

# MOMENTO DE UMA FORÇA

20  
aula

## META

Introduzir os conceitos fundamentais de referencial inicial, centro de massa e momento de uma força.

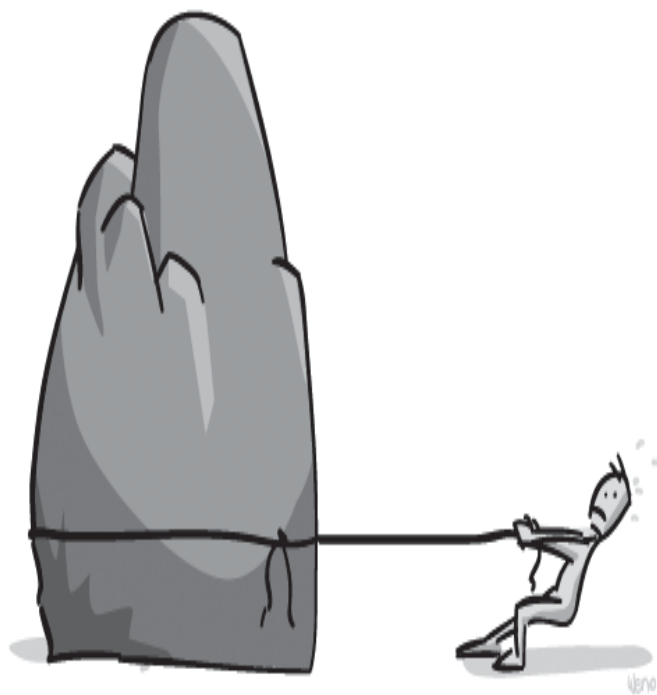
## OBJETIVOS

Ao final desta aula, o aluno deverá :  
definir um referencial inercial;  
conceituar centro de massa;  
definir força Resultante e momento de uma força; e  
eliminar conceitos incorretos sobre força.

## PRÉ-REQUISITOS

O aluno devera revisar os conceitos fundamentais sobre força, massa e aceleração.

Se puder, tentar soltar e apertar uma porca em um pneu. Se não puder, procurar conversar com alguém que já trocou um pneu. Deverá perguntar como se faz para soltar as porcas mais apertadas.



Inércia (Fonte: <http://www.weno.com.br>).

Olá, tudo bem? Agora daremos início a nossa última aula da disciplina de Introdução à Física.

Na seqüência de seu curso de Física, você irá aprender algumas coisas sobre Dinâmica, que é o ramo da Mecânica que estuda as causas do movimento de um corpo. Estas causas estão relacionadas às forças que atuam sobre ele. Dessa maneira, o conceito de força é de fundamental importância na seqüência do seu estado.

## INTRODUÇÃO

Na aula passada, definimos o que é uma força e quais são as interações fundamentais. Hoje, em nossa última aula, vamos verificar como essas forças atuam nos corpos, e sob qual ponto de referência as leis de Newton são válidas. Também veremos como podemos simplificar sistemas mais complexos para fazer nossos cálculos e qual a relação das forças com o torque.

Muita informação? Talvez sim, mas lembre-se que é apenas uma introdução para as próximas disciplinas mais avançadas do curso de Física. Hoje, só daremos uma olhadela nesses temas. Então não se preocupe, eles serão revistos no decorrer de seu curso de Física.



Lua e Terra (Fonte: <http://amaralnascimento.com>).

Antes de continuarmos nossa análise das forças, é muito importante fazermos questionamentos sobre como vemos o movimento, dependendo de que ponto o estamos observando e medindo.

Então vamos começar por uma pequena história: Um dia, você está seguindo tranquilamente em uma rua, dirigindo sua camionete com velocidade constante. Na parte

## REFERENCIAIS INERCIAIS

de trás da caminhonete, dentro da carroceria, você está carregando uma bola de boliche, que está parada em um ponto, aparentemente curtindo um pouco de ar fresco e sol. Mas você tem que diminuir a velocidade, visto que se aproxima um cruzamento com um sinal de “pare” para você. Quando você freia, dá uma olhadinha no seu espelho retrovisor, e vê que a sua companheira (a bola) acelera em sua direção. Aiii! Vai bater e amassar minha carroceria!

Será que alguma força misteriosa empurrou a bola para frente?

Claro que não. Isso só parece estar acontecendo dessa forma porque você e o carro estão diminuindo a velocidade. A bola está cumprindo fielmente primeira lei de Newton: ela continua em velocidade constante como estava anteriormente. E assim, ela se move relativamente a você com a diminuição da velocidade da caminhonete (e sua também). Nenhuma força está agindo sobre ela (exceto as forças verticais que se cancelam e que sempre estiveram agindo sobre ela). A bola só parece violar a primeira lei de Newton, saindo sozinha do aparente repouso na caminhonete, porque houve algo de errado com o seu ponto de referência que está baseado no caminhão.

Como, então, nós iremos dizer sob qual ponto de referência (**referencial**) as Leis de Newton são válidas?

Não é bom dizer que temos de evitar pontos de referência que estão em movimento, pois não existe tal referencial em absoluto repouso ou absoluto movimento. Dependendo do ponto de vista, todos os referenciais podem estar tanto em repouso como em movimento. A rua não está se movendo se você a está olhando parado na calçada. E se você estivesse olhando de uma nave espacial? A

### Referencial

O que serve de base ou guia.

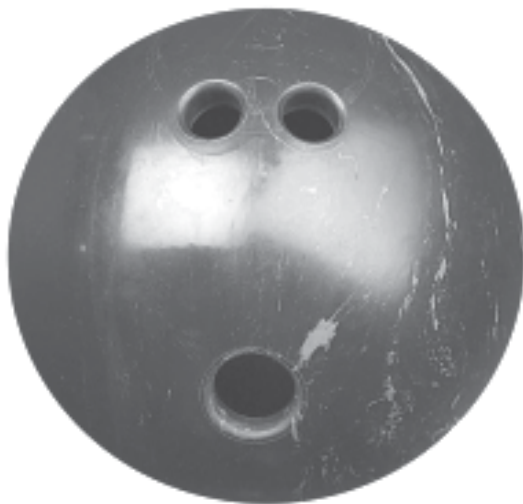
rua, juntamente com toda a Terra, estaria em movimento de rotação com velocidade de centenas de quilômetros por hora.

A razão pela qual as Leis de Newton falham no referencial do caminhão não é porque ele está se movendo, mas porque ele está acelerando (Observe que os físicos usam a palavra aceleração para referir-se tanto a um aumento quanto para a diminuição da velocidade).

