

A MODELAGEM-MODELAÇÃO MATEMÁTICA E A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

META

Apresentar a modelagem-modelação matemática e a história da Matemática como tendências metodológicas da Educação da Matemática.

OBJETIVOS

Ao final da aula, o aluno deverá:

identificar a modelagem-modelação matemática e a história da Matemática como tendências metodológicas da Educação Matemática.

PRÉ-REQUISITOS

Temas abordados na aula sobre Laboratório de Ensino de Matemática.



Rodney Carlos Bassanezi é graduado em Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (1965), mestre pela Universidade Estadual de Campinas (1971) e doutor em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (1977). Trabalhou nos estudos da educação na área de modelagem matemática. (Fontes: <http://www.furb.br>).

INTRODUÇÃO

Ao descrever uma aula de Matemática, D'Ambrósio (1989) enfatiza que o professor expõe o conteúdo que considera importante, cabendo ao aluno registrar e reproduzir as informações recebidas.

Deste modo, o discente não participa de situações de investigação e exploração, pois não são desenvolvidas atividades que “remetem a situações em que o aluno deva ser criativo, ou onde o aluno esteja motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação em si ou pelo próprio desafio do problema.” (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 15).

Em contraposição a esta descrição, vamos, nesta aula, debater sobre a modelagem-modelação matemática e sobre a história da Matemática como propostas metodológicas da Educação Matemática que incentivam o aluno a refletir, formular, aperfeiçoar e a explorar conjecturas vinculadas a atividades de pesquisa.

Quando desafiados com atividades de pesquisa, os alunos podem reconhecer a importância de refletir e revelar suas ideias, de forma oral ou escrita, mobilizando os seus conhecimentos prévios e as distintas formas de representar os conceitos matemáticos.



Ubiratan D'Ambrósio
(Fonte: <http://www.furb.br>)

A MODELAGEM E A MODELAÇÃO MATEMÁTICA

A origem das ideias centrais da Matemática está vinculada ao resultado de um processo que procura entender e explicar fatos e fenômenos relacionados a fatores externos ou internos à própria Matemática. No entanto, a despersonalização que caracteriza a validação de novos conceitos matemáticos induz, erroneamente, à conclusão de que estes conceitos e, conseqüentemente, a Matemática é uma “ciência completa e acabada”.

Como, na maioria das vezes, esta forma de apresentação dos conhecimentos matemáticos é refletida no tratamento que é atribuído ao ensino da Matemática na escola, observa-se que os conteúdos matemáticos, geralmente, são desvinculados “da realidade, e mesmo do processo histórico de construção matemática. Assim é que um teorema é ensinado, seguindo o esquema: enunciado → demonstração → aplicação.” (BASSANEZI, 2004, p. 36).

O que conduz o professor a optar por atividades didáticas que seguem esse roteiro, quando é possível percorrer o mesmo caminho que originou tal proposição?

Por que o professor não toma como elemento motivador um problema de ordem prática, ou empírica, que representa um fato externo ou não à Matemática e, em seguida, estabelece, juntamente com os alunos, as conclusões que correspondem aos conceitos matemáticos?

Caso o docente organizasse suas atividades didáticas por meio da formulação, do aperfeiçoamento e da exploração de hipóteses poderia estar “reinventando o resultado juntamente com os alunos, seguindo o processo da modelagem e conjugando verdadeiramente o binômio ensino-aprendizagem.” (BASSANEZI, 2004, p. 36).

Nesta perspectiva é possível conceber que a modelagem matemática no ensino pode ser uma abertura para:

[...] despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar matematicamente. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problema por meio da pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico. (BIEMBENGUT; HEIN, 2000, p. 18).

Diante da complexidade de uma atividade de modelagem matemática em cursos regulares, esse processo pode ser adaptado ao ensino sob a denominação de modelação matemática.

