

Aula

5

OS JOGOS E O ENSINO DE MATEMÁTICA

META

Apresentar os jogos como uma tendência metodológica da Educação Matemática.

OBJETIVOS

Ao final da aula, o aluno deverá:

- analisar os jogos como uma tendência metodológica da Educação Matemática;
- explorar o jogo "Tabuleiro de Xadrez".

PRÉ-REQUISITOS

Temas abordados na aula sobre Laboratório de Ensino de Matemática, bem como na aula sobre a resolução de problemas como uma tendência metodológica da Educação Matemática.



Jogo de Xadrez, ferramenta muito utilizada como um jogo pedagógico.
(Fontes: <http://lh6.ggpht.com>).

INTRODUÇÃO

De acordo com Moura (1992), a escola vem sofrendo modificações no sentido de permitir distintas formas de ensinar nas quais o professor não seja o único “árbitro”, possibilitando o surgimento de novas metodologias, pelas quais o aluno possa ampliar o nível de participação nas aulas, desenvolvendo sua autonomia e tornando-se co-responsável pela sua aprendizagem.

Por meio dos jogos pedagógicos e, especificamente dos jogos de estratégia, é possível implementar ações como a proposta por Moura (1992), tendo em vista que o ato de jogar pode desafiar e motivar, pois o jogo “pelo seu caráter competitivo, apresenta-se como uma atividade capaz de gerar situações-problema provadoras, onde o aluno precisa coordenar diferentes pontos de vista, estabelecer várias relações, resolver conflitos.” (GRANDO, 2000, p. 27).



Em 1997 o robô Deep Blue da IBM conseguiu vencer o campeão mundial de xadrez, o russo Garry Kasparov. O supercomputador RS/6000/SP da IBM é capaz de calcular 200 milhões de jogadas por segundo e rodava 256 processadores em paralelo. Em 2007 o seu sucessor o Blue Gene possuía 131 mil processadores, que processam até 360 Teraflops, ou seja, 360 trilhões operações de ponto flutuante por segundo 31.634 vezes a capacidade do Deep Blue, que precisou apenas de 11,38 bilhões de operações para derrotar Kasparov.
(Fonte: <http://www.krazydad.com>).

OS JOGOS E O ENSINO DA MATEMÁTICA

Para debater sobre os jogos como uma tendência metodológica da Educação Matemática, inicialmente, é preciso distinguir o jogo espontâneo do jogo pedagógico. E, para tanto, recorro a Moura (1992) que afirma que o jogo pedagógico é “aquele adotado intencionalmente de modo a permitir tanto o desenvolvimento de um conceito matemático novo como a aplicação de outro já dominado pela criança.” (p. 53).

Neste âmbito, o jogo pedagógico vai além da definição que tradicionalmente se entende por jogo, uma vez que a dimensão lúdica é tida como um ponto de apoio para o ensino (GRANDO, 2000).

O professor que optar por trabalhar com jogos nas suas aulas de Matemática possui um papel determinante, pois, por meio das escolhas dos encaminhamentos das atividades didáticas, pode tomar um jogo espontâneo e transformá-lo em um jogo pedagógico. Além disso, pode explorar um mesmo jogo, num determinado contexto, como desencadeador/mediador de conceitos e, num outro contexto, como aplicador/fixador de conceitos.

As possibilidades de considerar os jogos pedagógicos para desencadear ou fixar um conceito, aliadas ao seu caráter lúdico, que promove o desafio e desperta o interesse da maioria dos alunos, pode favorecer a aprendizagem. No entanto, é preciso ter clareza em relação aos seus objetivos de ensino.

As atividades didáticas propostas pelo professor devem superar o contato e a experiência dos alunos com as noções inerentes ao jogo, dito de outro modo, o planejamento do professor deve ultrapassar a etapa do “jogo pelo jogo”. Para tanto, é necessário que ocorram reflexões, registros e sistematizações dos conceitos matemáticos inerentes as relações estabelecidas entre o aluno e o jogo.