As Leis de Newton estavam funcionando perfeitamente no referencial do caminhão quando ele estava se deslocando com velocidade constante. Foi apenas quando a sua velocidade foi alterada que surgiu o problema.

Como, então, nós podemos dizer que referencial está acelerado ou não? Por que não podemos alegar que seu caminhão não está acelerando, mas sim a calçada, o asfalto, e todo o resto em torno do caminhão?

A maneira de resolver essa disputa é analisar o movimento de um objeto que não esteja submetido à força nenhuma, tal como a nossa bola de boliche, que sabemos que sofre uma força total zero sobre ela. Em qualquer referencial em que essa bola obedeça à primeira lei de Newton é então um referencial válido, e para um observador situado nesse referencial, o Sr. Newton nos assegura que todos os outros objetos no universo irão obedecer a suas leis de movimento, e não apenas a bola.



Os referenciais válidos, nos quais as leis de Newton são respeitadas, são chamados de *referenciais inerciais*. Nos referenciais não inerciais os objetos violam o princípio de inércia e a primeira lei de Newton. Enquanto o caminhão estava em movimento com velocidade constante, tanto ele quanto a calçada eram referenciais inerciais váli-

Bola de boliche (Fonte: <http://www.infoescola.com>).

dos. O caminhão se tornou um referencial inválido quando começou a alterar a sua velocidade.

Para você, dirigindo o caminhão, a bola na carroceria começou violar a lei da inércia, acelerando sem ação de força alguma. Mas para um observador na calçada isso não ocorreu: a bola continuou se mover com a velocidade constante. Ambos observadores estão corretos, e o Sr. Newton também. O caminhão é um sistema referencial não-inercial, então as leis de Newton não valem nele, já a calçada é um sistema inercial, portanto nele as leis de Newton são aplicáveis.

Portanto um referencial inercial é um sistema de referência em que corpos livres (sem forças aplicadas) não têm o seu estado de movimento alterado, ou seja: corpos livres não sofrem acelerações quando não há forças sendo exercidas.

Você normalmente assume que o solo sob seus pés é um referencial inercial perfeito. No entanto, ele não é perfeitamente inercial. O seu movimento através do espaço é bastante complexo, sendo composto por uma parte devido à rotação diária da Terra em torno de seu próprio eixo, a oscilação mensal do planeta provocada pela gravidade da lua, e da rotação da Terra em torno do Sol. Então você poderia perguntar-me: então ele também não é um referencial inercial e as leis de Newton não são válidas?

Bem, uma vez que as acelerações envolvidas são numericamente pequenas, a Terra é aproximadamente um referencial inercial válido.

Referenciais não inerciais são evitados sempre que possível. Às vezes, porém, referenciais não inerciais podem ser convenientes ou inevitáveis. A artilharia naval, por exemplo, obtém todos os seus dados de radares, de olhos humanos e outros sistemas de detecção que estão



Marinha (Fonte: <http://www.jrlucariny.com>).

se movendo junto com a superfície terrestre. Uma vez que as armas têm alcance de muitos quilômetros, as pequenas discrepâncias entre as “reais” acelerações e as acelerações previstas pela segunda lei de Newton, podem ter efeitos que se acumulam e se tornem significativos. Com o objetivo de acertar os alvos que os atiradores desejam, eles devem acrescentar pequenas correções na equação  $a = \frac{F}{m}$  para corrigir o fato que a superfície da Terra não é um sistema inercial perfeito.

Fazendo seus cálculos em um referencial inercial lhes permitirá utilizar a forma usual de segunda lei de Newton, mas os atiradores terão de converter todos os seus dados para um quadro de referencial diferente, o que exige cálculos complicados.

Em nossos exemplos, nessa aula, teremos sempre a consideração de referenciais inerciais.



## ATIVIDADES

Responda a questão: Por que quando um ônibus arranca, ou seja, inicia seu movimento, algumas pessoas quase caem? Mas se ele seguir com velocidade constante dará até pra ficar em pé e soltar as mãos sem cair. Explique o por quê disso.

## COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

Ao observarmos uma pessoa de pé no interior de um ônibus, quando ele arranca, o passageiro por inércia tende a permanecer em repouso em relação ao solo terrestre. Como o ônibus vai para frente, a pessoa que não estava se segurando cai para trás no ônibus.

Ele que era um referencial inercial quando estava parado deixa de ser ao dar uma arrancada. Logo, o cinto de segurança nos

automóveis tem a função de proteger o passageiro da inércia de seu movimento, no caso de uma freada brusca ou colisão.

Quando o ônibus está se movendo com velocidade constante ele volta a ser um referencial inercial para quem está dentro dele. Já que também tem a mesma velocidade do ônibus, enquanto ele mantiver velocidade constante o passageiro pode soltar as mãos que continuará a mover-se junto com o ônibus sem perigo de cair.

## CENTRO DE GRAVIDADE E CENTRO DE MASSA

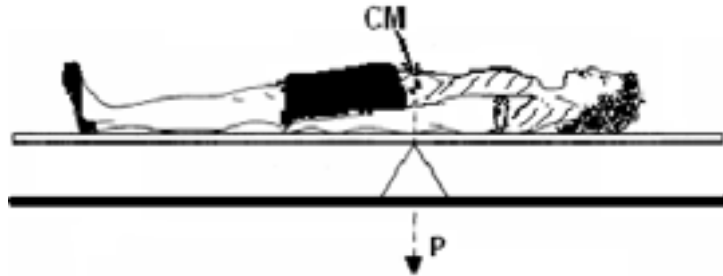
Antes de avançarmos nossa compreensão sobre força aplicada sobre um corpo, precisamos simplificar os sistemas mais complexos, como um carro ou nosso próprio corpo. Afinal se empurramos um carro quebrado estamos aplicando uma força apenas em um ponto pequeno da traseira do carro, porém ele todo se move. Então como compreender a ação da força sobre ele?

Você já deve ter estudado o problema de encontrar o centro de massas (CM) de um corpo. Lembra-se? Mesmo assim, vamos relembrá-lo agora.

Na verdade, o CM de um corpo extenso ou de um sistema de partículas é uma idealização utilizada na física para simplificar o problema de ação de forças externas sobre eles. A idéia é tentar reduzi-los a uma única partícula de massa igual à massa total do corpo extenso ou do sistema de partículas. Mas sua localização é muito importante, ela não é aleatória. Sabendo a posição do CM ou centro de gravidade de um corpo, pode-se achar o ponto em que é possível equilibrar este corpo caso ele fosse segurado por esse ponto.

Essa simplificação irá nos ajudar a calcular vários efeitos. Por exemplo, podemos dizer que o centro de massa é o ponto de aplicação do peso do corpo.

