

O ALGEPLAN

META

Apresentar o Algeplan como um material didático que pode ser utilizado na aula de Matemática.

OBJETIVOS

Ao final da aula, o aluno deverá:

identificar as características do Algeplan como material didático para ensinar Matemática;
desenvolver e analisar atividades didáticas com o Algeplan, como material didático, e a resolução de problemas como metodologia de ensino.

PRÉ-REQUISITOS

Temas tratados nas aulas sobre as tendências metodológicas da Educação Matemática, bem como na aula sobre os materiais didáticos.



Algeplan, material usado no ensino da matemática.
(Fontes: <http://brinquedoseneguel.com.br>)

INTRODUÇÃO

Nesta aula, vamos investigar como o Algeplan pode subsidiar atividades didáticas que enfatizam conteúdos matemáticos. Mas o que é o Algeplan? Como e quais conteúdos matemáticos poderiam ser trabalhados com este recurso? Será que as hipóteses formuladas a partir da análise do nome deste recurso didático podem ser comprovadas?

Para responder a essas e outras indagações, vamos identificar e confeccionar o Algeplan, buscando estabelecer algumas relações entre o referido recurso e o ensino de alguns conceitos matemáticos inerentes à composição desse material didático.

A seguir, procuraremos indícios para estender as possibilidades de emprego do Algeplan, por meio do desenvolvimento e da apreciação de algumas atividades didáticas, bem como da análise de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental, com o objetivo de verificar como os manuais didáticos enfatizam os conceitos relacionados com a composição física do Algeplan.



(Fonte: <http://www.lasalle.edu.br>)

O ALGEPLAN

O Algeplan é um recurso didático composto por 40 peças com as seguintes dimensões: quadrados de lado x (figura 1), quadrados de lado y como ($y < x$) (figura 2), retângulos com lados x e y (figura 3), retângulos com lados x e 1 (figura 4), quadrados de lado 1 (figura 5) e retângulos de lados y e 1 (figura 6).

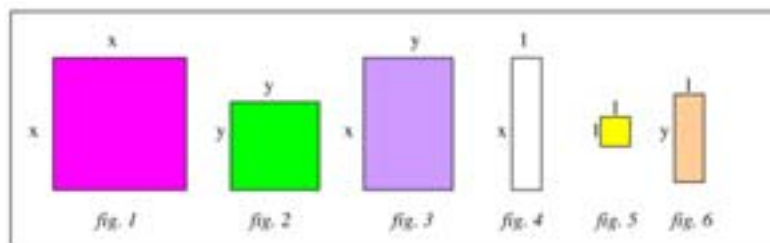


Figura- 1 a 6 - Representação das peças do Algeplan
Fonte: Pasquetti, 2008, p. 26

Na versão industrializada deste material, as peças de dimensões distintas possuem cores diferentes, sendo que para indicar o simétrico aditivo ou oposto de cada peça usa-se o verso da mesma, sinalizando-a sem pintar (figura 7) ou pintando-as todas de uma mesma cor distinta das cores das outras peças.

Mas o Algeplan também pode ser produzido artesanalmente em E.V.A. (emborrachado), papel cartão, cartolina, ou, ainda, construído usando um software que possui uma interface geométrica como o Cabri-Géomètre, de modo a obter o que Fanti (2009) denominou Algeplan Virtual.



Figura 7- Algeplan
Fonte: Fanti, 2009, p. 171

A partir da observação inicial do Algeplan e de sua descrição organize algumas hipóteses sobre qual é o objetivo do Algeplan. Como você pode utilizá-lo como um recurso didático para ensinar Matemática?

Para responder a estas indagações é preciso investigar mais sobre este material didático, e uma das possibilidades de realizar essa investigação é confeccionando-o.



ATIVIDADES

Chegou a hora de colocar a mão na massa! É modo de dizer, aconselho que coloque a mão no E.V.A. (emborrachado) mas, se preferir pode colocar a mão no papel-cartão, pois proponho que você confeccione o seu próprio Algeplan! E, para tanto é preciso decidir sobre:

- Que material pode ser utilizado para produzir estas peças?
- Quantas peças devem ser confeccionadas, de cada medida?
- Quais as dimensões destas peças?
- Com que cor elas podem ser confeccionadas?
- Como fazer para distinguir os opostos ou simétricos aditivos se utilizar E.V.A ou cartolina?

