Laboratório de Física A

Ana Figueiredo Maia
Mário Ernesto Giroldo Valério
Zélia Soares Macedo

CESAD
CENTRO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR A DISTÂNCIA - UFS

São Cristóvão/SE
2009

Laboratório de Física A

Elaboração de Conteúdo
Ana Figueiredo Maia
Mário Ernesto Giroldo Valério
Zélia Soares Macedo

Capa
Hermeson Alves de Menezes

Reimpressão

Ficha catalográfica produzida pela Biblioteca Central
Universidade Federal de Sergipe

M217l Maia, Ana Figueiredo.
Laboratório de Física A / Ana Figueiredo Maia, Mario Ernesto Giroldo Valerio, Zélia Soares Macedo -- São Cristóvão: Universidade Federal de Sergipe, CESAD, 2009.

1. Física. 2. Laboratório I. Valerio, Mario Ernesto Giroldo; II. Macedo, Zélia Soares III. Título.

CDU 53.06

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
Cidade Universitária Prof. "José Aloísio de Campos"
Av. Marechal Rondon, s/n - Jardim Rosa Elze
CEP 49100-000 - São Cristóvão - SE
Fone(79) 2105 - 6600 - Fax(79) 2105- 6474

Sumário

1

RELATÓRIOS, ESTIMATIVA DE INCERTEZAS E ELABORAÇÃO DE GRÁFICOS

META

Apresentar a estrutura básica de um relatório, introduzir os conceitos sobre estimativa de incertezas em um experimento e discutir os conceitos sobre elaboração de gráficos e ajuste linear dos pontos.

OBJETIVOS

Ao final desta aula, o estudante deverá ser capaz de:

1. Elaborar corretamente um relatório;
2. Reconhecer os diferentes tipos de erros e de incertezas;
3. Reconhecer os algarismos significativos de um número;
4. Estimar as incertezas envolvidas no experimento e propagá-las;
5. Elaborar gráficos com os resultados dos experimentos;
6. Determinar os parâmetros de ajuste linear dos pontos, com incertezas.

PRÉ-REQUISITO

Ter em mãos um par de esquadros, um papel milimetrado e uma calculadora.

INTRODUÇÃO

Olá! Tudo bem?
Você está preparado para colocar a mão na massa?

Este é um curso de laboratório, o que significa que a maior parte do tempo será dedicado a realização de experiências. Este livro servirá de guia para orientá-los a conduzir os experimentos, mas vocês terão autonomia e responsabilidade sobre os experimentos. É através deles que vocês aprenderão mais, e de uma forma diferente, sobre os conceitos teóricos estudados nas disciplinas de Física. Mas, além disso, vocês desenvolverão outras aptidões: nos laboratórios vocês terão a primeira experiência como pesquisadores! Para ser um bom pesquisador, é preciso muita atenção, cuidado, dedicação, e, principalmente, é preciso sempre questionar a influência de tudo que está envolvido no seu experimento. Por isso, neste curso, as aulas impressas muitas vezes serão provocativas, levantando questões cujas respostas você precisará buscar durante a execução dos experimentos.

Antes de começarmos os experimentos de fato, será preciso introduzir alguns conceitos teóricos que serão necessários em todas as nossas práticas. Este é possivelmente o seu primeiro curso experimental e talvez você ainda não saiba como elaborar um relatório ou fazer um gráfico. Além disso, neste curso introduziremos os conceitos de erros, incertezas e propagação de incertezas. Para os que estão ansiosos para mexer com os aparatos experimentais, um pouco mais de paciência: só a primeira aula é teórica!

Antes de falar da teoria, gostaria de falar sobre o formato dos cursos de laboratório e os detalhes deste curso. As disciplinas de laboratório consistem em diversos experimentos com os quais se espera poder desenvolver no aluno o comportamento crítico diante dos fenômenos físicos. Os trabalhos de laboratório têm a finalidade de ilustrar os assuntos abordados no curso teórico e também de ensinar os rudimentos da técnica de observação dos fenômenos físicos. Ou seja, como efetuar medidas, analisá-las e como apresentar os resultados obtidos.

Para realização de cada experimento, o aluno precisará de aproximadamente 2 horas. Os experimentos devem ser realizados em grupos de 3 a 5 alunos, sempre que possível. A participação de vários alunos na execução do experimento é importante para permitir a troca de idéias. Por meio da discussão entre os componentes do grupo, e eventualmente com o tutor presencial, os conceitos envolvidos nas práticas serão mais bem compreendidos. E, para que esta discussão seja possível, e também para que o experimento seja conduzido com sucesso, é muito importante que o aluno leia o material impresso antes do início da prática e que fique com este material em mãos durante toda a realização do experimento.

Os benefícios que os trabalhos práticos podem proporcionar ao aluno dependem em grande parte de seu interesse e de seu desempenho. O aluno deve aprender a prestar atenção no equipamento experimental disponível, procurando entender como funciona, quais suas limitações, suas imperfeições e como isso tudo influi no modelo físico que se quer testar. Antes de começar um experimento, a equipe precisa discutir como ele deverá ser feito.