Imagine que você vai colocar uma criança deitada em uma gangorra no parquinho. Ao invés de colocá-la em um dos banquinhos na extremidade, você a coloca deitada bem sobre o eixo de forma a equilibrar a tábua na horizontal. Então, o CM da criança deve estar sobre o eixo da gangorra (que é o CM da gangorra). Provavelmente o CM da criança será um ponto próximo ao umbigo dela.



Se o sistema for composto de estruturas homogêneas, isto é, tiver uma distribuição de massa homogênea, o CM de massa pode ser determinado no mesmo ponto do centro geométrico, como demarcado nas figuras abaixo.



Perceba que o centro de massa não precisa estar dentro do corpo. Mas se não tivermos uma distribuição homogênea de massa, como podemos calcular o CM?

Nesse caso você deve levar em conta não só a geometria do sistema, mas também a massa correspondente de cada ponto. Por exemplo, pense no caso da aliança. Se metade dela for feita de um metal mais leve que a outra metade, o CM não estará mais no centro do círculo, como marcado anteriormente. Você deverá efetuar um cálculo levando em conta essa diferença. Mas como?

Para um dado conjunto de partículas com massas  $(m_1, m_2, m_3)$ , cujas posições podem ser representadas pelos vetores posição



vetores posição ( $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$ ), respectivamente, em relação a um referencial inercial, o CM pode ser localizado pela posição cujo vetor é assim de-

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

finido:

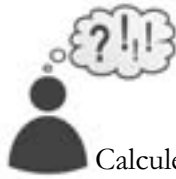
Ah, é fácil, então se temos três bolinhas distribuídas no espaço, devemos escolher um sistema de eixos cartesianos, definindo onde está a origem. Depois multiplicamos cada uma das massas pela distância delas até essa origem. Somamos tudo e dividimos pelo valor total das massas somadas.

Generalizando essa idéia, num sistema de  $n$  partículas de massa total  $M$ , a posição do centro de massa é dada pela relação:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{M}$$

Quando aplicamos uma força sobre um corpo ou um sistema complexo, como um conjunto de massas, para compreendermos seu movimento, simplificamos o problema de forma que em nossa resolução aplicamos a força sobre o ponto correspondente ao CM do corpo que contém toda a massa do mesmo.

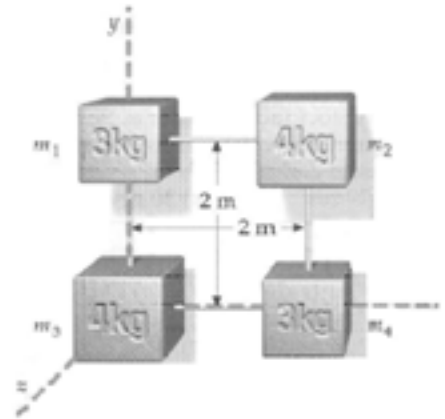
Como falamos no início, por exemplo, ao empurrar seu carro quando ele não “pega”, você aplica uma força em um ponto da traseira, fazendo com que ele se mova e possa ligar “no tranco”. Mas em física, quando resolvemos o problema do movimento desse carro, calculamos o CM do carro e aplicamos a força sobre esse ponto que contém a massa total dele. Por isso é muito importante compreendermos como se calcula o CM de qualquer sistema para o estudo das forças.



### ATIVIDADES

Calcule a posição do CM dos seguintes sistemas:

- a) duas massas iguais separadas por uma distância  $L$ .
- b) 4 massas distribuídas segundo a figura:



### COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

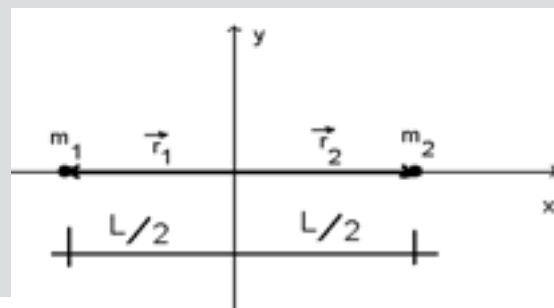
Para calcular a posição do centro de massa, primeiro temos que escolher um sistema de eixos cartesianos e decidir onde está a origem. Vamos colocar os eixos com a origem exatamente sobre o ponto que divide a distância entre as massas ao meio. Também vamos considerar que as massas estejam concentradas em um único ponto do espaço, e que estejam ambas sobre o eixo  $x$  (fig. ii).

iii)

i).



ii)



Agora, então, podemos calcular o centro de massa da seguinte forma:

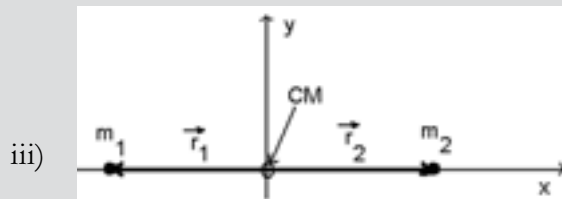
Como  $m_1 = m_2 = m$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{M} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

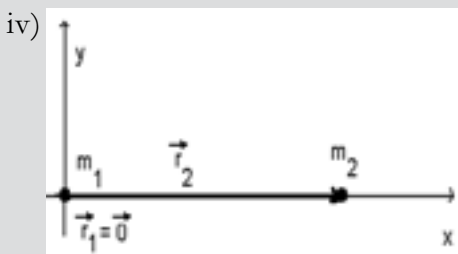
em e  $\vec{r}_1 = -\vec{r}_2$  teremos .Ou seja, o CM pode ser localizado pelo

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m\vec{r}_1 - m\vec{r}_1}{m_1 + m_1} = \vec{0}$$

vetor nulo, que está localizado na origem dos eixos (fig. iii).



Caso o eixo escolhido fosse diferente, o CM não seria o vetor nulo, que está localizado na origem desse eixo. Por exemplo, se colocássemos os eixos com a origem sobre a massa  $m_1$  (fig iv)



$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{M} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

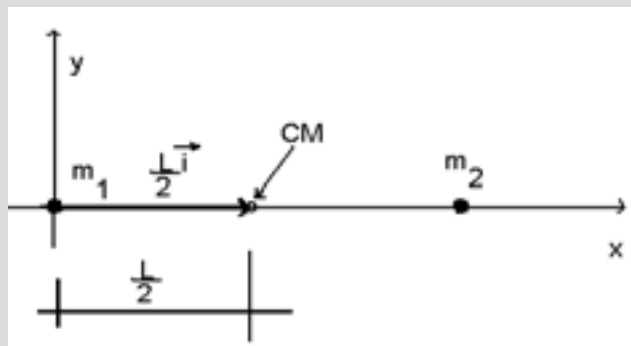
Novamente temos  $m_1 = m_2 = m$ , mas os vetores posição são diferentes:

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= \vec{0} \\ \vec{r}_2 &= L\vec{i} \end{aligned}$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m\vec{0} + m(L\vec{i})}{2m}$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m(L\vec{i})}{2m} = \frac{L\vec{i}}{2}$$

v)



OBS: Lembre-se que o vetor dá a direção no eixo x.