A proposta inicial é que você re-analise as características do Algeplan e assim obtenha indícios de como iniciar o processo de construção. Se achar pertinente, investigue em sítios de busca, em livros ou periódicos da área de Educação Matemática, outras informações sobre o Algeplan antes de confeccioná-lo.

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

Então, como foi a construção do seu Algeplan? Espero que tenha sido um sucesso. Além de analisar o material didático justifico a necessidade de confecção, pois esse é um meio pelo qual você pode ter acesso físico ao material em estudo.

Caso esteja em dúvida sobre as dimensões, apresento, como sugestão, $x = 9$ cm, $y = 6,5$ cm e a unidade como 2 cm. Observe: são apenas algumas sugestões; se preferir construir um material com dimensões maiores, não tem problema. A única questão é que, se optar por medidas menores, talvez fique um pouco complicado no momento de manipular, principalmente o quadrado com 2 cm de lado, que, no caso, representa a unidade.

Como o Algeplan geralmente é composto por 40 peças, você pode confeccionar 4 quadrados de lado x (figura 1), 4 quadrados de lado

y como ($y < x$) (figura 2), 4 retângulos com lados x e y (figura 3), 8 retângulos com lados x e 1 (figura 4), 12 quadrados de lado 1 (figura 5) e 8 retângulos de lados y e 1 (figura 6), isso porque as peças correspondentes às figuras 4, 5 e 6 são as mais utilizadas durante a manipulação do material.

Se optar por confeccionar o Algeplan em E.V.A ou papel dupla face aconselho que marque sinal “-” no verso de cada peça, ou escolha uma outra cor, diferente das já usadas, por exemplo, marrom ou cinza, para construir para cada peça “positiva” uma peça (correspondente), nessa nova cor, para indicar a peça oposta (negativa). Caso você prefira o papel cartão não é necessário tomar este cuidado, pois este tipo de papel já possui lados com cores distintas.

Outra possibilidade é que o Algeplan seja construído com peças de apenas duas cores, sendo que uma representa as peças positivas e outra as negativas, conforme consta no artigo de Hellmeister e Galvão (1998). Se eleger esta alternativa selecione cores com tonalidades bem distintas, mas evite o preto e o branco.

Ressalto que, para compor o planejamento que segue, selecionei as peças coloridas como positivas e a preta como a negativa devido ao fato de que este material será impresso em escala de cinza.

Durante o momento de escolha do material, da delimitação das dimensões das peças e da confecção do seu Algeplan você, seguramente, começou a estabelecer outras conjecturas sobre os procedimentos e os conteúdos envolvidos em atividades didáticas que contam com o Algeplan como recurso didático. Já teve a oportunidade de aperfeiçoar, explorar e confirmar suas hipóteses? Quais são suas sugestões em relação às potencialidades do Algeplan?

Seguramente, você observou que existe uma descrição específica para as dimensões de cada tipo de peça. De posse dessas dimensões e da forma das figuras é possível estabelecermos uma identificação única para cada peça do Algeplan? Esta identificação embasa-se em que conceito matemático? Ao responder a estas provocações você obtém pistas que o objetivo principal do Algeplan reside na possibilidade de relacionar as representações geométricas das figuras planas (quadrados e retângulos) com expressões algébricas do primeiro e segundo grau, monômios, polinômios, resolução de equações do primeiro grau e fatoração de trinômios do segundo grau.

Mas você deve estar se questionando: como representar estes conceitos com a composição das peças do Algeplan? Que figuras geométricas podem ser formadas? Existe alguma regra de composição?

Pois é, surpreendentemente, o Algeplan possui uma única regra que afirma que:

- ao compor figuras planas, elementos positivos e negativos com as mesmas dimensões se anulam, ou seja, se cancelam.

Você concorda com esta regra? Acredita que com apenas este princípio é possível utilizar o Algeplan como recurso auxiliar na apreensão dos conceitos de adição, multiplicação e fatoração de polinômios, entre outros?

Se não estiver de acordo, apresente sugestões para complementar esta regra no fórum de discussão da plataforma, pois o objetivo é reconhecer as potencialidades desse material didático e assim ampliar as possibilidades de uso do referido recurso nas aulas de Matemática.

POSSIBILIDADES DO USO DO ALGEPLAN EM UMA AULA DE MATEMÁTICA

A partir de agora, vamos desenvolver uma sequência de atividades com o Algeplan, para tanto, foram selecionados conteúdos matemáticos do bloco Números e Operações (BRASIL, 1998) em específico, para “obtenção de expressões equivalentes a uma expressão algébrica por meio de fatorações e simplificações” (p. 88).