A modelação matemática contribui de forma decisiva na apreensão dos conceitos matemáticos, no desenvolvimento de habilidades para resolver problemas e estimula a criatividade do aluno, pois, “nor-teia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático

e orientar o aluno na realização do seu próprio modelo-modelagem.” (BIEMBENGUT; HEIN, 2000, p. 18).

No decorrer do processo de modelação é importante que se determine o modelo matemático que descreve certo fenômeno ou problema de situação real. No entanto, ainda mais importante que o produto, ou seja, o modelo matemático, é o processo percorrido para a obtenção deste modelo, pois, ao perpassar as etapas da modelação matemática o aluno vai revisitando conteúdos matemáticos já trabalhados e, concomitantemente, novos conceitos vão sendo institucionalizados. (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Para a determinação do modelo matemático, o aluno pode lançar mão de termos familiares como: “expressões numéricas, fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc.” (BIEMBENGUT; HEIN, 2000, p. 12).

E, nesse sentido, o professor precisa estar ciente de que um modelo é procedente de aproximações realizadas com o objetivo de compreender melhor um fenômeno específico e, nem sempre, tais aproximações refletem totalmente a realidade. “Seja como for, um Modelo Matemático retrata ainda, em uma visão simplificada, aspectos da situação pesquisada.” (BIEMBENGUT; HEIN, 2000, p. 12).

Deste modo, dependendo do ano/período escolar em que se encontram os alunos, é possível promover atividades complementares de ensino que incentivem a compreensão da estrutura formal das demonstrações matemáticas como, por exemplo, o Princípio da Indução Matemática.

Independentemente do ano escolar a modelação matemática, sob o ponto de vista do professor, abrange cinco momentos: diagnóstico; escolha do tema ou modelo matemático; desenvolvimento do conteúdo programático; orientação de modelagem; avaliação do processo, conforme as informações que seguem, de acordo com Biembengut e Hein (2000, p. 19-28):

Momento	Detalhamento
Diagnóstico	Estabelecer o perfil da turma (dados socioeconômicos dos alunos, metas e objetivos, o tempo de estudo disponível para a realização de atividades extraclasse), com objetivo de elencar as características determinantes do planejamento e da dinâmica das aulas.
Escolha de um tema ou modelo matemático	Selecionar um tema abrangente e que desperte o interesse do aluno. Este tema pode ser sugerido pelo professor ou pode ser escolhido pelos alunos. Na segunda opção os alunos podem se envolver ainda mais no processo de modelação tornando-se co-responsáveis pelo processo de ensino-aprendizagem. Independentemente da forma de escolha do tema cabe ao professor apropriar-se e preparar previamente a condução do processo para que, no mínimo, o conteúdo programático seja desenvolvido.

Desenvolvimento do conteúdo programático	Semelhante ao processo de modelagem, considerando que agora existe um conteúdo programático e que cabe ao professor fazê-lo fluir a partir do tema. Para tanto, o professor deve seguir as mesmas etapas e sub-etapas da modelagem matemática, ou seja: -Interação: reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado; -Matematização: formulação do problema e resolução do problema em termos de modelo; -Modelo matemático: interpretação da solução e validação do modelo.
Orientação de modelagem	Promover condições que levem os alunos, de forma autônoma, a criar o seu modelo, para tanto, o professor deve incentivar a pesquisa, o desenvolvimento da habilidade em formular e resolver problemas, despertando a criatividade. Para orientar e acompanhar os alunos no desenvolvimento do trabalho, o professor deve fazer um planejamento que leve em consideração o número de horas-aula da disciplina e as seguintes etapas: -escolha do tema; -interação com o tema; -planejamento do trabalho a ser desenvolvido pelos grupos; -conteúdo matemático; -validação e extensão dos trabalhos desenvolvidos.
Avaliação do processo	Adotar formas de avaliação que não considerem um único instrumento e que contribuam para redimensionar o trabalho do professor e avaliar o grau de aprendizado dos alunos tomando: -aspectos subjetivos: participação, assiduidade, cumprimento das tarefas, espírito comunitário; -aspectos objetivos: produção e conhecimento matemático, produção de um trabalho de modelagem em grupo, extensão e aplicação do conhecimento;

Para experimentar o processo de modelação, vamos recorrer, novamente, ao episódio do capítulo XI do livro “O homem que calculava”, de autoria de Malba Tahan (TAHAN, 1986), publicado pela Editora Record, no qual o Beremiz daria a primeira aula de Matemática para a filha do Xeique Lezid.



