra através de uma mangueira. Observar que o nível e o peso das garrafas são os mesmos.</p>	<p>1. Tomar duas garrafas idênticas. Derramar todo o conteúdo de uma delas na outra através de uma mangueira. Dessa vez deixe uma parte do conteúdo escorrer para fora da mangueira. Observar que agora o nível e o peso das garrafas não são os mesmos.</p>

### SEQUÊNCIA DE CONTEÚDO RELATIVO AO OBJETIVO C

1 – Exemplos de sistemas conservativos.

Conclusão:

Leis de conservação são uns dos pilares da física.

2 – Dedução da equação da continuidade

Conclusão:

Um fluido obedece à conservação da massa. A velocidade de um fluido depende da seção transversal da região do tubo que ele atravessa.

### ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO OBJETIVO D

D1 – Energia Potencial - PR

D2 – Energia Cinética - PR

D3 – Trabalho - PR

D4 – Conservação da energia - PR

D5 - Deduzir a equação de Bernoulli através das leis de conservação.

(Conceito a ser aprendido).

Análise do Item D5 – “Equação de Bernoulli”

EXEMPLOS	CONTRA-EXEMPLOS
<p>1. Tomar uma mangueira e ligue-a a uma vasilha de água. Eleve a vasilha de água de tal modo que parte da mangueira fique no mesmo nível da vasilha e outra parte ao nível do solo. Observe que quanto maior for a altura da vasilha maior a velocidade com que a água escoar.</p>	<p>1. Refaça o exemplo, tomando uma mangueira que contenha um furo. Verifique que a velocidade final diminui em relação ao exemplo.</p>
<p>2. Tomar uma mangueira e ligue-a a uma vasilha de água. Eleve a vasilha de água de tal modo que parte da mangueira fique no mesmo nível da vasilha e outra parte ao nível do solo. Observe que quanto maior for a altura da vasilha maior a velocidade com que a água escoar.</p>	<p>2. Refaça o exemplo, tomando uma mangueira que contenha um furo. Verifique que a velocidade final diminui em relação ao exemplo.</p>

3. Repita o experimento anterior, só que agora coloque uma bexiga na ponta inferior da mangueira. Observe que quanto maior for a altura da mangueira maior a pressão na bexiga.	3. Refaça o exemplo, tomando uma mangueira que contenha um furo. Verifique que a pressão diminui em relação ao exemplo.
4. Tome um tubo fino e faça um furo na parte superior de uma de suas extremidades, como fosse um cachimbo. Sopre suavemente o canudo e coloque uma bola de pingue e pongue sobre o orifício que sai o ar. Observe que a bola fica flutuando e não sai para os lados.	4. Pegue uma folha de papel e sopra-a, segurando-a firmemente. Verifique que você não consegue fazê-la se afastar da horizontal.

## SEQUÊNCIA DE CONTEÚDO RELATIVO AO OBJETIVO D

- 1 – Os itens D1 até D4 devem ser dados nessa ordem, onde se substitui a massa pela densidade do fluido.
- 2 – O item D4 deve ser a conclusão dos demais itens.

## SEQUÊNCIA DE APRENDIZAGEM

a – Fluido ideal e linha de escoamento.

Começamos considerando o comportamento de um fluido real. Mostramos que o estudo de um fluido necessita de algumas idealizações ou simplificações. Definimos fluido ideal e linha de escoamento.

b – Explicar os diferentes tipos de escoamento.

Explicamos os diferentes tipos de escoamentos e afirmamos que vamos considerar somente o escoamento laminar.

Mandamos os alunos pesquisar na internet filmes que mostram o ar e a água em movimento. Discutimos se há diferenças entre o movimento de fluidos e de pessoas.

c – Aplicar a equação da continuidade para fluidos.

Recordamos algumas das leis da conservação, em especial a lei da conservação da massa. Aplicamos a lei da conservação da massa para um fluido em movimento e deduzimos a equação da continuidade para fluidos.

Fazemos vários exercícios e comparamos a eq. da continuidade com a lei de Gauss e de Faraday (se eles já tiverem eletromagnetismo).

d – Deduzir a equação de Bernoulli através das leis de conservação.