Para compor esta sequência foram escolhidas e adaptadas atividades propostas nos trabalhos de Hellmeister e Galvão (2009), Fanti, et al. (2009) e Pasquetti (2008). Estes três trabalhos apresentam outras informações e atividades em relação ao emprego do Algeplan e estão disponíveis na plataforma.

Ao conhecer o Algeplan e confeccioná-lo, provavelmente, você relacionou as dimensões de cada peça e sua área e, logo após, concluiu que o primeiro modo de empregar este material didático nas aulas de Matemática é explorar a relação das peças do Algeplan com a representação de expressões algébricas.

Mas quais são as limitações deste recurso didático? Será que podemos representar qualquer tipo de expressão algébrica?

Vamos analisar o material com mais atenção.

Momento 1: representação figural de expressões algébricas com o Algeplan.

a) Você pode representar a expressão algébrica $x^2 + 2y^2 + xy + 2x + 4$ utilizando as peças do Algeplan? Em caso afirmativo, que tipo de relação deve ser estabelecida? Esta relação pode ser empregada para outras expressões algébricas? Por quê?

b) Existe outra composição de peças para representar a expressão algébrica $x^2 + 2y^2 + xy + 2x + 4$? Se existir, quais são as características desta composição?

c) A representação que segue (figura 8) se refere a que expressão algébrica?

d) E a expressão $\frac{1}{2}x^2 + \frac{4}{3}y^2 + y + 1$ pode ser representada com peças do Algeplan? Por quê?

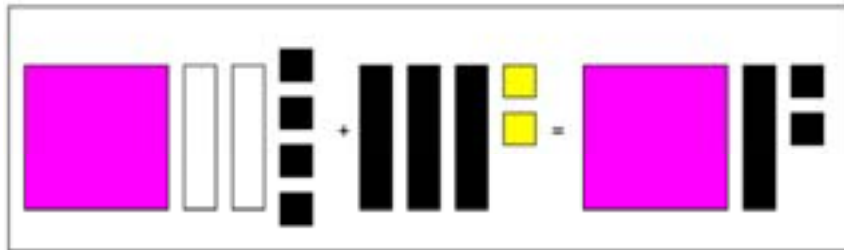


Figura 8- Representação figural de um polinômio com o Algeplan
Fonte: Pasquetti, 2008, p. 27

Para responder a essas questões é necessário identificar quais e quantas peças do Algeplan seriam utilizadas em cada representação algébrica. Deste modo, uma possível solução para as primeiras indagações é apresentada na figura 9. Ressalto, no entanto, que ao propor atividades como a exposta anteriormente, os alunos podem apresentar soluções que sejam distintas à da figura 9. Tanto em relação à ordem em que as peças estão dispostas como ao fato de acrescentar peças positivas e negativas com as mesmas dimensões. Neste caso, uma cancelaria a outra durante a simplificação da expressão algébrica, como, por exemplo, uma peça de área x e outra de área x , como consta na questão proposta na letra c, e envolve a simplificação de expressões algébricas. Neste momento cabe ao professor atuar como um orientador e esclarecer, por meio de questionamentos, como o aluno estabeleceu tais relações em sua primeira tentativa. Assim como ocorre com outros recursos, o Algeplan permite explorar as soluções que não são padronizadas, principalmente se a sala de aula se caracteriza como um ambiente que valoriza a investigação e a participação ativa do aluno nas atividades propostas.

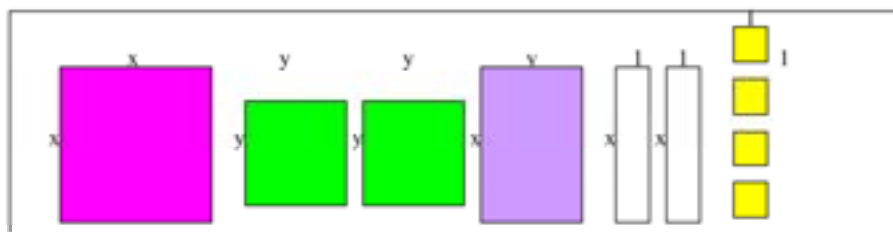


Figura 9 - Representação da expressão algébrica com o Algeplan
Fonte: Pasquetti, 2008, p. 26

Já em relação ao item d o que você concluiu? Observou que o Algeplan também possui algumas limitações. Que limitações são estas?