ATIVIDADES

Durante a aula do professor Beremiz foi mencionado o nome de Pitágoras de Samos (aproximadamente 570 a.C. 497 a.C.) como um filósofo notável, que ficou conhecido pelo modo de encarar o universo por meio da frase “Tudo é número”.

O que você sabe sobre Pitágoras? Você já leu algo sobre este filósofo e matemático grego?

Você sabia que “para Pitágoras e seus seguidores, a chave para a compreensão do mundo era o número, o que fazia surgir a aritmética como ciência por excelência; a música, a astronomia e a geometria eram encaradas como ciências redutíveis à aritmética” (ESTRADA, et al, 2000, p. 230), sendo que uma das curiosidades da aritmética pitagórica é o estudo dos números figurados.

Os números figurados são representados por pontos agrupados segundo um padrão geométrico, no qual cada ponto representa uma unidade, ou seja, “trata-se de um tipo de representação que realça a ligação entre as propriedades dos números e as formas geométricas.” (ESTRADA et al, 2000, p. 231).

Deste modo, a disposição dos pontos considera a sucessão dos números denominando-os por números triangulares, números quadrados, números pentagonais (figura 1).

A partir dessas informações e da observação e análise dos números figurados, é possível, por meio das etapas da modelação matemática, determinar uma expressão algébrica que descreva os números quadrados, a partir dos números triangulares?

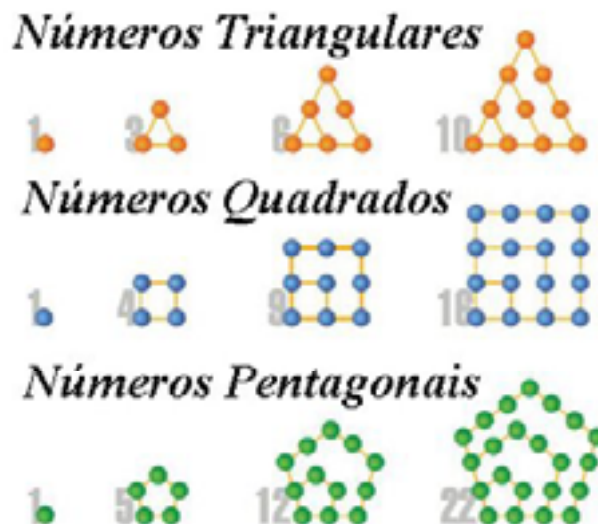


Figura 1 – Números Figurados
 Fonte: <http://matematica2.giusti-ec.com.ar>

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

Para você produzir o modelo matemático, que descreve os números quadrados a partir dos números triangulares, deve retomar as etapas da modelação matemática, ou seja: interação, matematização, modelo matemático. Reveja o que ocorre em cada uma dessas etapas e associe a resolução desta situação-problema.

Como sugestão, aconselho que você, inicialmente, realize uma pesquisa em publicações direcionadas à história da Matemática ou em sítios de busca que abordam esta temática para coletar maiores informações. Na plataforma, vou disponibilizar textos complementares para auxiliá-lo nesta busca.

Após esta etapa de pesquisa, indico que você identifique, individualmente, quais são as características dos números triangulares e dos números quadrados, para, então, procurar estabelecer uma relação entre a composição dos números quadrados a partir dos triangulares.

