MEDIDAS E UNIDADES

14
aula

META

Apresentar a importância da representação de um algarismo em uma medida.

OBJETIVOS

Ao final desta aula, o aluno deverá:
fazer conversão de unidades;
saber o que significa a dimensão de uma grandeza;
identificar algarismos significativos e a incerteza de um valor;
diferenciar precisão e acurácia; e
operar e avaliar ordens de grandezas físicas.

PRÉ-REQUISITOS

O aluno deverá ter em mãos uma régua graduada em milímetros e uma calculadora

Algarismo (Fonte: http://bp1.blogger.com).

INTRODUÇÃO

Acho que não é nenhuma surpresa dizer a você que o Sol é um objeto astronômico de grande massa. Mas quão grande essa massa realmente é? Como podemos expressar a massa do Sol em termos que podemos compreender?

Em geral, usamos a notação científica: 1,989 x 10^{30} kg. Será que isso significa alguma coisa pra você? Posso mesmo confiar nesse valor?

Essa segunda questão é um pouco mais complicada, então vamos tentar responder a primeira.Vamos comparar a massa do Sol com a Terra que tem massa de 5.974 x 10^{24} kg

Ih, será que isso ajudou? Quanto realmente representa esse 10 elevado a 24?

E agora, se eu lhe disser que a massa do Sol é cerca de 333 mil vezes maior que a massa da Terra.

Uau! Agora sim, entendi que é bem grande!!

Mas você pode perguntar como é que eu cheguei nesse número, não é? Apenas dividi a massa do Sol pela massa da Terra:

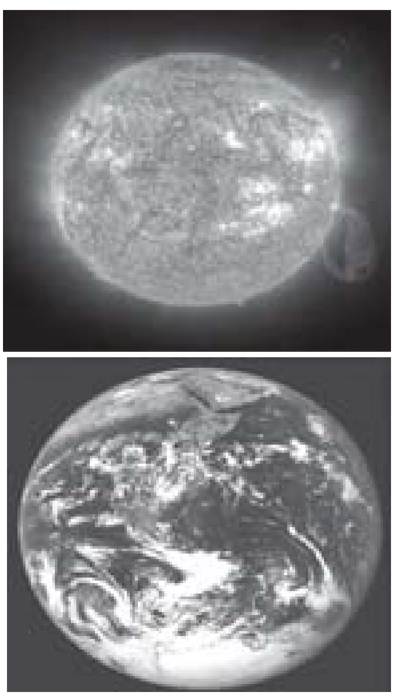
(1,989 x 10^{30} kg / 5.974 x 10^{24} kg)= 332942,751925

(use sua calculadora para fazer esse cálculo e veja quantos algarismos ela apresenta)

Obviamente o Sol é realmente um objeto muito massivo, mesmo assim ele pode ser considerado pequeno quando comparamos sua massa com a de outras estrelas, que podem chegar ser dezenas de vezes maiores.

Nesse pequeno exemplo fiz diversas aplicações do que vamos ver na aula de hoje.

Fiz estimativas de ordens de grandeza, divisões de unidades, avaliei algarismos significativos. Você sabe como fazer tudo isso? Não? Bem, então vamos ver como podemos fazer essas coisas que são usadas o tempo todo em física.



Sol; lua (Fonte: http://www.astro.iag.usp.br).

MODELOS

Vamos começar por modelos. Não, não vamos falar sobre a Gisele Bundchen! Só vamos falar sobre física mesmo!!

Está bom, então se eu lhe disser para descrever sua cidade o que você diria sobre ela? Provavelmente você falaria do centro, da igreja matriz, de alguma colina com um mirante, de um rio que passa por ela, resumindo, dos pontos de maior interesse. Claro que você não iria descrever tudo, todas as ruas, todos os bancos das praças, todas as casas ... Isso parece óbvio, não?

Descrevendo os pontos principais da cidade já nos dá a idéia de como é sua cidade. Você então fez um **modelo** dela.

Apesar de usarmos a palavra "modelo" no cotidiano para indicar uma moça bonita que faz fotos para revistas ou uma réplica de algo em pequena escala, em física, um modelo é uma versão simplificada de um sistema físico que seria muito complicado se fosse analisado com detalhes completos.