Assim, o professor precisa selecionar um jogo que atenda aos seus objetivos e, ao mesmo tempo, ao interesse dos alunos. Um dos caminhos para iniciar o processo de escolha pode ser o reconhecimento dos diferentes tipos de jogos. De pronto, tomo como referência Grandó (1995) que apresenta uma classificação para os jogos mais utilizados nas aulas de Matemática, considerando aspectos didático-metodológicos de cada jogo, conforme o quadro que segue:

Tipo de jogo	Descrição de acordo com Grandó (1995)
Jogos de azar ou “jogos de sorte”	-são os jogos que envolvem a “sorte”, sendo que o vencedor, não tem como interferir ou alterar na solução. -exemplos: lançamento de dados, par ou ímpar, cassinos, loterias.
Jogos quebra-cabeça	-são jogos em que o jogador joga sozinho e, na maioria das vezes ele desconhece a solução. -exemplos: charadas, paradoxos, falácias, Tangram e Torre de Hanói.
Jogos de estratégia ou jogos de construção de conceitos	-são jogos que o jogador deve elaborar uma estratégia, que não dependa de sorte, para tentar vencer o jogo. -exemplos: xadrez e damas.
Jogos de fixação de conceitos	-são jogos que objetivam “fixar conceitos” ou “aplicar conceitos”, apresentam explicitamente um valor pedagógico “na medida em que substituem, muitas vezes, as listas e mais listas de exercícios aplicadas pelos professores para que os alunos assimilem os conceitos trabalhados. É um jogo utilizado após o conceito”. (GRANDO, 1995, p. 52).
Jogos computacionais	-são jogos que possuem valor pedagógico, utilizados durante o processo ensino-aprendizagem. São todos os outros tipos de jogos, pois todos estes apresentam papel fundamental no ensino.
Jogos computacionais	-são os jogos projetados e executados no ambiente computacional.

Por meio da análise da descrição do jogo pedagógico, apresentado por Grandó (1995), percebe-se que os jogos de azar, os jogos de estratégia e os jogos computacionais podem ser considerados jogos pedagógicos se objetivarem o ensino e a aprendizagem num contexto educacional.

No entanto, independentemente do tipo de jogo, é necessário que ele seja regulamentado por determinadas regras/normas que devem ser respeitadas e orientem as ações dos jogadores, mas que possam ser modificadas de acordo com o consentimento do grupo.

De acordo com Grandó (2000), os jogos de regras possibilitam:

[...] a construção de relações quantitativas ou lógicas, que se caracterizam pela aprendizagem em raciocinar e demonstrar, questionar o como e o porquê dos erros e dos acertos. Neste sentido o jogo de regras trabalha com a dedução, o que implica numa formulação lógica, baseada em um raciocínio hipotético-dedutivo, capaz de levar as crianças a formulações do tipo: regularidades e variações, controle das condições favoráveis, observação das partidas e registro, análise dos riscos e possibilidades

de cada jogada, pesquisar, problematizar sobre o jogo, produzindo conhecimento. (GRANDO, 2000, p. 16).

É interessante ressaltar que apesar de se referir à criança ao expor o seu entendimento sobre o jogo de regras, Grandó (2000) destaca que a cooperação e a interação social são fontes de aprendizagem tanto para adolescentes quanto adultos, e, neste contexto o jogo de regras pode representar situações motivadoras e desafiantes.

Assim, não existe o porquê de reduzir o emprego de jogos apenas aos anos iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que não se pode omitir a relevância dos jogos no desenvolvimento da “criatividade, já que eles representam a própria criação humana, que vem satisfazer a necessidade do indivíduo de conhecimento da realidade, pelo prazer propiciado pelas atividades lúdicas.” (GRANDO, 2000, p. 32).

Mas, como organizar atividades didáticas que envolvam jogos e promovam a apreensão de conceitos matemáticos?

Uma alternativa é associar atividades com jogos aos princípios metodológicos da resolução de problemas, pois por meio desta abordagem tanto o aluno aprende matemática resolvendo problemas, quanto aprende matemática para resolver problemas. O ensino de resolução de problemas não é mais um processo isolado, assim como o jogo não é (ONUCHIC, 1999).