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Novamente, vou retomar a aula de Beremiz, quando ele destaca a figura de Pitágoras, pois este é um momento propício para recorrermos à história como uma tendência metodológica da Educação Matemática.

Diferentemente do que foi realizado na sessão anterior, ou seja, a ideia do aluno investigar a modelação de um problema vinculado à História da Matemática, a sugestão agora é que você pesquise em livros de história da Matemática ou em sítios da área como, historicamente, são tratados os números pitagóricos.

Tal enfoque se deve ao fato de que, atualmente, no campo da Educação Matemática, as discussões e investigações quanto a práticas pedagógicas apontam para a necessidade de superação da visão fragmentada e a-histórica da Matemática.

Em contrapartida, busca-se promover uma formação mais ampla do aluno, de modo que possibilite a observação de aspectos lógicos, históricos e culturais das produções matemáticas, assim como o professor Beremiz expôs em sua “aula” à jovem Telassim, sobre o conceito de número.

Nesta perspectiva, vamos revisitar, brevemente, os princípios orientadores da história da Matemática como uma tendência metodológica de ensino segundo o entendimento apresentado por Miguel e Miorim (2004), centrando-nos no campo da História na Educação Matemática que investiga:

[...] problemas relativos às inserções efetivas da história na formação inicial ou continuada de professores de matemática, na formação matemática de estudantes de quaisquer níveis; em livros de Matemática destinados ao ensino de qualquer nível e época, em programa ou propostas curriculares oficiais de ensino da Matemática, na investigação em Educação Matemática. (MIGUEL; MIORIM, 2004, p. 11).

Isso, porque, de acordo com os autores, existe a possibilidade de que “abordagens históricas significativas, orgânicas e esclarecedoras da cultura matemática venham modificar qualitativamente as práticas escolares nas quais a Matemática se acha envolvida” (MIGUEL; MIORIM, 2004, p. 12)

Deste modo, para destacar as potencialidades pedagógicas da história da Matemática, Miguel e Miorim (2004) identificaram argumentos e os classificaram em duas categorias: os argumentos de natureza epistemológica, referentes ao conhecimento matemático propriamente dito, e argumentos de natureza ética, ou seja, da natureza da aprendizagem de valores éticos que se deseja promover, via aprendizagem matemática, tanto nos estudantes como nos professores.

Dentre os argumentos apresentados por Miguel e Miorim (2004), a história da Matemática pode ser concebida como:

- fonte de seleção e constituição de atividades didáticas propícias ao ensino;
- fonte de seleção de problemas e episódios motivadores para a aprendizagem matemática;
- fonte de compreensão e de significados para o ensino-aprendizagem da Matemática nos dias atuais;
- fonte de compreensão da natureza e das características específicas do pensamento matemático em relação a outros tipos de conhecimento;
- fonte de desmistificação da Matemática.

Por meio destes argumentos, é possível perceber que, antes do professor recorrer à história da Matemática como uma tendência metodológica é fundamental que ele se aproprie dos conteúdos relacionados à História da Matemática, para, posteriormente, adequá-los em atividades didáticas, lembrando que: “Colocar questões e problemas sim! Constituir uma nova história sim. Usar a história não, porque ela não é um objeto de uso, e sim um campo de diálogo!” (MIGUEL; MIORIM, 2004, p. 162).

Assim, cabe ao professor destacar aspectos que relacionam o desenvolvimento e produção de conhecimentos no campo da Matemática com a produção humana que passa por transformações e que pode adquirir formatos diferenciados a depender das influências culturais de cada época e não como um sistema de verdades rígidas, como, geralmente é descrita pelos alunos. Nesta perspectiva as atividades didáticas devem ser organizadas de modo a superar a perspectiva de recorrer à História da Matemática, simplesmente, como um elemento motivador para o tratamento de deter-

minado conteúdo matemático. (SANTOS, 2009).