Por exemplo, quando analisamos o movimento de um projétil que foi atirado no ar, em geral fazemos um modelo. Desprezamos a forma e o tamanho do projétil (consideramos apenas uma partícula, um objeto puntiforme), consideramos o movimento no vácuo, desprezando a resistência do ar, esquecemos a rotação da Terra e consideramos o peso constante. Imagine como o problema se tornaria complexo se levássemos em conta todos esses detalhes. Será que eles seriam realmente importantes? Parece que não. Então estamos idealizando o movimento, desprezando os efeitos menores e nos concentrando nas características mais importantes.

Fazemos tudo isso, por exemplo, para avaliar onde uma bola de futebol vai cair se for chutada por um jogador ou se uma bala de canhão vai acertar o alvo quando atirada contra o inimigo.

Claro que devemos ter o cuidado de não desprezar coisas demais: a ação da gravidade, se não for levada em conta em nossos cálculos, a bala do canhão seguirá no ar indefinidamente. É obvio que isso não ocorre. Mas se atirarmos no ar uma folha de papel ou uma pena, nosso modelo feito para a bala não irá funcionar bem, pois desprezamos algo importante nesses casos, do ar, mas que era desprezível ao tratarmos do tiro do canhão a resistência.

Portanto, devemos ter boa ponderação e criatividade ao construirmos um modelo que simplifique o problema, mas que mantenha suas características essenciais. Os modelos idealizados são extremamente importantes em física, visto que até mesmo os princípios físicos são baseados neles. Portanto, para sabermos em quais situações valem e em quais o modelo irá falhar, devemos saber claramente quais foram as hipóteses feitas para eventualmente corrigirmos qualquer imprecisão.

Sempre me lembro de uma frase de um professor que dizia que em física muitas vezes devemos supor um elefante sem peso andado sobre uma pista de concreto sem atrito. Isso é que é um modelo idealizado!!!!

CONVERSÃO DE UNIDADES

Sabemos que a física é uma ciência experimental. Muitos dos números que aparecem são resultados de medidas. Escolhemos tudo muito bem: nossos instrumentos, fazemos o modelo do problema, iniciamos nosso experimento para comprovar certa hipótese. Mas agora surge nova dúvida: vamos trabalhar com diversas medidas diferentes, feitas com instrumentos distintos e com resultados apresentados em unidades variadas. Como posso trabalhar assim?

Lembre-se de uma coisa muito importante: uma equação deve sempre ter coerência dimensional. O quê?

Vejamos em detalhes: a área da superfície da capa de um livro. Temos um retângulo com, por exemplo, A = (21 cm)(30 cm) = 630 cm^2.

A unidade de medida dessa área é o centímetro quadrado, e diz-se que ela tem essa dimensão (cm^2). A velocidade tem dimensões de comprimento divido por tempo, a aceleração tem dimensão de comprimento por tempo quadrado, etc. A adição de duas grandezas só tem sentido se ambas tiverem a mesma dimensão. Ora, você não pode somar uma lâmpada com uma banana. No caso de uma equação do tipo:

$$A = B + C$$

as grandezas A, B e C devem todas ter a mesma dimensão. Por exemplo, se B for um comprimento em metros e C em quilômetros devemos converter B em quilômetros ou C em metros antes de efetuarmos a soma.

Muitas vezes você pode fazer uma análise dimensional de seu cálculo para verificar se ele tem alguma inconsistência, ou seja, se você cometeu algum erro. Mas como fazer isso?

Nos cálculos, as unidades são tratadas do mesmo modo que os símbolos algébricos. Vamos ver esse exemplo:

Um carro que se move com velocidade *v* e se desloca a uma distância *d* em um tempo *t*, terá essas grandezas relacionadas pela equação:

$$d = vt$$

Caso d seja medido em metros, então vt também deve ter dimensão de metros. Portanto há conssistência dimensional.

Se a $v = 5$ m/s e $t = 5$ s então

$$d = \left(2\frac{m}{\cancel{s}}\right)\left(5\cancel{s}\right) = 10m$$

Como a unidade s se cancela, o produto *vt* é expresso em metros como se esperava.