Viu como a escolha dos eixos faz toda a diferença? Agora lhe faço mais uma pergunta: qual é o efeito de se manter a mesma origem, mas inverter o sentido positivo do eixo x?

Bem, nesse caso os módulos e as direções de todos os vetores serão as mesmas, porém como o sentido de x foi invertido, também o sentido de tudo o que for orientado nesse eixo deverá ser invertido. Assim, nesse último exemplo o vetor  $\vec{r}_{CM}$  será dado por:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{L(-\vec{i})}{2} = -\frac{L\vec{i}}{2}$$

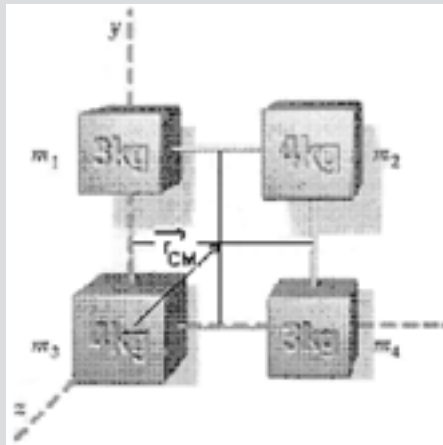
b)

No sistema de quatro massas temos

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{M} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + m_4 \vec{r}_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{3(0\vec{i} + 2\vec{j}) + 4(2\vec{i} + 2\vec{j}) + 4(0\vec{i} + 0\vec{j}) + 3(2\vec{i} + 0\vec{j})}{3 + 4 + 4 + 3}$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{(0\vec{i} + 6\vec{j}) + (8\vec{i} + 8\vec{j}) + (6\vec{i} + 0\vec{j})}{14} = \frac{14\vec{i} + 14\vec{j}}{14} = \vec{i} + \vec{j}$$



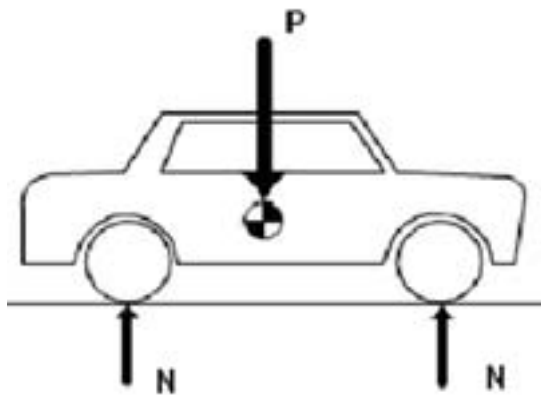
Portanto, o CM desse sistema pode ser localizado pelo vetor  $r_{CM}$ , ou seja, bem no ponto central entre as massas

## APLICAÇÃO DE MUITAS FORÇAS

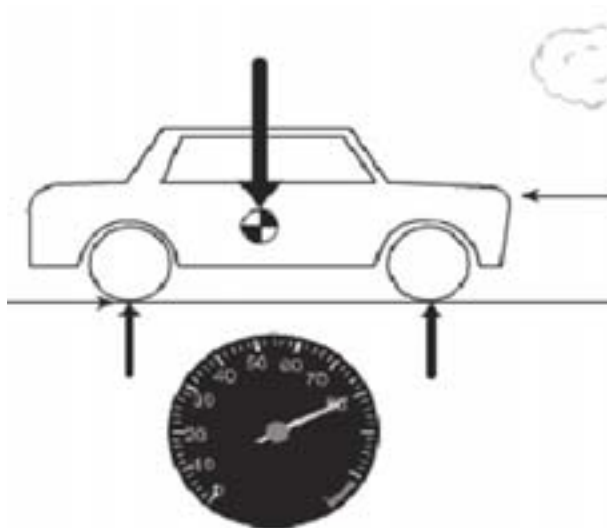
Bem, agora voltaremos ao nosso problema de aplicação das forças.

Vamos dar uma olhada no diagrama de um carro. Quando o carro ainda está parado, a gravidade exerce uma força para baixo sobre ele (essa força atua em todo o carro, mas para simplificar, vamos desenhá-la no centro da massa do carro).

Mas o chão exerce uma força igual e em sentido contrário sobre os pneus. Assim, o carro não se move (não afunda no solo).



Quando o carro começa a acelerar, algumas novas forças entram em jogo. As rodas traseiras exercem uma força contra o chão na direção horizontal; isso faz com que o carro comece a acelerar.



Assim que começa a se mover, o ar exerce força contra o carro. Essa força de resistência aerodinâmica atua em sentido oposto ao da força dos pneus, e que, portanto, diminui o efeito da última, deixando menos capacidade disponível para aceleração.

Na maioria das situações práticas, como essa descrita acima, o corpo em estudo fica sujeito a várias forças que agem simultaneamente: um carro movimentando-se numa estrada; um lustre preso ao teto através de correntes, etc.

Esses sistemas complexos podem ser tratados reduzindo o número de forças em ação a uma única força?

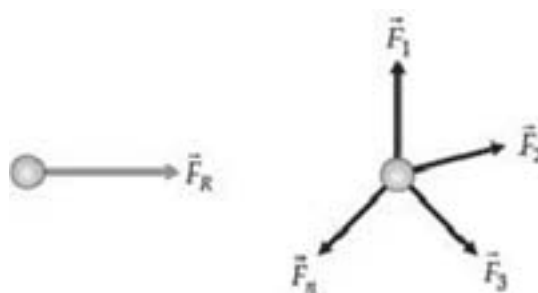
Normalmente, é possível substituir todas as forças aplicadas a um corpo por uma única, chamada de resultante das forças ou força resultante, cuja característica principal é a de produzir o mesmo efeito que todas as forças juntas.

Devemos tomar muito cuidado com a resultante, porque ela não é uma força aplicada no corpo e sim a que substitui todas as forças atuantes.

Quando não-nula, a força resultante produz variações na velocidade do corpo.