Moura (1992) destaca que o processo desencadeado pelo jogo pode ser visto como “um problema em movimento” (p. 53), ou seja, um problema lúdico dinâmico e desafiador que possibilita a mobilização de conceitos matemáticos, subjacentes à estrutura de cada jogo.

Neste sentido, o jogo pode “representar uma simulação matemática na medida em que se assinala por ser uma situação irreal, criada pelo professor ou pelo aluno, para significar um conceito matemático a ser compreendido pelo aluno”. (GRANDO, 2000, p. 32).

Retomo aqui a tipificação dos jogos, apresentada por Grandó (1995), para destacar os jogos de estratégia, devido ao fato de que esse tipo de jogo proporciona ações que podem conduzir à generalização por meio da determinação da tática de jogo. Assim, “o conceito matemático pode ser identificado na estruturação do próprio jogo, na medida em que não basta simplesmente construir as estratégias e determinar o conceito. É necessária uma reflexão sobre o jogo, análise do jogo.” (GRANDO, 2000, p. 39).

Segundo Borin (1998), a partir de Krulik e Rudnik (1983) os jogos de estratégia têm por objetivo principal desenvolver o raciocínio lógico e caracterizam-se por possuir uma estratégia vencedora a ser descoberta pelos jogadores, sendo que a sorte não interfere neste tipo de jogo. Para determinar tal estratégia, o aluno deve formular hipóteses, argumentar e testar/experimentar a validade das suas conjecturas.

A partir desse debate inicial, você, seguramente, deve estar se questionando sobre como implementar ações com jogos nas suas aulas de

Matemática. Para evidenciar possíveis encaminhamentos a serem considerados na realização das atividades com jogos, de acordo com Grandó (2000), pode-se passar pelos seguintes momentos:

Momentos	Descrição de acordo com Grandó (2000)
Familiarização com o material do jogo	<ul style="list-style-type: none">- ocorre o primeiro contato com o material do jogo;- os materiais conhecidos são identificados e experimentados por meio das simulações de possíveis jogadas;- é comum o estabelecimento de analogias com os jogos já conhecidos pelos alunos.
Reconhecimento das regras	<p>Pode ocorrer de diferentes formas:</p> <ul style="list-style-type: none">- esclarecidas ou lidas, pelo orientador da ação;- identificadas através da realização de várias partidas-modelo;- o orientador pode jogar partidas seguidas com um aluno, que já conhece as regras do jogo, e os demais alunos tentam perceber as regularidades nas jogadas e identificam as regras do jogo.
O “Jogo pelo jogo” ou jogar para garantir regras	<ul style="list-style-type: none">- ocorre com o jogo espontâneo;- possibilita ao aluno jogar para garantir a compreensão das regras;- são exploradas as noções matemáticas contidas no jogo;- momento de internalização das regras, pelos alunos.
Intervenção pedagógica verbal	<ul style="list-style-type: none">- os alunos passam a jogar contando com a intervenção do orientador;- estas intervenções que são realizadas verbalmente, por meio de questionamentos e observações, durante o movimento do jogo;- as intervenções objetivam provocar os alunos para a realização das análises de suas jogadas;- a atenção está direcionada para os procedimentos criados na resolução dos problemas de jogo, buscando relacionar este processo à conceitualização matemática.
Registro do jogo	<ul style="list-style-type: none">- ocorre o registro dos pontos, ou mesmo dos procedimentos e cálculos utilizados ou por meio de uma sistematização e formalização, através de uma linguagem matemática;- o orientador deve promover atividades que necessitem do registro escrito do jogo a fim de que não seja apenas uma exigência, sem sentido;- pelo registro o aluno deve analisar as jogadas “erradas” (jogadas que poderiam ser melhores) e construir outras estratégias.