Apesar do Algeplan representar apenas polinômios com coeficientes inteiros, com o auxílio deste material didático é possível explorar os conceitos de adição de polinômios. Isto representa uma característica positiva para este material didático, pois de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998, p. 121) “a visualização de expressões algébricas, por meio de cálculos de áreas e perímetros de retângulos, é um recurso que facilita a aprendizagem de noções algébricas. [...] A utilização desses recursos possibilita ao aluno conferir significado às expressões.”

Mas será que o Algeplan também permite representar a multiplicação de polinômios? Você tem alguma sugestão de como organizar esta multiplicação, considerando a “regra de sinal” que envolve a operação de multiplicação?

Momento 2: Multiplicação com o Algeplan

Para representar o produto de polinômios com apoio do Algeplan é preciso adequar as representações figurais. Desta forma, a composição de uma multiplicação de dois polinômios no Algeplan envolve a representação de um polinômio na vertical e outro na horizontal, de modo que o polinômio resultante é a área formada pelo retângulo com as referidas dimensões considerando a “regra de sinais”, sendo que uma das possibilidades é apresentada na figura 10.

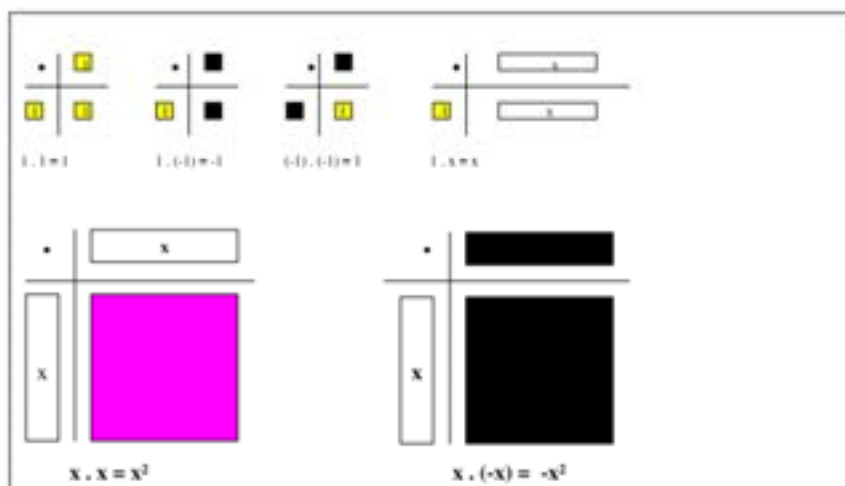


Figura 10 - Representação da regra de sinais para a multiplicação com o Algeplan
 Fonte: Pasquetti, 2008, p. 30

Você concorda com este modo de representar o produto de polinômios com o Algeplan? Possui outra sugestão? Expresse sua opinião no fórum de discussão da plataforma.

Momento 3: Multiplicação de binômios com as peças do Algeplan.

- De acordo com as dimensões da figura 11, quais são os binômios que estão sendo multiplicados?
- Qual é o resultado desta multiplicação se você considerar as áreas das figuras geométricas representadas?
- É possível expressar uma igualdade entre o produto dos binômios e com o trinômio . Por quê?

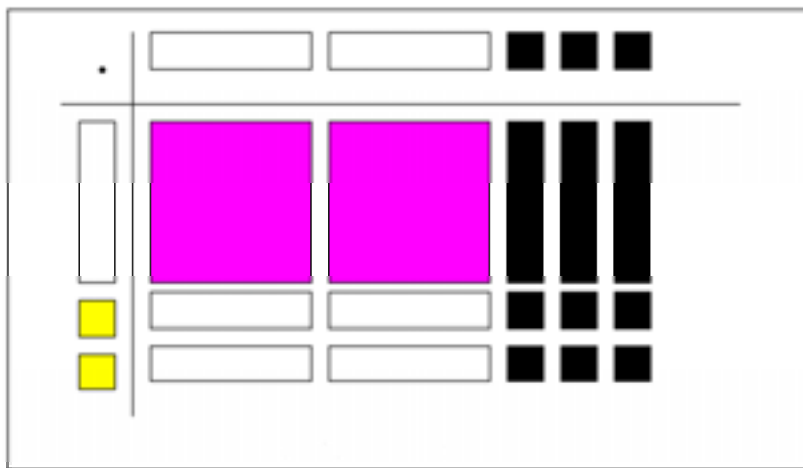


Figura 11 - Representação de um produto com o Algeplan
Fonte: Pasquetti, 2008, p. 33