A consistência dimensional é uma condição necessária para uma equação estar correta, mas claro que não é suficiente. De qualquer forma, o conhecimento das dimensões de uma grandeza pode lhe ajudar a relembrar uma fórmula, ou até intuí-la. Não tenha vergonha de usar esse artifício para solucionar algum problema.

Eu recomendo que você sempre que fizer um cálculo anote junto ao número a unidade respectiva para fazer essa análise dimensional, como foi feito nesse exemplo. Isso vai lhe ajudar muito a cometer menos erros!

INCERTEZAS E ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

Vamos passar para o próximo passo. Quando você faz medidas confia plenamente em seu instrumento? Nunca lhe ocorreu a idéia de duvidar da balança quando seu peso parece estar um pouco acima do que você julgava estar? Ou ainda, será que o radar do policial de trânsito consegue medir exatamente a velocidade do seu carro?

Bem, qualquer medida sempre envolve incertezas, mesmo quando seu instrumento está muito bem calibrado.

Por exemplo, pegue uma régua graduada em milímetros. Agora meça a largura de uma folha de papel. Por exemplo, você pode medir algo como 21 cm e 7 mm. Ainda talvez avalie algo entre dois tracinhos de milímetro, concluindo que é capaz de medir meio milímetro. Portanto sua medida será 21 cm + 7,5 mm. Então uma outra maneira de escrever sua medida será 217,5 mm (transforme os cm em mm e some aos mm). Quem ler seu resultado saberá que sua medida foi confiável até os 7 mm e que houve uma avaliação de 0,5 mm.

Foto: Gerri Sherlock Araújo

E se sua régua só tivesse divisões de cm? Então sua medida seria diferente. Você certamente veria os 21 cm, mas já não seria capaz de ter certeza sobre os 7 mm. Talvez concluísse que o valor entre os tracinhos de cm fosse mesmo por volta de 0,7 cm (mas poderia ter avaliado de outra forma, por exemplo 0,5 cm). Então sua medida seria 21 cm + 0,7 cm. Seu resultado poderia ser expresso por 21,7 cm ou 217 mm.

Viu como ficou diferente? Nesse caso, alguém que visse seu número registrado veria que você teve certeza do algarismo 1 e o algarismo 7 é incerto. Os algarismos que você coloca indicam até qual casa decimal você foi capaz de medir, ou seja, qual foi a precisão de seu instrumento.

Mas se você colocasse o valor 217,0 cm, qual seria a diferença? Aparentemente nenhuma, não é mesmo? Cuidado: mesmo que esse zero não lhe pareça ter valor algum, ele indica que você conseguiu ver uma medida de décimos de milímetros também aqui. Você teria usado a mesma régua com divisão de milímetros e a borda da folha coincidiu exatamente sobre um tracinho de milímetros (mais exatamente o 7 mm).

Portanto seria errado marcar 217,0 mm, já que você não pode fazer nenhuma avaliação desse último algarismo. Esse zero tem um significado em física: você foi capaz de medí-lo! Ele é um *algarismo significativo*!

O número 3,509 tem quatro algarismos significativos, o número 0,000127 tem três algarismos significativos (os quatro primeiros zeros não são algarismos significativos, pois apenas servem para localizar a vírgula decimal).

Como já dissemos, o uso de potências de 10 simplifica o manuseio de números muito grandes ou muito pequenos. O número 0,000127 em notação científica escreve-se $1,27 \times 10^{-4}$, ainda com 3 algarismos significativos. O número 350.000, em notação científica pode ser escrito como $3,5 \times 10^{5}$, e tem dois algarismos significativos.

A distinção entre as duas medidas 217,5 mm e 217 mm corresponde as suas respectivas incertezas. A medida realizada com a primeira régua tem uma incerteza menor, e portanto é mais precisa. Como você pode concluir, a incerteza na grandeza depende do instrumento de medida. Claro que a incerteza também depende da habilidade do experimentador, mas isso será discutido nas disciplinas experimentais.

REPRESENTADO UM VALOR

Geralmente indicamos essa incerteza no valor medido escrevendo o número seguido de um sinal ± e um segundo número indicando a incerteza da medida. Em geral, a incerteza corresponde a metade da menor divisão do instrumento (na régua graduada em milímetros, então 0,5 mm seria essa incerteza).