Intervenção escrita	<ul style="list-style-type: none"> - é a problematização de situações de jogo em que os alunos resolvem situações-problema; - a resolução dos problemas de jogo permite uma análise mais específica sobre o jogo, onde os problemas abordam distintos aspectos que podem não ter ocorrido durante as partidas; - as situações-problema registradas podem representar um aprimoramento, aperfeiçoamento para o aluno, nas suas formas de jogar; - o professor deve retomar o jogo, após a realização das situações-problema, o que denominamos o momento de “jogar com competência”.
Jogar com “competência”	<ul style="list-style-type: none"> - representa o retorno à situação real de jogo, a partir de todos os aspectos analisados anteriormente; - o aluno retoma a ação do jogo para que execute muitas das estratégias definidas e analisadas durante a resolução dos problemas;

Os momentos do jogo apresentados por Grandó (2000) não revelam se os jogos foram produzidos pelos alunos ou eram “jogos prontos”, comercializados ou confeccionados pelo professor.

A partir de discussões na disciplina Metodologia do Ensino da Matemática você, provavelmente, concluiu que a etapa de análise e produção de um jogo, pelo próprio aluno, pode ser mais enriquecedora para a aprendizagem do estudante do que quando ele recebe os “jogos prontos”. No entanto, devido a limitações de tempo em relação à carga horária da disciplina de Matemática e o nível reduzido de envolvimento dos alunos em atividades extracurriculares, nem sempre o professor pode solicitar atividades de construção de jogos.

Deste modo, uma alternativa para trabalhar com os jogos como uma tendência metodológica é disponibilizar ao aluno o material do jogo, deixando que ele realize a interpretação do material e a regulamentação do jogo, como proponho a seguir.

O JOGO “TABULEIRO DE XADREZ”

O “Tabuleiro de Xadrez” é um jogo que permite executar as quatro operações fundamentais da aritmética. Esse jogo foi estudado pelo matemático escocês Napier (1550-1617) e foi considerado o primeiro computador binário do mundo. Por meio de uma adaptação apresentada por Kimura (2005), a partir de Wielewski (1998) é possível utilizar o “Tabuleiro de Xadrez” para efetuar cálculos aritméticos com números inteiros.

A base do jogo é um tabuleiro que pode ser apresentado em vários tamanhos, confeccionado em cartolina, papel cartão, madeira ou outro tipo de material. O jogo é construído sobre dois tabuleiros contendo um

espaço intermediário.

O tabuleiro superior representa o quadro positivo, numerado por 1, 2, 4, 8, 16., com base no sistema binário e o inferior representa o quadro negativo que é numerado por -1, -2, -4, -8, -16,

O espaço entre os dois quadros denomina-se linha intermediária, que é numerada da direita para a esquerda da seguinte forma: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 ...

Como mostra a figura que segue:

Figura 1 – Jogo “Tabuleiro de Xadrez”

Fonte: Kimura, 2005, p. 145



ATIVIDADES

Nesta atividade, proponho que você determine as regras de um jogo de estratégia para jogar com o “Tabuleiro de Xadrez”. Como material, você disponibiliza a estrutura do jogo “Tabuleiro de Xadrez” com as dimensões de 40 cm de base por 90 cm de altura, e 40 botões, 20 na cor azul e 20 na cor amarela.

Para estabelecer tais regras você tem que tomar algumas decisões na perspectiva do jogo pedagógico, pois para compor um jogo é necessário explicitar:

- o nome do jogo;
- o número de jogadores;
- o material que compõe o jogo, que no caso já foi determinado;
- as regras do jogo.

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

O objetivo desta atividade é perpassar por alguns dos momentos do jogo, enunciados por Grandó (2000). Ao propor essa atividade você vivencia as etapas de familiarização com o material, reconhecimento das regras e “jogo pelo jogo”.

Quando você explora as características do tabuleiro e estabelece as regras para jogar, está conjecturando e testando vários tipos de regras diferentes até conseguir validar o seu jogo.

Dessa forma, mesmo sem ter confeccionado o jogo, teve a oportunidade de passar pelo processo de compreensão dos conteúdos, elaboração e seleção de uma possibilidade, execução e validação, de acordo com as etapas da resolução de problemas de Polya (1978).