Se  $n$  forças agem simultaneamente sobre um objeto, podemos obter a resultante das forças através da adição vetorial das  $n$  forças aplicadas. Assim temos:

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \Rightarrow \vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

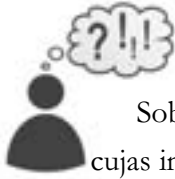


**Caso de uma força de tração, que nada mais é do que a força de contato aplicada por um fio (ou eventualmente por uma barra) sobre um corpo, que tem a direção do fio e sentido de puxar. Aqui, a força resultante é nula se o balde estiver parado.**

OBS: Força não é um escalar. Vimos na aula passada que força é uma grandeza vetorial e, portanto, para caracterizá-la precisamos definir sua intensidade (módulo), sua direção de atuação e seu sentido.

Então, não se esqueça de que para realizar operações com forças, como o caso de encontrar a resultante, em que você deve somar cada uma das forças, você deve trabalhar com o vetor força, não só com o módulo da força.

## ATIVIDADES



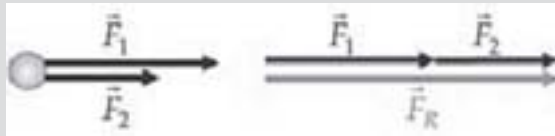
Sobre um corpo de dimensões desprezíveis atuam duas forças, cujas intensidades são:  $F_1 = 8,0 \text{ N}$  e  $F_2 = 6,0 \text{ N}$ . Entre quais valores se situa a intensidade da força resultante?

## COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

Devemos encontrar os valores máximo e mínimo da resultante das duas forças. A resultante terá intensidade máxima, quando as duas forças tiverem a mesma direção e o mesmo sentido.

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



Nesse caso, como ambas têm mesma direção e mesmo sentido, podemos somar diretamente os módulos de ambas.

$$F_R = F_1 + F_2 = 8,0 + 6,0 = 14,0$$

$$F_R = 14,0 \text{ N}$$

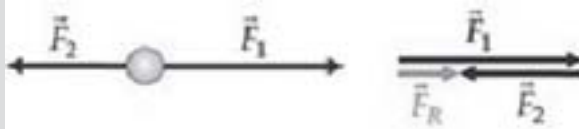
Nessas condições, a resultante tem a mesma direção e o mesmo sentido das forças componentes.

A resultante terá intensidade mínima, quando as duas forças tiverem a mesma direção e sentido oposto.

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$F_R = F_1 - F_2 = 8,0 - 6,0 = 2,0$$

$$F_R = 2,0 \text{ N}$$



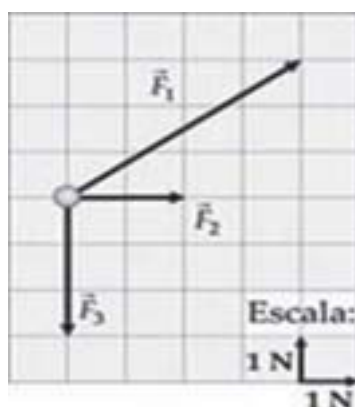


Nessas condições, a resultante tem a mesma direção das forças componentes e sentido coincidente com a de maior módulo. Respondendo a pergunta inicial, a resultante dessas forças pode variar entre 14,0 N (máximo valor) e 2,0 N (mínimo valor).

## ATIVIDADES



Uma partícula encontra-se sob a ação exclusiva de três forças, como indica a figura em escala. Qual a intensidade, a direção e o sentido da resultante dessas forças atuantes?

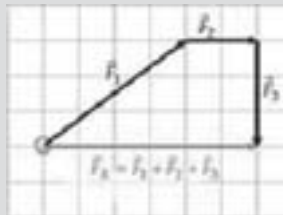


## COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

Se cada divisão corresponde a 1 N, tanto na direção vertical como na horizontal, podemos saber o módulo de cada uma das forças. Por exemplo  $|\vec{F}_3| = 3N$ .

Então, usando-se as regras para adição vetorial das forças atuantes, podemos deslocar as forças  $\vec{F}_2$  e  $\vec{F}_3$  de modo a colocar o início da  $\vec{F}_2$  no extremo final da  $\vec{F}_1$  e o início da  $\vec{F}_3$  no extremo final da  $\vec{F}_2$ . A soma das três forças é dada pelo vetor soma que

começa no início da  $\vec{F}_1$  e termina no final da  $\vec{F}_3$ . Como você pode ver na figura:



Pela figura, temos que  $|\vec{F}_R| = 6N$ , com direção horizontal e sentido para direita.

Podíamos ter feito esse cálculo utilizando um sistema de eixos cartesianos.

Por exemplo, escolhendo a origem sobre a massa e as direções na horizontal, com sentido positivo para a direita e  $\vec{i}$  na vertical com sentido positivo para cima. Todas as forças seriam descritas por vetores orientados nesse sistema:

$$\vec{F}_1 = 4\vec{i} + 3\vec{j} \quad \vec{F}_2 = 2\vec{i} \quad \vec{F}_3 = -3\vec{j}$$

O vetor resultante, então, é dado por:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (4+2)\vec{i} + (3-3)\vec{j} = 6\vec{i}$$

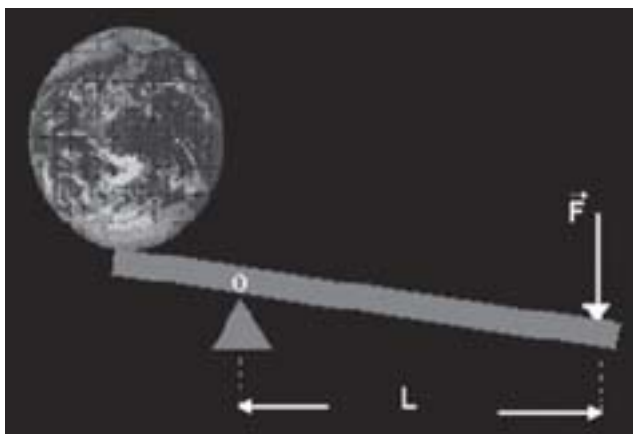
$\vec{F}_R = 6\vec{i}$ , que é exatamente o que foi encontrado da primeira maneira:

$|\vec{F}_R| = 6N$ , com direção  $\hat{e}$  e sentido positivo.

## O QUE É TORQUE?

“Quando uma criança grande vai brincar em uma gangorra com uma criança pequena, qual a possibilidade da gangorra ficar em equilíbrio na horizontal?”