Por exemplo, posso dizer que a altura de uma amiga é 1,66 ± 0,05 m. Ou seja, o valor real não deve ser menor que 1,61 m nem maior que 1,71 m. As vezes é usada uma outra notação resumida: 1,66 m (5), que representa a mesma medida, sendo o número entre parênteses a incerteza no último algarismo. Claro que se a incerteza aqui é 0,05 m, não há nenhuma coerência em dizermos que a altura da menina é 1,668 m. Afinal, quem é capaz de afirmar algo sobre esse algarismo 8? Se seu instrumento já começa a ser incerto no algarismo 6, ele deve ser o último a ser registrado.

Muitas vezes a incerteza é declarada na forma de uma porcentagem. Por exemplo, um resistor com uma indicação de 47 ohms ± 10% tem seu valor de resistência entre 42 e 52 ohms, isto é, 5 ohms, que corresponde a 10% de 47 ohms, para mais ou para menos.

Sempre esteja atento às incertezas, pois mesmo valores aparentemente pequenos podem ter contribuições importantes.

Bem, se voltarmos ao nosso primeiro exemplo, o valor 217 mm não é apresentado com uma incerteza associada, mas ela é indicada pelo número de dígitos confiáveis, ou algarismos significativos, do valor da medida. Esse nosso exemplo apresenta 3 algarismos significativos, com os dois primeiros (2 e 1) corretos, enquanto o terceiro (7) é incerto. A incerteza está no último algarismo, de forma que pode ser considerada como 1 mm. Caso o valor apresentado fosse 217,0 mm teríamos 4 algarismos significativos, e o último algarismo (0) é que seria o incerto, sendo a incerteza considerada 0,1 mm.

Qualquer conta realizada com esses números associados a incertezas irá gerar outro valor com incerteza, que não será exatamente a mesma do valor original. Existem várias regras para se calcular essas incertezas, mas isso não é assunto dessa disciplina. Você irá aprender em detalhes como fazer isso nos seus cursos de laboratório de física. Vamos falar aqui somente algumas regrinhas básicas.

É importante saber que essas incertezas nos valores experimentais sempre existem e devem ser levadas em conta toda vez que forem comparadas com um valor teórico. Veja esse exemplo: O valor π é obtido ao dividirmos o comprimento de uma circunferência pelo seu diâmetro. O valor teórico com dez dígitos é 3,141592654.

Vamos imaginar que você queira verificar esse valor experimentalmente. A partir de uma circunferência desenhada você obtém os valores de 424 mm para o comprimento e 135 mm para o diâmetro. Então o quociente calculado por sua calculadora será:

Incerteza (Fonte: http://images.google.com.br).

424 mm / 135 mm = 3,140740741.

Então surge a pergunta, seu valor é igual ao valor teórico?

A primeira vista não, pois a partir do quarto dígito ele já fica diferente. Mas observe uma coisa muito importante. A partir do quarto dígito os algarismos não têm nenhum significado, pois correspondem a uma incerteza menor do que aquela de sua medida. Quando você divide ou multiplica números, o número de algarismos significativos do resultado não pode ser maior ou menor do que aquele dos fatores envolvidos. Como cada um dos valores que você usou tinha apenas 3 algarismos significativos, seu resultado deve ser apenas 3,14 (também com apenas 3 algarismos significativos) e, portanto, seu valor experimental concorda com o valor teórico.

Se a conta realizada for uma soma ou subtração, o importante será a localização da vírgula indicadora da casa decimal daquele valor com maior incerteza. Por exemplo, os valores 123,62 (que tem incerteza de 0,01) e 8,9 (que tem incerteza de 0,1) somados:

$$123{,}62 + 8{,}9 = 132{,}52$$

deve ser expresso com a incerteza do segundo número e, portanto, seu resultado será 132,5 (com incerteza de 0,1).

Como no exemplo do calculo de π, não é apenas desnecessário, mas é realmente errado apresentar seu resultado com todos os valores mostrados na calculadora. É enganador acreditar nessa porção de algarismos representando uma exatidão na sua medida que você não tinha. Sempre aproxime seus resultados indicando apenas o número de algarismos corretos, ou em casos duvidosos, apenas mais um algarismo.