Começamos deduzindo a relação entre pressão e a velocidade em um fluido. Para isto, usamos o teorema do trabalho-energia. Pela definição de trabalho e de pressão chegamos à relação;

$$W = p_1 V - p_2 V = (p_1 - p_2)V.$$

Discutimos como funciona um compressor de ar.

Mostrando que a velocidade do fluido pode variar de um ponto para outro e do teorema da energia cinética obtemos;

$$dK = \frac{1}{2} \rho V v_2^2 - \frac{1}{2} \rho V v_1^2$$

Considerando que o fluido pode passar por regiões com diferentes níveis de altura e pelo teorema da energia potencial obtemos a relação;

$$dU = \rho dVg(y_1 - y_2)$$

[Usando o teorema da conservação da energia total chegamos à equação de Bernoulli

$$\rho + \rho g y + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{constante.}$$

Aqui fazemos vários exercícios e discutimos como essa lei se aplica à descrição do funcionamento de uma bomba d'água, e de um jato de água.  
e – Exercícios e Demonstrações.



### ATIVIDADES

- Faça um sistema de aprendizagem para o MRU

Ludoteca

Tome uma garrafa pet de 750ml de água e prenda uma bexiga de aniversário na sua boca. Vire a garrafa de ponta cabeça e verifique que o peso da água não é o suficiente para vencer a força elástica da borracha da bexiga. Agora, prenda um cano de plástico transparente com aproximadamente meio metro de comprimento na boca da garrafa pet. Vire-a de ponta cabeça e verifique que a energia potencial gravitacional da água é maior que a elástica da bexiga.



### COMENTÁRIOS SOBRE AS ATIVIDADES

O aluno e futuro professor deve ter apresentado um esquema como o abaixo [Batista].

Sistema de aprendizagem para MRU

- Especificação da população alvo: 1º ano de Ensino Médio.

- Especificação de tarefa:

1. Definir o que é uma trajetória retilínea.
2. Dizer o que significa “orientar a trajetória” e reconhecer a sua importância.
3. Estabelecer a diferença entre deslocamento escalar e distância percorrida.
4. Definir velocidade escalar média ( $v_m$ ) e velocidade escalar instantânea ( $v$ ).
5. Definir Movimento Retilíneo Uniforme (MRU).
6. Deduzir a Equação Horária do Movimento.

- Especificação operacional de objetivos:

1. Especificação operacional relacionada à tarefa 1:

O caminho percorrido pelo corpo em linha reta.

2. Especificação operacional relacionada à tarefa 2:

Orientar a trajetória significa determinar uma referência em relação a qual o movimento será descrito. Isso é feito a partir da escolha arbitrária de um ponto como origem (isto é, como marco zero) e de um sentido que será tomado como positivo.

3. Especificação operacional relacionada à tarefa 3:

Deslocamento escalar remete à diferença entre a posição final e a posição inicial. Já distância percorrida corresponde à soma dos módulos dos deslocamentos associados a movimentos que ocorrem em um sentido definido.

4. Especificação operacional relacionada à tarefa 4:

Velocidade escalar média ( $v_m$ ): razão do deslocamento escalar pelo intervalo de tempo.

Velocidade escalar instantânea ( $v$ ): em termos simples, corresponde à taxa de variação da posição com o tempo, determinada em um dado instante de tempo. Seria o limite da velocidade média para um intervalo de tempo tendendo a zero.

5. Especificação operacional relacionada à tarefa 5:

Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) é um movimento que ocorre sobre uma trajetória retilínea e se dá com velocidade instantânea constante. Ou, de maneira alternativa, pode-se defini-lo como um movimento que ocorre sobre uma trajetória retilínea e apresenta a seguinte propriedade, para qualquer instante de tempo  $t$  :

6. Especificação operacional relacionada à tarefa 6:

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S - S_0}{t - 0} \Rightarrow V_m = \frac{S - S_0}{t}$$

Como, no MRU,  $V_m = V$  :

$$V = \frac{S - S_0}{t} \Rightarrow V \cdot t = S - S_0 \Rightarrow S = S_0 + V \cdot t$$

Sequência de conteúdos relativos aos objetivos estabelecidos:

1. Sequência de conteúdo relativa à tarefa 1:
  - a. Valer-se de exemplos e contra-exemplos de trajetórias retilíneas.
2. Sequência de conteúdo relativa à tarefa 2:
  - a. Propor a análise do movimento de um corpo (um carro, por exemplo).
  - b. Questionar sobre a posição deste corpo, num dado instante de tempo.
  - c. Notar que as respostas dadas à questão proposta no item b. devem considerar, antes de tudo, o estabelecimento de uma referência.
  - d. Definir “orientação da trajetória” e dar exemplos de orientações diferentes para a descrição de um mesmo movimento.
3. Sequência de conteúdo relativa à tarefa 3:
  - a. Estabelecer definições para deslocamento escalar e distância percorrida.
  - b. Trabalhar exemplos e contra-exemplos de situações em que deslocamento escalar e distância percorrida coincidam ou não coincidam.
  - c. Tornar nítida a influência que a inversão do sentido de movimento exerce na diferenciação destes conceitos.
4. Sequência de conteúdo relativa à tarefa 4:
  - a. Conceituar velocidade escalar média e velocidade escalar instantânea.
  - b. Utilizar-se de exemplos e contra-exemplos que permitam diferenciar os conceitos expostos no item a. e, conseqüentemente, consolidar as definições anteriormente dadas.
5. Sequência de conteúdo relativa à tarefa 5:
  - a. Definir Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) e apresentar a propriedade que pode lhe servir como definição.
  - b. A partir da análise de movimentos diversos, identificar quais correspondem a exemplos e quais correspondem a contra-exemplos de MRU.
6. Sequência de conteúdo relativa à tarefa 6:
  - a. Valer-se da propriedade abordada na tarefa 5 para deduzir a equação horária dos espaços, isto é, a função que relaciona a posição ao tempo.

Sequência de Aprendizagem

1. Um corpo em movimento segue uma trajetória. Esta trajetória pode ser apresentada de várias formas, como uma circunferência (um carro, ao executar uma curva, seria um exemplo), uma parábola (tal como a trajetória adquirida pela bola quando lançada pelo goleiro de um time de futebol), uma elipse (que é a trajetória que os planetas executam ao redor do Sol) etc. O presente estudo se restringirá à análise de trajetórias retilíneas, isto é, aquelas que ocorrem sobre uma reta.

2. Considere um veículo se movimentando sobre uma estrada longa e reta. Evidentemente, a localização deste carro varia com o decorrer do tempo. Esta localização é medida por uma grandeza física denominada “espaço” ou “posição”, cuja unidade no Sistema Internacional é o metro (m), a mesma unidade utilizada para distâncias e deslocamentos. Dadas as dimensões características de uma estrada, é mais fácil, dentro da situação considerada, medir a posição através de um múltiplo do metro: o quilômetro (km), que equivale a mil metros. A partir de agora, representaremos a grandeza física “espaço” pela letra “ $x$ ”.

3. Admita a seguinte situação: um ônibus se movimenta numa estrada longa e um passageiro, buscando determinar a localização deste veículo, observa as placas informativas distribuídas ao longo da estrada e visualiza o seguinte dado: “km 237”. Ele sabe que este é um dado de posição, mas se pergunta: “Como se chegou a este dado de posição? Como se chegou à conclusão de que este ponto corresponde ao km 237?”.

4. Pense no seguinte ponto: o motorista de uma linha de ônibus está pronto para iniciar a sua jornada de trabalho. Num dado momento do dia, ele liga o ônibus e se prepara para tirá-lo da garagem da companhia. Qual a posição que o ônibus ocupa neste exato momento?

a. Posição zero, já que, neste instante, o veículo inicia o seu movimento do ponto de onde parte diariamente.

b. De uma posição indeterminada, pois a atribuição de uma posição a um ponto pressupõe, antes de tudo, um sistema de referência.

(Resposta correta: b.).

5. Depois de responder à questão apresentada no item 4, é possível responder, também, a pergunta feita pelo passageiro no item 3. O “km 237” foi determinado a partir de uma referência pré-fixada. Na Cinemática (parte da Física que se preocupa em descrever COMO os movimentos ocorrem), estabelecer este tipo de referência significa “orientar a trajetória”. Esta orientação é obtida a partir da escolha arbitrária de um sentido (que será dotado como positivo) e de um ponto que será adotado como origem dos espaços (marco zero da trajetória).