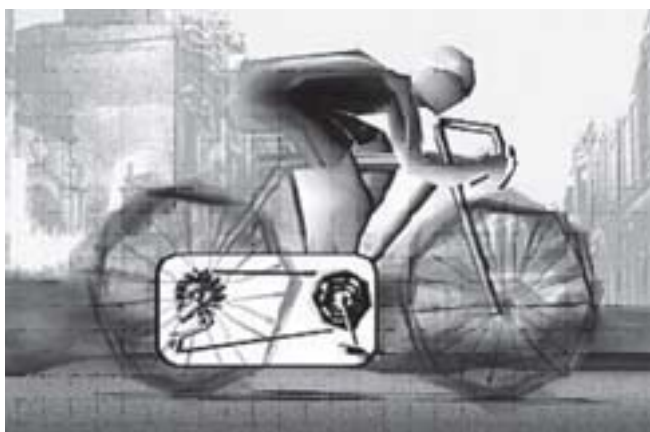
Você conhece uma alavanca? Uma barra rígida apoiada utilizada para facilitar o deslocamento de um corpo pesado. Sabe qual a física que está por trás do uso das alavancas?



“Dê-me uma alavanca que  
moverei o mundo”  
Arquimedes

Essas perguntas estão relacionadas com a ação de forças, mas para poder respondê-las corretamente precisamos introduzir um novo conceito: *Torque*.

*Torque* ( $\tau$ ) ou *momento de uma força* é uma grandeza física associada ao movimento de rotação de um corpo em torno de um eixo, provocado por aplicação de uma força nesse corpo. Você gera um torque toda vez que aplica a força usando uma chave de boca. Apertar as porcas das rodas de seu carro é um bom exemplo. Quando você usa uma chave de roda, aplica determinada força para manejá-la. Essa força cria um torque sobre o eixo da porca, que tende a girar este eixo.



(Fonte: <http://efisica.if.usp.br>).

O torque é então uma grandeza vetorial que representa a “tendência de uma força aplicada de provocar rotação”.

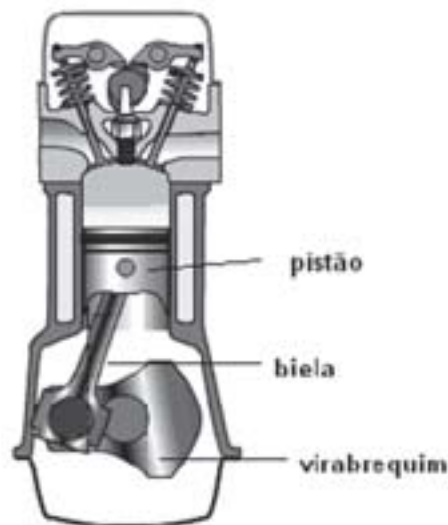
**Para fazermos a catraca de uma bicicleta girar aplicamos torque a ela. Esse é o papel do pé ao comprimir, com força, o pedal.**

**A transmissão desse movimento de rotação para as rodas traseiras da bicicleta é o que a faz andar.**

Matematicamente o torque é definido como:  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ , em que  $\vec{r}$  é o vetor que une o ponto de aplicação da força  $\vec{F}$  e o “eixo de rotação” (ou ponto fixo).

Veja que o torque é um produto vetorial. Então, escolhendo o plano xy como o plano que contém as forças, o torque só terá componente na direção z.

É claro que no caso de haver muitas forças aplicadas ao corpo, o torque resultante é calculado a partir da força resultante.



Um motor de carro é capaz de criar um torque e usá-lo para locomover o carro. No motor estão localizados os pistões. A explosão do combustível provocada por uma centelha, propiciada pelas velas, cria uma pressão (força) contra um pistão que o empurra. Ao se movimentar para cima e para baixo, os pistões criam os torques necessários para fazerem a biela e o virabrequim do motor colocar-se em rotação. Esse movimento de rotação é transferido para as rodas. Esse torque é criado exatamente da mesma maneira que já citamos: uma força aplicada a uma certa distância.

Ou seja, se você pode calcular uma única força que representa a ação conjunta de todas as forças que atuam no corpo, o torque produzido por ela será o torque resultante.

### COMO PODEMOS VARIAR O TORQUE?

Há várias maneiras de alterar o torque:

- Mudando o ponto e/ou a direção de aplicação da força
- Mudando a magnitude da força
- Deslocando o eixo de rotação

Por exemplo:

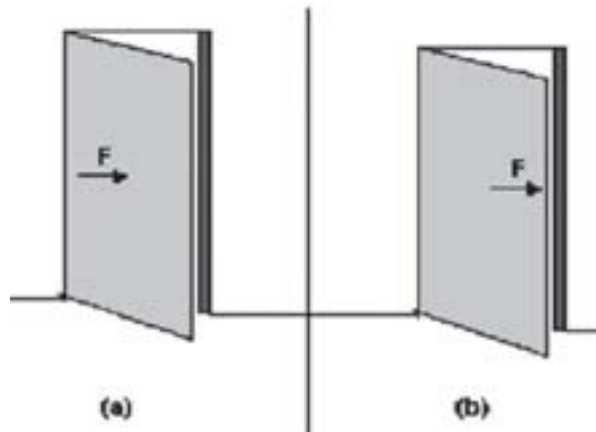
Coloque uma tábua sobre um apoio. O apoio deve estar centralizado, como em uma gangorra. Agora pressione uma das extremidades da tábua, tentando encostá-la no chão. Agora mude o ponto de apoio, colocando-o bem mais próximo da extremidade que você está pressionando. Fica muito mais difícil pressionar nessa segunda tentativa, certo?

O ponto de apoio corresponde ao eixo de rotação, que foi alterado.



Talvez seja meio difícil você realizar esse experimento, mas você pode fazer este outro no lugar:

Tente fechar uma porta empurrando-a pelo seu centro (a) e depois pela sua extremidade (b). Você vai verificar que a porta é fechada mais facilmente quando é aplicada a força na sua extremidade. Observe que o braço de alavanca em (a) é menor que em (b).



Estas situações estão associadas à eficácia de uma força ao produzir rotação que é relacionada à grandeza física denominada torque ou momento de uma força.



## ATIVIDADES

Você já trocou algum pneu? Se você já tentou sabe como é difícil soltar as porcas realmente apertadas da roda. Se não tentou, tente, observe ou pergunte a alguém que já fez isso. Para soltar as porcas utiliza-se uma chave de rodas. O que você usaria: uma chave de rodas mais curta ou mais longa? Qual o melhor modo de soltar as porcas? Explique fisicamente o que está ocorrendo.

### COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

Provavelmente sua resposta será: *“Mais longa, com ela eu preciso fazer menos força”*. E você está certo. Quanto mais longa a chave de roda (alavanca), ou seja, quanto mais distante aplicamos a força, menor essa força precisa ser.

Uma boa dica para soltar as porcas mais facilmente é posicionar a chave de roda na horizontal e depois subir na extremidade dela, ao invés de apenas empurrá-la com suas mãos. Isso cria

um maior torque, pois desse modo todo o seu peso é aplicado a uma distância igual ao comprimento da chave.