Como sugestão, o professor pode explorar as informações e os problemas históricos com intuito de promover a reelaboração de conceitos matemáticos. (SANTOS, 2009). Assim, o aluno pode compreender que em alguns momentos a incerteza, ou falta de entendimento sobre uma ideia ou um resultado, compõe uma etapa da produção do conhecimento matemático, conforme mostram muitos estudos matemáticos desenvolvidos ao longo da história.

Desta forma, amplia-se o estudo histórico para além de uma abordagem pautada em curiosidades, anedotas ou biografias de matemáticos famosos, evitando, conseqüentemente, a memorização de datas e nomes que fizeram parte da história da Matemática.

ATIVIDADES

Durante a aula do professor Beremiz ele se referiu à noção de número e se reportou a Pitágoras de Samos, como observamos na atividade anterior. Agora, sugiro que você investigue sobre a Matemática no Antigo Egito, período cronologicamente anterior à Matemática na Antiga Grécia, berço da aritmética pitagórica.

Existem alguns poucos documentos originais de conteúdo matemático dos egípcios. Dentre eles se destaca o papiro Rhind. Este papiro foi comprado pelo advogado escocês A. Henry Rhind (1833-1863) em uma viagem para o Egito, por razões de saúde.

O papiro Rhind encontra-se atualmente no Museu Britânico e possui 5m de comprimento por 30 cm de altura, aproximadamente. Nele constam 87 problemas, em escrita hierática. Este papiro foi escrito em 1650 a. C., pelo escriba Ahmes que, por sua vez, o copiou de outro texto, cerca de 200 anos mais antigo. (ESTRADA, et al., 2000).

No referido papiro não ficou nenhum registro sobre o conceito que os egípcios tinham de fração, no entanto, constam vários cálculos envolvendo um tipo especial de frações: as frações unitárias. Estas frações se caracterizam por possuir um numerador igual à unidade, que eram representadas em hieróglifos escrevendo um símbolo acima do denominador.

Por uma questão de praticidade o referido símbolo usualmente é substituído por um traço horizontal acima do denominador correspondente. Assim no papiro Rhind consta, por meio da solução apresentada aos problemas, como os egípcios realizavam as operações com as frações unitárias e as decomposições de outras frações em frações unitárias.

Nesse documento, também é possível identificar como os egípcios resolviam equações. Em específico, vou propor a resolução de uma equação do primeiro grau. O método utilizado foi chamado, a partir do fim



do século XV, de método da “falsa posição”. Realize uma pesquisa para identificar como este método pode ser utilizado.

Em seguida resolva o problema 32 que consta no papiro Rhind.

PR 32. Uma quantidade, a sua terça parte, e a sua quarta parte adicionadas perfazem 2. Qual é a quantidade?

Lembre-se de utilizar a notação de fração unitária que foi sugerida.

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

Você sabia que além de ser empregado pelos egípcios, o método da falsa posição também foi utilizado pelos matemáticos chineses e hindus, na Idade Média, no Renascimento e ainda posteriormente?

De acordo com o método da falsa posição, assume-se, no início de uma solução, um valor falso, que depois é corrigido para obter a solução correta. Como ocorre esta correção? Você identificou por que este método é válido?

Se fosse uma equação do 2º grau, o método da falsa posição apresentaria uma solução adequada? Por quê?

Como fonte inicial para pesquisa, disponibilizo dois textos na plataforma:

ALMEIDA, A. C.; CORREA, F. J. S. O Papiro de Rhind e as Frações Unitárias. Revista do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, n. 35, p. 2-8, 1997.

GUELLI, O. A regra da falsa posição. Revista do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, n. 15, p. 18-22, 1989.

Bom trabalho!

ATIVIDADES

Agora que você já resolve equações do 1º grau do mesmo modo que os antigos egípcios resolviam, investigue como o ensino dessas equações é apresentado nos livros didáticos utilizados nos dias atuais. Para tanto, selecione dois livros do 7º ano do Ensino Fundamental e analise-os.