Mas, como você, no papel de professor de Matemática, que desenvolveu uma atividade semelhante à proposta mencionada anteriormente, faria para atender os outros momentos do jogo?

O professor pode analisar as regras estabelecidas pelos alunos para verificar se existem equívocos conceituais e, após a validação do jogo pelo docente, os alunos passariam a apresentar o jogo aos demais colegas, tanto para mostrar as regras quanto para explicitar e conhecer novas estratégias de jogada. Outra possibilidade seria os próprios alunos elaborarem atividades a partir do jogo que foi confeccionado.

Agora que já foi identificado o momento do jogo, de acordo com Grandó (2000), gostaria de analisar, com mais detalhe as regras do jogo que você elaborou com o material que foi distribuído. Quais conteúdos matemáticos você optou por explorar no seu jogo? Qual é o número de participantes do jogo? Quais são as regras?

Enquanto aguardo sua resposta na plataforma, gostaria de explicitar algumas potencialidades do jogo “Tabuleiro de Xadrez”. Este jogo permite que sejam explorados os conceitos matemáticos relacionados às operações e às propriedades do conjunto dos números inteiros, sem recorrer a regras.

A adição e a subtração de números inteiros podem ser representadas, no “Tabuleiro de Xadrez”, utilizando-se das colunas e padronizando-se números positivos no quadro superior e números negativos no quadro inferior.

Deste modo, com o “Tabuleiro de Xadrez” é possível identificar, por exemplo, as diferentes formas para a representação do zero. Basta “adicionar” todos os botões que pertencem a uma mesma coluna do tabuleiro (figura 2):

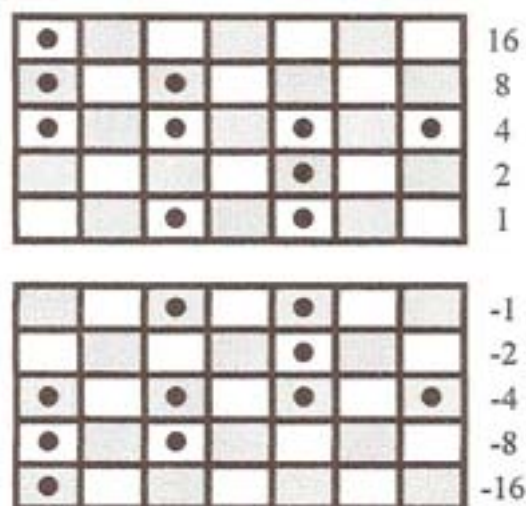


Figura 2 – Representações para o zero
Fonte: Kimura, 2005, p. 150

A partir da identificação de que a adição e a subtração de números inteiros podem ser representadas nas colunas do “Tabuleiro de Xadrez”, um jogo de estratégia com este material pode, por exemplo, explorar diferentes representações para um determinado número inteiro, como segue:

-Nome do jogo: decompor e representar números inteiros no “Tabuleiro de Xadrez”

-Número de jogadores: 2 jogadores

-Material que compõe o jogo: “Tabuleiro de Xadrez” e com 40 botões, 20 na cor azul e 20 na cor amarela.

-Regras do jogo:

- antes de iniciar a partida, os jogadores devem escolher o número que deverá ser representado no “Tabuleiro de Xadrez”;

- por meio de um sorteio, é determinado o jogador que iniciará o jogo;

- após o início do jogo, as jogadas são alternadas entre os competidores;

- cada jogador deve estabelecer uma representação para o número escolhido e utilizar os seus botões para registrar a referida representação no tabuleiro;

- as representações de cada jogador devem ser distintas das anteriormente registradas;

- vence o jogo aquele jogador que conseguir estabelecer o maior número de representações, utilizando a menor quantidade de botões.