6. Veja como é possível valer-se de orientações diferentes para a descrição de um mesmo movimento, através do seguinte exemplo: o jovem Bruno Albuquerque está planejando, junto a seus pais e à sua irmã, a viagem de final de ano para Juripiranga, uma pequena cidade no interior da Paraíba. Esta viagem será feita de carro através da BR-101, uma rodovia que liga norte e sul do Brasil, pelo litoral. O início desta rodovia está localizado na cidade de Touros (RN) e o término na cidade de São José do Norte (RS). Ela tem 4550 km de comprimento. Considere que Juripiranga esteja a 400 km do ponto inicial e que São Paulo esteja a 1350 km de distância do ponto final.

a. Admitindo a cidade de São Paulo como origem dos espaços e adotando o sentido sul-norte como positivo, teríamos as seguintes posições para as

idades acima citadas:

São José do Norte (RS): km -1350.

São Paulo (SP): km 0.

Juripiranga (PB): km 2800.

Touros (RN): km 3200.

b. Considerando a cidade de Touros como origem dos espaços e adotando o sentido norte-sul como positivo, as posições para as cidades acima citadas seriam as seguintes:

São José do Norte (RS): km 4550.

São Paulo (SP): km 3200.

Juripiranga (PB): km 400.

Touros (RN): km 0.

7. Estabelecida a definição de posição e reconhecida a importância de se orientar uma trajetória para se descrever um certo movimento, pode-se usar essas duas ferramentas para se definir o conceito de deslocamento escalar. Deslocamento escalar representa a variação do espaço associado ao movimento de um corpo. Isto é, subtraindo-se a posição inicial da final, tem-se como resultado o deslocamento escalar de um móvel. Numa primeira abordagem, é muito fácil ligar este conceito ao de distância percorrida. Mas será que, fisicamente, eles representam a mesma coisa?

8. Reflita sobre a situação a seguir: diariamente, o jovem Bruno Albuquerque se desloca de sua casa até a USP para poder assistir às aulas do curso de Física. A distância que separa a sua casa da USP é de, aproximadamente, 25 km. Pergunta-se, considerando-se o movimento de ida, apenas:

a. Qual é o deslocamento escalar associado a este movimento?

(Resposta correta: 25 km).

b. Qual a distância percorrida pelo jovem Bruno?

(Resposta correta: 25 km).

9. Considerando-se, agora, o movimento de ida e volta:

a. Qual é o deslocamento escalar associado a este movimento?

(Resposta correta: zero).

b. Qual a distância percorrida pelo jovem Bruno?

(Resposta correta: 50 km).

10. A partir dos dois exemplos anteriores, nota-se que, em certas situações, o deslocamento escalar é igual à distância percorrida. Em outras, entretanto, esta igualdade não é observada. Reconhecidas as duas situações, levanta-se a seguinte questão: que condição deve ser satisfeita para que, obrigatoriamente, o deslocamento escalar seja igual à distância percorrida?

(Resposta correta: não deve existir inversão do sentido de movimento).

11. Para que seja possível “prever” a posição de um móvel, num certo instante de tempo, é necessário, antes de tudo, saber a taxa de variação desta posição com o tempo. Em outras palavras, deve-se valer de uma grandeza física que descreva como o espaço muda com o passar do tempo. E esta grandeza é a velocidade.

12. Considere um certo deslocamento escalar  $\Delta s$ , executado em um certo intervalo de tempo  $\Delta t$ . Entende-se por velocidade escalar média  $v_m$  a razão do deslocamento escalar pelo correspondente intervalo de tempo. Em linguagem matemática:

13. Matematicamente, ao se calcular a velocidade escalar média para intervalos de tempo cada vez menores, de tal modo que  $\Delta t \rightarrow 0$ , obtém-se, como limite, a velocidade escalar num dado instante  $t$ , conhecida como velocidade escalar instantânea  $v$ . Cotidianamente, é fácil encontrar exemplos que permitam a distinção dos conceitos de velocidade escalar média e velocidade escalar instantânea. Veja o seguinte: no seu deslocamento diário de sua casa para a USP ( $\Delta s$ ), o aluno Bruno Albuquerque leva, em média, 1 hora. Sendo assim, a velocidade média desenvolvida pelo veículo que o transporta é  $v_m$ . Entretanto, ao consultar o velocímetro deste veículo em momentos distintos da viagem, Bruno nota que a marcação do velocímetro varia muito, desde  $v_1$  (quando, por exemplo, é obrigado a parar o carro num semáforo) até  $v_2$  (limite de velocidade na Marginal Pinheiros).