Depois de sua análise elabore dois procedimentos que irão compor uma atividade didática para aproximadamente 2 horas-aula. Nestes procedimentos você deverá explorar o tema equação do 1º grau e associar o modo como os egípcios resolviam as equações com o que é utilizado atualmente.

PROCEDIMENTO 1

PROCEDIMENTO 2

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

Você já decidiu como vai abordar a resolução de equações do 1º grau? Vai organizar os seus procedimentos com o objetivo de que os alunos apreendam este conceito como uma abordagem inicial da resolução de equações do 1º grau ou que o apliquem aos conceitos já trabalhados em atividades de fixação?

Depois de decidir o tipo de abordagem, selecione uma tendência metodológica para orientar o seu planejamento e abuse de sua criatividade.

CONCLUSÃO

Nesta aula, procurei apresentar a modelação matemática e a história da Matemática como tendências metodológicas para a disciplina que permitem romper com a rotina da típica aula expositiva.

No entanto, para organizar o planejamento, orientado por estas duas tendências, o professor deve, inicialmente, desenvolver atividades de pesquisa e se apropriar dos conceitos matemáticos, não se restringindo apenas às referências da área de Matemática, mas, também, de outras áreas do conhecimento, dentre elas a Física, a Química, a Biologia, com intuito de estabelecer a relação da Matemática com outros universos de ensino, para representar, modelar e analisar uma diversidade de fenômenos e relações em problemas da vida real, como também problemas intrínsecos à própria Matemática.

Já no caso da História da Matemática, o professor pode adotar como fonte de pesquisa os livros e periódicos da área de História, ou diretamente ligados ao tema em estudo.

Deste modo, o professor poderá atuar como um mediador que valoriza e instiga o aluno durante o processo de pesquisa e apreensão dos conceitos matemáticos, que podem incluir questões nas quais o aluno deverá mobilizar diferentes representações matemáticas, para organizar e comunicar os dados que estão sendo coletados durante as atividades de pesquisa.



RESUMO

A modelagem matemática como tendência metodológica pode ser desenvolvida a partir da modelação matemática que descreve certo fenômeno ou problema de situação real e, sob este ponto de vista do professor, abrange cinco momentos: diagnóstico; escolha do tema ou modelo matemático; desenvolvimento do conteúdo programático; orientação de modelagem; avaliação do processo. A história da Matemática, por sua vez, se apresenta como uma tendência metodológica que visa ampliar o estudo histórico para o exame de recortes nos quais o aluno possa compreender os conteúdos matemáticos como uma criação humana, composta por culturas e marcos cronológicos distintos. Nas duas tendências metodológicas da Educação Matemática é possível identificar a relevância da atividade de pesquisa tanto por parte do professor que orienta as atividades didáticas, quanto por parte de aluno que é incentivado a participar ativamente da sua aprendizagem, na medida em que passa a expressar ideias e resultados sob a forma oral e escrita.



PRÓXIMA AULA

Na próxima aula vamos rever os princípios metodológicos da Etnomatemática e das tecnologias.



AUTOAVALIAÇÃO

Será que vou conseguir pesquisar e me apropriar de conceitos matemáticos, relacionando-os a outras áreas do conhecimento?

REFERÊNCIAS

- BASSANEZI, R. C. **Ensino – aprendizagem com Modelagem Matemática**. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2004.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. Blumenau: Ed. Contexto, 2000.
- BRASIL. **Ministério da Educação e do Desporto. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates**. SBEM. ano. II. n. 2. Brasília. 1989.
- ESTRADA, M. F. et al. **História da Matemática**. Lisboa: Universidade Aberta, 2000.

- MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: Propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- SANTOS, I. B. **Metodologia do ensino de Matemática**. São Cristóvão/Sergipe: UFS, CESAD, 2009.
- TAHAN, M. **O homem que Calculava**. 32 ed. Rio de Janeiro: Record, 1986.