A presença nas aulas experimentais é obrigatória. Os grupos farão um relatório sobre cada prática experimental e os alunos ausentes não poderão participar da elaboração do relatório referente à experiência.

Agora vem a pergunta: Você já fez algum relatório?

Pare um pouco e pense: O que será que é preciso apresentar em um relatório?

As características fundamentais de um relatório são a objetividade e a clareza. Ele deve ser escrito de forma que outra pessoa, apoiando-se nele, possa repetir o experimento sem necessitar que o autor do texto esteja presente para decifrá-lo. O relatório deve respeitar sempre certos aspectos e normas indispensáveis para que o leitor possa entender imediatamente os pontos essenciais do trabalho feito no laboratório. Sem ser prolixo, ele deve conter o maior número possível de informações sobre o que foi feito, como foi feito e os resultados alcançados.

Normalmente os relatórios têm uma linguagem e uma divisão típicas. Escreva o relatório na linguagem pessoal (nós): isto facilita a redação do texto. Além disso, um relatório não é um guia, ou seja, ele não deve conter instruções sobre como realizar o experimento. O texto deve relatar o que foi feito por vocês e, portanto, o tempo verbal mais adequado é o passado. Para divisão do texto, a sugestão é que vocês utilizem as seguintes partes: identificação, introdução, objetivos, materiais e métodos, resultados e discussão, conclusões e bibliografia.

Estes títulos são novos para você? Para ajudá-lo a entender o que deve conter cada seção, a seguir está apresentada uma breve explicação sobre cada uma delas.

<u>Identificação:</u> Todo relatório deve ter uma capa com a indicação clara do título do trabalho, os nomes dos componentes do grupo, a turma de laboratório e a data da realização da experiência.

<u>Introdução:</u> Deve-se expor nesta parte o contexto do trabalho, a importância do tema, um pequeno histórico (se for o caso), a teoria envolvida e as correlações com outros assuntos. É importante que a introdução do relatório não seja cópia literal de nenhum material já existente e nem da introdução deste livro. Pesquise várias fontes e escreva um texto com suas próprias palavras. Lembre que esta não é uma disciplina teórica e, portanto, não escreva demais: uma ou duas folhas já é suficiente na maioria dos casos.

<u>Objetivos:</u> Nesta parte deve-se apresentar, de forma bem sucinta, os objetivos da prática: o que pretendemos com a experiência? É mais fácil escrever os objetivos em forma de itens, que devem ser sempre iniciados com um verbo no infinitivo.

<u>Materiais e Métodos:</u> Esta parte é dedicada à apresentação dos materiais e equipamentos utilizados, uma descrição do arranjo experimental montado e uma explicação minuciosa do procedimento experimental adotado. É aconselhável mostrar um esboço do aparato utilizado, para facilitar a compreensão do leitor.

<u>Resultados e Discussão:</u> Nesta parte é apresentada, primeiramente, uma tabela com os dados obtidos. Em seguida, devem ser apresentados os cálculos, gráficos e discussões. É importante salientar que é obrigatória a apresentação das equações utilizadas, de forma que todos os valores apresentados possam ser recalculados pelo leitor. Não serão considerados resultados apresentados sem a devida explicação.

<u>Conclusões:</u> Esta parte é dedicada à apresentação sucinta dos principais resultados e das conclusões obtidas no trabalho.

<u>Bibliografia:</u> Todo relatório deve conter uma bibliografia, na qual são listadas todas as referências consultadas. É importante que a lista de referências tenha uma formatação uniforme e que sejam apresentadas as seguintes informações essenciais:

1. Para livros: Autor(es), título, edição, editora, local onde foi editado, ano.

Exemplo:
Helene, O.A.M. e Vanin, V.R., "Tratamento Estatístico de dados", 2a. edição, Edgard Blucher, São Paulo (1981).

2. Para artigos de revistas: Nome(s) do(s) autor(es), título (optativo), título da revista, volume, número, página e ano de publicação.
Exemplo:
A.A. Gusev, T. Kohno, W. N. Spjeldvik, I. M. Martin, G. I. Pugacheva, A. Turtelli, Dynamics of the low altitude secondary proton radiation belt, "Advances in Space Research", Vol.21, N.12, pp. 1805-1808 (1998).

3. Para texto de internet: Nome(s) do(s) autor(es), título, (disponível em < endereço eletrônico>), data de acesso.
Exemplo:
Blackwell, Bases de dados, disponível em: <http://www.periodicos.capes.gov.br/>, acesso em 22/03/2004.

Para outros tipos de referências, consulte a norma NBR 10520, da ABNT (ABNT, Informação e documentação - Apresentação de citações em documentos, NBR 10520, 2001).

O relatório deve ser realizado pelo grupo que realizou a experiência. É importante frisar que todos os alunos devem participar da elaboração do relatório e que as análises e conclusões apresentadas devem ser discutidas em conjunto. Além disso, todas as partes do relatório, inclusive a introdução, devem ser redigidas com palavras próprias dos alunos. Não será tolerado nenhum tipo de desonestidade nos relatórios, como cópia total ou parcial de texto de livros, apostilas ou mesmo de relatórios de outros grupos, que, quando identificado, implicará na anulação da nota referente ao relatório.