E se ao invés de subir na extremidade, você subisse no meio da chave?

Você veria que não seria mais tão fácil soltar as porcas. Claro que também não daria para soltá-las se você posicionasse a chave com sua haste apontada diretamente para cima, e então, ficasse em pé sobre ela (supondo que você fosse capaz de se equilibrar ali). Não teria nenhuma chance de afrouxar as porcas, pois você estaria se posicionando diretamente sobre a porca da roda, isto é, você estaria empurrando a porca para baixo, mas não de forma a rotacioná-la.

Viu quantas possibilidades. Todas são formas diferentes de aplicar força para soltar as porcas. Todas variaram o torque da chave sobre a porca.

## UNIDADES

A unidade SI de medida de torque é newton vezes metro (N.m). Observe que as unidades de torque têm dois componentes: força e distância. Para calcular o módulo torque, é preciso apenas multiplicar a modulada a força aplicada pela distância medida entre o ponto de aplicação e o centro do eixo de rotação

## ATIVIDADES



Vamos dizer que para soltar as porcas do seu carro você possua uma chave de rodas de 20 cm. Se você for capaz de aplicar uma força de 200 N em sua extremidade, qual o torque que estará gerando? E se você duplicar o tamanho da chave, qual será a força necessária para gerar o mesmo torque?

No primeiro caso, se sua chave tem 20 cm (0,2 m) de comprimento e você aplica uma força de 200 N em sua extremidade, estará gerando um torque:

$$|\vec{\tau}| = d \cdot |\vec{F}| = 200 \cdot 0,2 = 40 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Já no segundo caso, ao duplicar o tamanho da chave, ela terá 40 cm. Então, você precisará aplicar uma força de:

$$\begin{aligned} |\vec{\tau}| &= 40 \text{ N}\cdot\text{m} \\ 40 &= d \cdot |\vec{F}| = 0,4 \cdot x \\ x &= \frac{40}{0,4} = 100 \text{ N} \end{aligned}$$

Então se você aplicar 100 N na extremidade dessa chave de rodas irá gerar o mesmo torque que gerou no primeiro caso. Daí você pode concluir: quanto maior for o comprimento da chave, menor é a força que você deve aplicar para produzir o mesmo torque.

## EQUILÍBRIO DE UM CORPO

Para que um corpo rígido fique em equilíbrio em um referencial inercial, as duas condições decorrentes da 1ª Lei de Newton devem estar satisfeitas: equilíbrio de translação e de rotação.

Condição para o equilíbrio de translação: quando um corpo está em equilíbrio de translação (em repouso ou em movimento uniforme), a resultante das forças que atua sobre o corpo é nula. Ou seja, ao somarmos todas as forças aplicadas no corpo, essa somatória deve ser igual a zero.

Condição para o equilíbrio de rotação: quando um corpo está em equilíbrio de rotação (em repouso ou rotação uniforme), a



resultante dos momentos ou torques das forças aplicadas, é nula.

Portanto, no equilíbrio de um corpo em um referencial inercial, temos:

$$\sum \vec{F} = 0$$
$$\sum \vec{\tau} = 0$$

---

## O QUE NÃO É FORÇA

Para terminarmos nosso assunto sobre introdução à física, que tal fixarmos melhor a definição sobre o que realmente é uma força; e após isso, vermos exemplos do que não é uma força? As pessoas costumam dizer no cotidiano muitas frases envolvendo a palavra força, mas do ponto de vista de um físico estão completamente erradas. Então vamos descobrir por que seu uso não está correto, para que você não cometa o mesmo equívoco, já que agora você está começando a se tornar um físico. Aí vai uma série de exemplos pra você.

Força não é uma propriedade de um objeto.

Um grande número de descrições incorretas de estudantes sobre as forças poderia ser corrigido mantendo em mente que força é uma interação entre dois objetos, e não uma propriedade de um objeto.

Declaração Incorreta: “Esse ímã tem uma grande força.”

Se o ímã está a um milímetro de distância de uma bola de aço, eles podem exercer uma forte atração um sobre o outro, mas se eles estiverem a um metro de distância, a força seria virtualmente não detectável. Portanto o ímã não tem uma força, mas essa surge na interação dele com um outro corpo.

Força não é uma medida do movimento de um objeto.

Se força não é uma propriedade de um único objeto, então ela não pode ser usada como uma medida do movimento do objeto.

Declaração Incorreta: “O trem de carga atinge uma força descomunal no trilho.”

A força não é uma medida do movimento. Se um trem de transporte atinge um caminhão de cimento estagnado, então uma grande colisão irá ocorrer devido à força de reação sobre o trem pela sua interação com o caminhão. Mas, se ele atingir uma mosca a força de reação sobre ele será pequena.

Força não é energia.

Há duas abordagens principais para a compreensão do movimento de objetos, uma baseada na força, e outra relativa a um conceito diferente, chamado energia. A unidade de energia no SI é o Joule, mas provavelmente você está mais familiarizado com calorias, utilizado para a medição de energia da alimentação, e os quilowatts-hora, unidade que a companhia elétrica usa para o faturamento. Como definições precisas sobre os conceitos de energia são bem mais complexas do que os conceitos de força, em geral os livros didáticos começam por esta última.

Durante um longo período após a introdução dos conceitos sobre força e antes da definição cuidadosa de energia, os estudantes são vulneráveis às situações em que, sem perceber, eles misturam propriedades de energia com os fenômenos de força.

Declaração Incorreta: “Como uma cadeira pode fazer uma força

para cima em meu bumbum? Afinal ela não tem potência alguma!”

Potência é um conceito relacionado com a energia, isto é, lâmpadas de 100 watts utilizam 100 joules por segundo de energia. Quando você se senta em uma cadeira, nenhuma energia é utilizada para empurrá-lo em cima, portanto forças podem existir entre você e a cadeira, a necessidade de uma fonte de energia.

Força não pode ser armazenada.



(Fonte: <http://blog.cancaonova.com>).

Como a energia pode ser armazenada e utilizada no futuro, as pessoas pensam que também podem armazenar uma força.

Declaração Incorreta: “Se você não encher o seu tanque de combustível, você irá esgotar a força dele.”

Cuidado: Você vai ficar sem energia, e não sem força.

Forças não precisam ser exercidas por seres vivos ou máquinas.

Transformar energia a partir de uma forma em outra, normalmente requer algum tipo de mecanismo vivo ou mecânico. O conceito não é aplicável às forças, que são uma interação entre objetos, e não uma coisa a ser transferida ou transformada.