A seguir, apresento alguns exemplos de representações de números inteiros no “Tabuleiro de Xadrez”:

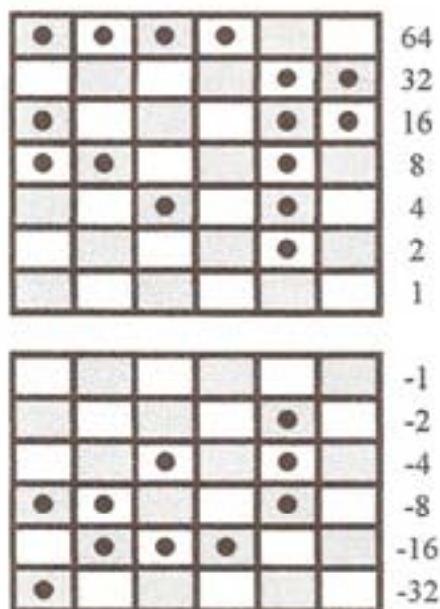


Figura 3 – Representações para o número 48
 Fonte: Kimura, 2005, p. 151

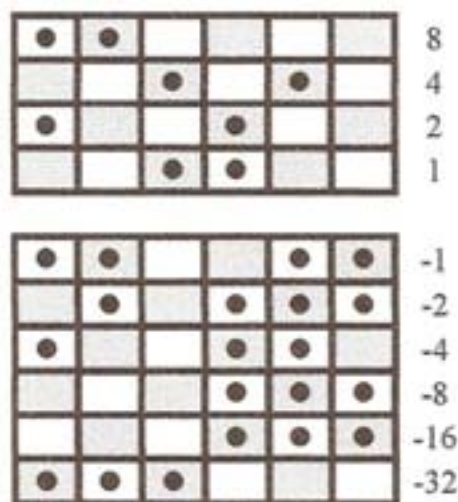


Figura 4 – Representações para o número -27
 Fonte: Kimura, 2005, p. 152

Ao realizar uma atividade, como a apresentada anteriormente, o aluno recorre a estratégias de cálculo mental. Além disso, por meio da análise das possíveis jogadas, da realização e da validação de cada jogada, com auxílio do professor, caso seja necessário, apreende operações com números inteiros.

Ao representar de diferentes formas o mesmo número no “Tabuleiro de Xadrez”, o estudante pode concluir, sem utilizar regras e fatos, que números inteiros que possuem sinais iguais, ou seja, estão no mesmo quadro do tabuleiro, devem ser somados; e números com sinais diferentes, devem ser subtraídos.

Além de explorar o tabuleiro do jogo de Xadrez, existem outras possibilidades de utilizar as peças e o próprio jogo de Xadrez nas suas aulas de Matemática. A seguir, exponho algumas possibilidades:

- Jogar Xadrez: existe certo preconceito em relação ao jogo de Xadrez, de que ele é muito complexo e que os alunos, em idade escolar, não têm perseverança para aprender e praticar este jogo. No entanto, o jogo de Xadrez não é visto pelas crianças e jovens como ele geralmente é interpretado pelos adultos. Uma sugestão para iniciar a explicitação das regras do jogo de Xadrez para os alunos pode ocorrer a partir da compreensão do tabuleiro e da disposição das peças. A seguir, apresentar os movimentos dos peões, da torre, dos bispos, da rainha, do rei e, por fim, do cavalo, sendo que após a introdução de cada peça podem ser promovidos jogos envolvendo apenas a peça introduzida e os peões.

- Trabalhar com a Lenda do jogo de Xadrez: no capítulo XVI do Livro “O Homem que Calculava” de Malba Tahan, publicado pela editora Record,

é apresentada uma das lendas sobre a origem do jogo de Xadrez. Junto à lenda, é exposto um problema que explora o conceito de potenciação e permite desenvolver atividades didáticas que enfatizam progressões geométricas e função exponencial;

- Desenvolver atividades envolvendo a resolução de problemas que explorem o tabuleiro e as peças do jogo de Xadrez, sem se reportar ao jogo em si. Neste tipo de atividade, as peças do jogo movimentam-se de acordo com as regras do jogo de Xadrez e o tabuleiro pode assumir o formato 8×8 , ou outros formatos, como 3×3 , 4×4 , $n \times n$. A atividade que foi desenvolvida nesta aula é uma delas, mas existem muitas outras como:

-O problema da quantidade de retângulos: quantos retângulos existem num tabuleiro de xadrez, de 8×8 ?