Mas cuidado, ao descartar os algarismos você deve arredondar o valor e não apenas truncá-lo. Se o primeiro dígito na seqüência a ser descartado for superior a 5 o último dígito que restará deverá ser acrescido de 1, caso o digito descartado seja inferior a 5, o dígito restante deve permanecer o mesmo. Então, no nosso exemplo, se o valor calculado fosse 132,57 nosso resultado truncado seria 132,5, que estaria errado. O correto a ser apresentado seria 132,6.

PRECISÃO E ACURÁCIA

Finalmente devemos diferenciar precisão de acurácia. Você compra um relógio barato em um camelô que indica o tempo até com segundos (por exemplo, você pode dizer que são 2 h 27 min e 34 s). Então seu relógio é muito preciso. Mas ele sempre sofre um atraso de alguns minutos por mal funcionamento. Portanto ele não é exato, ou seja, não é acurado. Então você encontra um relógio bem antigo, que não sofre atrasos como o seu, porém fica em dúvida se vai comprá-lo ou não, pois ele não tem os ponteiros de segundos. Portanto ele não é tão preciso como o primeiro, mas é acurado!

Relógio (Fonte: http://i89.photobucket.com).

Em física, medidas de alta qualidade que serão usadas como padrão devem ser, ao mesmo tempo, precisas e acuradas.

ORDENS DE GRANDEZA

É claro que desejamos sempre medidas mais acuradas e precisas possíveis, porém mesmo uma estimativa muito grosseira de uma grandeza é uma informação útil. Afinal, você mesmo já deve ter feito uso dessas estimativas, certo? Quem nunca perguntou ao motorista quanto tempo resta para chegar ao final do percurso? Com certeza ele não lhe dará um valor acurado, mas você ficará feliz em saber que faltam apenas 5 minutinhos para chegar de uma longa viagem.

Em física, às vezes lançamos mão dessas estimativas também. Por exemplo, podemos saber como calcular certa grandeza, mas precisamos fazer hipóteses para os dados necessários para os cálculos (lembra-se de nossos modelos?). Ou os cálculos exatos podem ser tão complicados que fazemos algumas aproximações grosseiras. Em qualquer dos dois casos nossos cálculos serão uma suposição do resultado, mas que poderá ser muito útil. Tais cálculos denominam-se por **estimativas de ordens de grandeza.**

Ao efetuarem-se cálculos ou comparações muitas vezes arredonda-se os números a um ou nenhum algarismo significativo, em geral tomando a potência de 10 mais próxima da ordem de grandeza. Por exemplo, se a altura de uma formiga é 8×10^{-4} m aproxima-se a 10^{-3} m.

Essas aproximações facilitam nossa vida. Se o motorista lhe disser que faltam 5 horas para chegar será bem diferente dos 5 minutos. Portanto ele lhe deu uma estimativa de ordem de grandeza do tempo de chegada, e você sabe o que pode esperar pela frente: ainda uma longa viagem ou apenas o finzinho dela.

ATIVIDADES

1. Qual é o equivalente a 90 km/h em metros por segundo?

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

Sabemos que 1 min = 60 s e 1 h = 60 min e que 1 km tem 1000 m. Então

$$90\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}}\times\frac{1000}{1}\frac{m}{\cancel{km}}\times\frac{1}{60}\frac{\cancel{h}}{\cancel{min}}\times\frac{1}{60}\frac{\cancel{min}}{s}=25\frac{m}{s}$$

Portanto 90 km/h = 25 m/s.

2. Seja t dado em h em y em km/h, qual a dimensão de x se x=ty?

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

É só resolvemos uma conta algébrica com as dimensões dos termos da equação:

$$x=t\times y=\cancel{h}\times\frac{km}{\cancel{h}}=km$$

Portanto a dimensão de x é km.

3. A energia de repouso de um corpo de massa m é dada pela famosa equação de Einstein $E=mc^2$ em que c é a velocidade da luz no vácuo cujo valor é 299.792.458 m/s. Diga qual é a incerteza aproximada desses valores e determine a energia existente na uma massa de um elétron que tem $m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg.