Declaração Incorreta: “Como pode a tábua de madeira de uma cadeira fazer uma força ascendente em meu bumbum? Ela não tem nenhuma mola ou qualquer outro mecanismo dentro dela.”

Molas ou outros mecanismos internos não são necessários. Se a cadeira não realizasse qualquer força sobre você, seu corpo deveria obedecer a Segunda Lei de Newton e, assim, você cairia dela. Evidentemente que ela faz sim uma força sobre você!

A força é a causa direta de uma mudança no movimento.

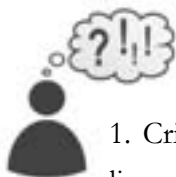
Eu posso clicar em um controle remoto para fazer a minha porta da garagem mudar do repouso para se mover (abrir). A força dos meus dedos sobre o botão, no entanto, não interagiu com a porta. Quando falamos de uma força sobre um objeto em física, estamos falando de uma força que age diretamente. Do mesmo modo, quando você puxar um cãozinho relutante por sua coleira, a coleira e o cão estão fazendo forças em si, e não sua mão e o cachorro. Afinal o cachorro nem sequer está tocando em sua mão!

## COMENTÁRIOS FINAIS

Ah, que pena! Chegamos ao final de nossa disciplina. Vou sentir saudades de você!! Espero ter lhe mostrado como a física pode ser interessante.

Agora, provavelmente você já fez as disciplinas de vetores e geometria e calculo I, certo? Portanto, nas próximas disciplinas, você irá utilizar muito os conceitos que aprendeu para compreender melhor a física envolvida na descrição da natureza. Desejo que essa disciplina tenha lhe dado uma boa base para que você possa prosseguir mais seguro em seu curso de Física.

Boa sorte em sua caminhada!



## ATIVIDADES

1. Critique a seguinte afirmação incorreta: “Se você empurrar um livro sobre uma mesa, o atrito irá retirar mais e mais força dele, até que finalmente ele pare.”

## COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

Pelo contrário do que diz essa afirmação, o atrito com a mesa não retira força do livro, mas aplica uma força sobre ele. Essa força faz diminuir a energia cinética (associada ao movimento) do livro, e como não há nenhuma outra força aplicada sobre ele de maneira a manter o movimento, ele diminui sua velocidade até parar.

2. Você joga uma bola de tênis contra uma parede.

Explique todas e quaisquer idéias incorretas na seguinte descrição da física envolvida:

“A bola ganha alguma força quando você bate nela, e ela perde parte dessa força quando bate na parede, de forma que ela não volta pra trás tão rápido. Os músculos de seus braços são as únicas fontes de onde uma força pode vir”.

### COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

Primeiramente nenhum corpo ganha ou perde força. Ele ganha ou perde energia. A força surge da interação entre os corpos. Portanto sua mão batendo na bola faz com que surja uma força que empurra a bola contra a parede. A bola quando bate na parede sente a ação de uma força contrária ao seu movimento e que faz com ela mude a direção e o sentido de seu movimento (às vezes a direção pode ser a mesma, mas o sentido fica invertido). A razão da bola não voltar para você com tanta rapidez é que ela perdeu energia cinética nas interações com a parede e no atrito com ar no seu trajeto.

A segunda parte é ainda mais absurda, pois a força não precisa de seus músculos para existir. As forças não precisam ser exercidas por seres vivos ou máquinas. Durante o toque de sua mão com a bola surge a força que a faz sair do repouso. O que seus músculos transferiram foi energia deles para o movimento da bola.

Uma força não se vê, porém, detectam-se os seus efeitos. Isaac Newton, a partir de suas reflexões e análises, interpretou as três leis básicas do movimento que herdaram o seu nome, em sua homenagem, com toda justiça, visto que essas leis torna-

## CONCLUSÃO

ram-se o alicerce do desenvolvimento grandioso obtido pela humanidade após elas. A compreensão exata do que é uma força e como ela atua sobre um corpo é uma das bases do estudo da natureza conduzido pela física e você deve se preocupar em compreender muito bem esse assunto

## RESUMO



Em nosso último encontro, vimos que o referencial inercial é um sistema de referência em que corpos livres (sem forças aplicadas) não têm o seu estado de movimento alterado. Nos referenciais não inerciais os objetos violam o princípio de inércia e a primeira lei de Newton. Não existe referencial inercial absoluto.

Algumas vezes é preciso fazer correções para os referenciais considerados, pois não são referenciais inerciais absolutos.

Vimos também o centro de massa (CM) de um corpo: Ponto de equilíbrio de um corpo extenso ou de um sistema de partículas com massa igual à massa total do sistema.

Num sistema de  $n$  partículas de massa total  $M$ , a posição do centro de massa é dada por:

Força resultante  $\vec{F}_R$  é aquela capaz de produzir o mesmo efeito de todas as forças aplicadas em um corpo juntas. Se  $n$  forças agem simultaneamente sobre um objeto a força resultante é dada por

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{M}$$

Aprendemos que o torque é uma grandeza vetorial que representa a “tendência de uma força aplicada de provocar rotação”. É definido como:  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Podemos alterar o torque mudando o ponto e/ou a direção de aplicação da força; mudando a magnitude da força ou deslocando o eixo de rotação.

-No equilíbrio de um corpo em um referencial inercial, temos:

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= 0 \\ \sum \vec{\tau} &= 0\end{aligned}$$

Vimos que Força não é uma medida do movimento de um objeto. A força é a causa direta de uma mudança no movimento de um corpo; não é uma propriedade de um objeto, mas uma interação entre dois objetos; não é energia e não pode ser armazenada como energia; e Forças não precisam ser exercidas por seres vivos ou máquinas, elas surgem em qualquer interação entre dois corpos.

## REFERÊNCIAS

ALONSO, M. S. e Finn, E. J. **Física**. São Paulo: Edgard Blücher, 1999.

GIBILISCO, S. **Physics demystified**. New York: Mcgraw-Hill, 2002.

<<http://pt.wikipedia.org/>> consultado em 2/05/2008.

**Portal de ensino de Física da USP**. Disponível em <<http://efisica.if.usp.br/>> consultado em 02/05/2008.

**Portal do Observatório nacional**, disponível em [http://www.on.br/site\\_edu\\_dist\\_2007/site/index.html](http://www.on.br/site_edu_dist_2007/site/index.html). consultado em 2/05/2008.

Sears, F. W. e ZEMANSKY, M. W. **Física I – Mecânica**. São Paulo: Addison Wesley, 10 ed. 2003.

Serway, R. A. & JEWETT JR, J. W. **Princípios de Física: Mecânica Clássica**. Vol. 1. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005.

.