-O problema das oito damas: como colocar oito damas no tabuleiro de modo que nenhuma se ataque?

-O problema das cinco damas: como colocar cinco damas, ou o mínimo de damas possíveis de modo que ataquem todas as casas do tabuleiro?

CONCLUSÃO

O jogo, como uma tendência metodológica da Educação Matemática, pode representar uma forma alternativa para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática se o professor propuser atividades didáticas que possibilitem que o aluno pense, reflita, analise, compreenda e registre as estratégias que envolvem o ato de jogar.

Deste modo, as atividades com jogos se aproximam das etapas da metodologia da resolução de problemas, gerando situações problema envolventes e motivadoras para o aluno.

O jogo “Tabuleiro de Xadrez” é uma das possibilidades de jogo que o professor de Matemática pode utilizar em suas aulas. O referido jogo pode ser empregado para explorar os conceitos matemáticos relacionados com as operações e as propriedades do conjunto dos números inteiros, segundo os princípios da resolução de problemas, pois, na medida em que está jogando o aluno passa pelas etapas da experimentação, da verificação e da validação das suas estratégias de jogada.

Além do “Tabuleiro de Xadrez”, é possível identificar outras potencialidades relacionadas à utilização do jogo de Xadrez nas aulas de Matemática. Este jogo, classificado por Grandó (1995) como um jogo de estratégia pode ser trabalhado tanto no ensino fundamental, quanto no ensino médio.

Analise as sugestões aqui apresentadas nesta aula e investigue outras formas de empregar o jogo de Xadrez nas suas aulas de Matemática, tenho certeza que você irá se surpreender! Nas próximas aulas, vamos verificar as características de outros jogos!

RESUMO

Para analisar os jogos como uma tendência metodológica da Educação Matemática, assume-se que as atividades com jogos podem ser aliadas às etapas da resolução de problemas apresentadas por Polya (1978). Deste modo, recorre-se a ideia de jogo pedagógico, a partir de uma tipificação apresentada por Grandó (1995) que considera aspectos didático-metodológicos. A referida classificação explicita que os jogos computacionais, de azar ou “jogos de sorte”, de quebra-cabeça, de estratégia, de jogos de fixação, podem ser considerados jogos pedagógicos. Para tanto, os referidos jogos devem ser utilizados com o objetivo explícito de desenvolver um novo conceito matemático, bem como a aplicação ou fixação de um conceito já trabalhado. Para nortear possíveis encaminhamentos para atividades com jogos em situações de sala de aula de Matemática, Grandó (2000) ainda destaca que podem ser perpassados os seguintes momentos: familiarização com o material do jogo, reconhecimento das regras, “Jogo pelo jogo” ou jogar para garantir regras, intervenção pedagógica verbal, registro do jogo, intervenção escrita, jogar com “competência”.

**PRÓXIMA AULA**

Na próxima aula vamos estender o debate sobre a utilização dos jogos nas aulas de Matemática, pois investigaremos sobre os materiais didáticos, que envolvem, além dos jogos, os livros didáticos, os paradidáticos, os materiais instrucionais, entre outros.

**AUTOAVALIAÇÃO**

-Será que vou conseguir realizar atividades que demandem a confecção e exploração didática de jogos, por parte dos próprios alunos?



REFERÊNCIAS

- BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas**: uma estratégia para as aulas de matemática. 3. ed. São Paulo: CAEM-USP, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- GRANDO, C. R. **O jogo e suas possibilidades Metodológicas no Processo de Ensino-Aprendizagem da Matemática**. Campinas. 1995. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, UNICAMP.
- GRANDO, C.R. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas.
- KIMURA, C. F. K. **O jogo como ferramenta no trabalho com números negativos**: um estudo sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget. 2005. Tese de Doutorado. Educação Matemática, PUCSP, São Paulo.
- MOURA, M. O. O. **A construção do Signo Numérico em Situação de Ensino**. São Paulo. 1992. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, USP.
- ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (org). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.
- POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução Heitor Lisboa de Araujo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.