- Agora vamos fatorar o trinômio, com o Algeplan. Para tanto, tome a quantidade mínima de peças que representam este trinômio. Com tais peças é possível formar um retângulo, assumindo que as dimensões do retângulo formado representam os fatores do trinômio?
- Que forma é essa? Em caso negativo? O que deve ser feito para representar a forma fatorada deste trinômio, uma vez que ele pode ser decomposto como o produto de dois binômios, conforme foi concluído anteriormente?
- É permitido acrescentar peças que se cancelam como foi realizado em uma das atividades do momento 1? Em caso afirmativo, quantas peças devem ser acrescentadas?
- É possível acrescentar uma quantidade ímpar de peças? Por quê?
- E acrescentar uma quantidade par de peças? Por quê? De que modo estes pares devem ser compostos?

i) Como as peças devem ser dispostas na representação figural (desenho) para formar um retângulo?

Como o objetivo é formar um retângulo perfeito com as peças do trinômio, não é permitido acrescentar uma quantidade ímpar de peças, pois iria alterar o trinômio. Assim, a única possibilidade é dispor as peças do trinômio de modo que sejam acrescentadas apenas uma quantidade par de peças do mesmo tipo, mas com sinais contrários, de modo que em uma simplificação de polinômios uma peça anule a outra (figura 12).

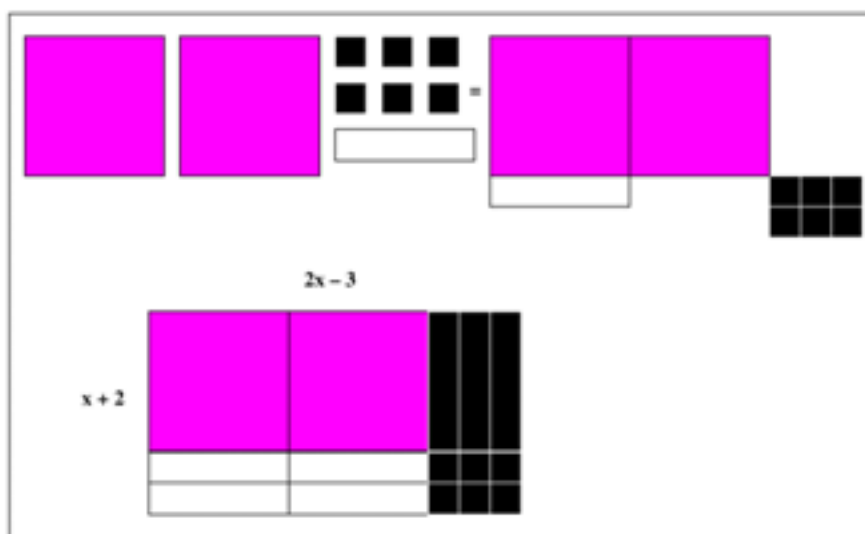


Figura 12 - Representação geométrica da fatoração de com o Algeplan
Fonte: Pasquetti, 2008, p. 35

Antes de concluir esta sequência de atividades gostaria de ressaltar que, se desenvolvidas em sala de aula, tais atividades devem ser acompanhadas de diferentes formas de registro dos conceitos que estão sendo trabalhados. Como já comentei anteriormente, existe a necessidade de mediação e diretividade do professor para que o material manipulável seja “convertido” em outras representações e seja registrado. No caso, além da representação figural (desenho) e da algébrica o aluno também pode expressar-se na língua natural, argumentando sobre como foram realizadas as atividades.

Então, qual é sua opinião sobre os encaminhamentos desta sequência de atividades? Como você, na condição de professor de Matemática, que objetiva utilizar este recurso didático como um meio auxiliar no ensino de sua disciplina, avalia a sequência proposta? Acredita que atividades didáticas que relacionam representações algébricas com representações geométricas contribuem, de forma positiva, para a aprendizagem do aluno?

ATIVIDADES

Nesta atividade proponho que você elabore uma produção textual a partir de reflexões que enfatizam dois aspectos: o primeiro se refere a uma avaliação dos encaminhamentos apresentados nos três momentos em que o Algeplan foi utilizado como um recurso didático para auxiliar a apreensão do conceito de fatoração de polinômios. E o segundo se refere à forma como os livros didáticos enfatizam a fatoração de polinômios e as possibilidades de aliar o Algeplan às atividades propostas nos manuais didáticos.



COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

Para desenvolver esta atividade é necessário rever os indicativos dos Parâmetros Curriculares Nacionais das Séries Finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) e realizar pesquisas em livros e periódicos da área de Educação Matemática. Além disso, é preciso realizar uma investigação nos livros didáticos de Matemática do 8º ano para verificar como o tema fatoração é enfatizado nestes manuais didáticos e pode complementar seus estudos a partir da leitura dos três textos indicados no início da aula. Eles contêm muitas informações a esse respeito do uso do Algeplan.

Como sugestão, ainda apresento algumas questões específicas que podem ser incorporadas com as suas indagações pessoais e poderão auxiliá-lo nesta atividade de reflexão.

- Qual a tendência metodológica da Educação Matemática que orientou os três momentos anteriores?
- Para que esta tendência metodológica se confirme em sala de aula, qual seria o papel do professor? E do aluno?
- Qual a relevância do material didático Algeplan nesta atividade?
- Quais são as vantagens e desvantagens de relacionar expressões algébricas com representações geométricas das peças do Algeplan?
- Para que o aluno apreenda o conceito de fatoração basta que ele manipule o Algeplan?
- É possível aliar o Algeplan às propostas apresentados nos livros didáticos de Matemática do 8º ano, de forma a organizar atividades didáticas envolvendo estes dois recursos?

CONCLUSÃO

Por meio das atividades desenvolvidas nesta aula, conclui-se que o Algeplan pode subsidiar atividades didáticas que visam explorar conteúdos matemáticos, como expressões algébricas do primeiro e segundo graus, monômios e polinômios, resolução de equações do primeiro grau e fatoração de trinômios do segundo grau. Isto, desde que sejam promovidas ações para além da manipulação do Algeplan, em que o aluno seja orientado de modo a registrar suas conclusões.

No entanto, assim como outros recursos didáticos o Algeplan possui algumas limitações, pois, por exemplo, para trabalhar com a fatoração é necessário formar um “retângulo” com as peças que representam o trinômio (podendo, se necessário, fazer “compensações” usando pares de peças que se cancelam). Deste modo, mas peças usadas representam apenas situações em que o trinômio do segundo grau possui inteiros e pode ser transformado em uma expressão do tipo com inteiros.



RESUMO

O Algeplan é um recurso didático que pode ser utilizado para auxiliar o professor a ensinar conteúdos matemáticos, dentre os quais se destacam expressões algébricas do primeiro e segundo graus, monômios e polinômios, resolução de equações do primeiro grau e fatoração de trinômios do segundo grau. Para tanto, é necessário que sejam estabelecidas relações entre as características físicas de cada peça do Algeplan e expressões algébricas, utilizando as dimensões das peças e a sua respectiva área. Após o contato com o material didático é preciso promover a discussão e a sistematização dos conceitos por meio do registro das atividades, utilizando diferentes formas de representação dos conceitos que estão sendo trabalhados. Para que essas atividades sejam realizadas é necessário que o professor atue como um mediador, contribuindo para que o espaço da sala de aula se transforme em um ambiente de investigação.



PRÓXIMA AULA

Na próxima aula vamos utilizar a Torre de Hanói para abordar conteúdos matemáticos do tema estruturador Álgebra (BRASIL, 1999).

AUTOAVALIAÇÃO

Será que vou conseguir adotar o Algeplan como um recurso didático para favorecer a compreensão dos alunos em relação à fatoração de expressões algébricas?

**REFERÊNCIAS**

- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Secretaria da Educação Média e Tecnológica**. Parâmetros Curriculares do Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 1999.
- HELLMEISTTER, A.; GALVÃO, M. Resolvendo Fisicamente. In: **Revista do Professor de Matemática** n. 38, SBM, 1998.
- FANTI, E. L.; KODAMA, H. M. Y.; MARTINS, A. C.; CUNHA, A. F. C. S.. **Ensinando fatoração e funções quadráticas com o apoio de material concreto e informática**. < <http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2006/artigos/capitulo2/fatoracao.pdf> > .Acesso em: 10 nov. 2009.
- PASQUETTI, C. **Proposta de aprendizagem de polinômios através de materiais concretos**. Trabalho de Conclusão de Curso. RS URI/ ERECHIM, , 2008