14. Como se pode notar a partir do exemplo anterior, o percurso feito pelo jovem Bruno de sua casa até a USP foi executado com uma velocidade escalar instantânea variável. Fisicamente, este movimento é classificado como não-uniforme. Por outro lado, se Bruno tivesse o cuidado (e se houvesse condições) de manter uma velocidade constante e igual a  $v_m$ , ele teria realizado o percurso no mesmo intervalo de tempo. Entretanto, neste caso, por manter uma velocidade escalar instantânea constante, teria executado um movimento dito uniforme.

15. Feitas as considerações acima, tem-se o instrumental necessário para se definir “Movimento Retilíneo Uniforme” (MRU). Diz-se que um móvel executa um movimento retilíneo e uniforme (ou, de modo mais simples, MRU) se este se desloca em uma reta e mantém a sua velocidade escalar instantânea constante (ou, alternativamente, se este movimento satisfaz, para todo instante de tempo  $t$ , a condição de que  $v = v_m$ ).

16. O que fazer se estivermos interessados em descobrir, para um móvel que executa MRU, a posição  $s$  que ele ocupará num certo instante  $t$ ? Ou se quisermos descobrir o instante  $t$  em que atingirá uma certa posição  $s$ ? Para isso, é necessário conhecer a “Equação Horária dos Espaços” que rege este movimento, isto é, é preciso saber a lei matemática (função) que correlaciona as variáveis espaço e tempo. Para o MRU, ela é muito fácil de ser obtida. Considere uma trajetória retilínea orientada, que associa, no instante  $t$ , uma posição  $s$  ao móvel. Então:

Como, no MRU,  $v = v_m$ :

Sugestões de experimentos relativos ao tema

1. Trilho de Ar:

Uso de um aparato experimental que permita a formação de um “colchão de ar” sobre o qual um corpo se deslocaria. Neste caso, o papel do colchão de ar é minimizar o atrito entre corpo e superfície de apoio, de forma que seu movimento possa ser tratado como um MRU. Disponibilizar um trena ao longo do trilho e disponibilizar cronômetros aos alunos, de modo que estes, valendo-se de medidas diretas e indiretas, possam verificar que este movimento é bem aproximado, de fato, por um MRU.

2. Uso da Simulação “The Moving Man”:

O phET (<http://phet.colorado.edu>, um site mantido pela Universidade de Colorado, EUA) disponibiliza, gratuitamente, vários aplicativos que permitem simular diversas situações em Ciências. Um desses aplicativos é denominado “The Moving Man” e permite simular MRU e outros muitos movimentos. Ao se movimentar a figura de um homem sobre uma trajetória retilínea, o computador automaticamente constrói os gráficos de Espaço x Tempo, Velocidade x Tempo e Aceleração x Tempo. É extremamente útil!

Exercício proposto

1. Um veículo parte de São Paulo e se dirige à Campinas. A distância que separa uma cidade da outra é de 120 km e a viagem é feita em 1 hora e 30 minutos. Oriente uma trajetória e, de acordo com ela, responda:

- Qual a velocidade escalar média na ida?
- Qual a velocidade escalar média na volta (isto é, na viagem de Campinas para São Paulo)?
- Qual a velocidade média na viagem inteira (ida e volta)?
- Determine, de acordo com a orientação adotada, a equação horária dos espaços que rege o movimento deste veículo na viagem de ida.

## REFERÊNCIAS

- Bruno Batista - [stoa.usp.br/brunobatista/files/-.../](http://stoa.usp.br/brunobatista/files/-.../)  
Claudio Zaki Dib; Tecnologia da Educação “e sua aplicação à aprendizagem de física”; Livraria Pioneira Ed. 1974.  
<http://www.if.ufrj.br/teaching/fis2/hidrodinamica/hidrodin.html>  
<http://home.earthlink.net/~mmc1919/venturi.html#animation>  
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/pber.html#bcal>  
WWW.edumedia-sciences.com  
Halliday, at all, Phisical Foundations  
H. Moyses Nussenzeig. Curso de Física Básica – vol.3. Ed. Edgard Blucher Ltda  
F.J.Keller. Física – vol.1; Makron Books.  
F.Bueche. Física Geral, Makron Hill.