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

A partir dos números apresentados, o valor de m foi dado com incerteza da ordem de 0,01 x 10^{-31} kg e c tem incerteza da ordem de 1 m/s.

Substituindo os valores de m e c na equação

$$E=\left(9{,}11\times10^{-31}kg\right)\left(2{,}99792458\times10^{8}m/s\right)^{2}$$

$$E=(9{,}11)(2{,}99792458)^{2}\left(10^{-31}\right)\left(10^{8}\right)^{2}kg\times m^{2}/s^{2}$$

$$E=(81{,}87659678)\left(10^{(-31+(2\times8))}\right)kg\times m^{2}/s^{2}$$

$$E=8{,}187659678\times10^{-14}kg\times m^{2}/s^{2}$$

Como o valor de m foi dado com apenas 3 algarismos significativos (ou com incerteza da ordem de 0,01 x 10^{-31} kg), podemos aproximar o resultado para

$$E=8{,}19\times10^{-14}kg\times m^{2}/s^{2}$$

A unidade no SI para energia é o joule (J). $1J=1\dfrac{kg.m^{2}}{s^{2}}$

Então **E = 8,19 x 10-14 J**

4. Dois atiradores fazem uma competição de tiro ao alvo. Um deles acerta seus tiros muito próximos uns dos outros, porém afastados do centro do alvo. Já o outro sempre acerta a mira de forma aleatória, mas também nunca acerta o centro do alvo. Diga se algum deles é preciso ou acurado. Justifique sua resposta.

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

O primeiro atirador é bastante preciso, pois seus tiros seguem sempre para um mesmo ponto, porém ele não é acurado, pois não acerta o centro do alvo. O segundo atirador não é acurado nem preciso. Para ser acurado e preciso todos os tiros deveriam sempre acertar próximos ao centro do alvo.

5. Você lê essa notícia no jornal: "Ladrão rouba e foge carregando 100 milhões de dólares em barras de ouro em uma mala."

Mesmo não sendo um detetive você é capaz de afirmar que essa notícia não está correta, pois há pouco tempo quis comprar uma correntinha de ouro com 30 gramas e viu que custava 400 dólares. Justifique.

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

Vamos fazer uma aproximação grosseira, avaliando apenas a ordem de grandeza. Se 30 g correspondem a 400 dólares, 1 g custa cerca de 10 dólares. De forma que 100 milhões de dólares (10^8) correspondem a 10^7 gramas ou 10^4 kg. Isso equivale a 10.000 kg, ou 10 toneladas. É óbvio que o ladrão não poderia carregar esse peso todo em uma mala!

CONCLUSÃO

Na aula de hoje, discutimos como representar com exatidão um número. O registro correto de tudo aquilo que você medir ou calcular é de extrema importância na avaliação desses dados por outras pessoas. Há muita informação subentendida nesses números.

RESUMO

As equações devem ser dimensionalmente coerentes; dois termos só podem ser somados se tiverem a mesma unidade.

A acurácia de uma medida pode ser indicada pelo número de algarismos significativos ou pela incerteza estipulada. O resultado da multiplicação ou da divisão em geral não possui número de algarismos significativos maior que o número de algarismos significativos dos dados fornecidos.

Quando apenas dispomos de estimativas grosseiras podemos fazer estimativas úteis de ordens de grandeza.

PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, vamos relembrar vários conceitos matemáticos que provavelmente você já aprendeu, mas que talvez já tenha esquecido. Nela iremos tentar suprir qualquer deficiência no ensino da matemática do nível médio para que você possa desenvolver plenamente suas habilidades em física.

REFERÊNCIAS

ALONSO, M. S; FINN, E. J. **Física.** São Paulo: Edgard Blücher Editora, 1999.

GIBILISCO, S. **Physics Demystified**. New York: Mcgraw-**Hill**, 2002

<http://pt.wikipedia.org/>. Consultado em 22/03/2008.

Portal de ensino de Física da USP. Disponível em <http://efisica.if.usp.br/>. Consultado em 06/03/2008

SEARS, F. W; ZEMANSKY, M. W. **Física I** – **Mecânica**. 10 ed., Addison Wesley, 2003

TIPLER, P.A. **Física Ia**. 2 ed., Guanabara, 1982.