Durante o curso, você realizará 8 experimentos, implicando em 8 relatórios. Além disso, você também será avaliado por meio de provas escritas. As avaliações serão individuais e os alunos deverão trazer uma calculadora e um par de esquadros, além de caneta, lápis e borracha.

Bem... Agora você já sabe que este curso tem um formato diferente dos demais e que você terá um trabalhão fazendo relatórios. Mas não desanime: quando os experimentos chegarem, vai ser bem divertido!

Vamos continuar a nossa aula apresentando os conceitos sobre avaliação de incertezas. Estes conceitos são de fundamental importância dentro de qualquer laboratório e serão utilizados durante todo o curso. Os principais conceitos desta aula são baseados na norma do INMETRO sobre incertezas: é ela que estabelece como este tipo de avaliação deve ser feita e apresentada.

1.1. Incerteza versus Erro

O conceito de incerteza como um atributo quantificável é relativamente novo na história da medição, embora erro e análise de erro tenham sido, há muito, uma prática da ciência da medição ou metrologia. Atualmente reconhece-se que, mesmo quando todos os componentes de erro tenham sido avaliados e as correções adequadas tenham sido aplicadas, ainda assim permanece uma incerteza sobre o quão correto é o resultado declarado, isto é, quanto o resultado da medição representa o valor verdadeiro da grandeza medida.

É muito importante distinguir o termo “incerteza de medição” do termo “erro” (em um resultado de medição). Você sabe qual é a diferença entre estes dois conceitos? Se não sabe, procure em um dicionário as definições de erro e de incerteza e reflita sobre o que as diferencia.

A **incerteza** do resultado de uma medição reflete a falta de conhecimento exato do valor do mensurando. A palavra “incerteza” significa dúvida, e assim, no sentido mais amplo, “incerteza de medição” significa dúvida acerca da validade do resultado de uma medição. A incerteza só pode ser obtida e interpretada em termos probabilísticos.

O **erro** é um conceito idealizado como sendo o resultado da medição menos o valor verdadeiro convencional do mensurando. Uma vez que o valor verdadeiro é, na grande maioria das vezes, uma quantidade desconhecida, o erro também é uma quantidade indeterminada, por natureza. Há, entretanto, situações nas quais o valor verdadeiro do mensurando é conhecido, e, portanto, é possível conhecer o valor do erro. Este é o caso de muitas das experiências didáticas, que são realizadas no intuito de verificar valores já conhecidos. Entretanto, em muitos casos, não se tem conhecimento sobre o valor verdadeiro e não há como quantificar o erro, apenas a incerteza.

ATIVIDADE

Vamos nos lembrar dos noticiários em ano de eleição: você se recorda como os resultados das pesquisas de intenção de votos são apresentados? A toda pesquisa eleitoral, sempre está relacionada uma determinada “margem de erro”. Agora que você já sabe o que é erro e o que é incerteza, responda: este termo “margem de erro” está corretamente aplicado, considerando as definições aqui apresentadas?

COMENTÁRIO SOBRE A ATIVIDADE

Para se falar em erro, é preciso saber o valor verdadeiro. Numa eleição, o valor verdadeiro do percentual de votos obtidos por cada candidato só é conhecido após a apuração dos votos. Portanto, nas pesquisas de intenção de voto deveria se falar em "incerteza". Este equívoco, entretanto, é compreensível, uma vez que por muito tempo estes conceitos foram tratados de forma confusa. É ainda possível encontrar muitos livros didáticos que não fazem distinção entre estes conceitos.

Durante a realização de um experimento, as medidas obtidas são afetadas por diversos parâmetros, muitos dos quais introduzem desvios nos resultados. De forma geral, os **erros experimentais** podem ser classificados em três grandes grupos: **erros aleatórios**, **erros sistemáticos** e **erros grosseiros**.

Os **erros aleatórios** são flutuações nas medidas que ocorrem ao acaso. Este tipo de erro é inevitável e impossível de ser completamente eliminado e é conseqüência de fatores intrínsecos do processo de medição, como, por exemplo, o ruído eletrônico do equipamento. A influência deste tipo de erro faz as medidas variarem para mais ou para menos, fazendo com que aproximadamente a metade das medidas realizadas de uma mesma grandeza numa mesma situação experimental esteja desviada para valores maiores, e a outra metade esteja desviada para valores menores. Portanto, para um grande número de medidas, os erros aleatórios tendem a se cancelar. **Erros aleatórios** podem ser tratados quantitativamente através de métodos estatísticos, de maneira que seus efeitos na grandeza física medida podem ser, em geral, determinados. Os **erros aleatórios** afetam a **precisão** da medida, que é a quantificação de quão reprodutíveis são as medidas, sem importar se estão próximas ou não do valor correto.

Os **erros sistemáticos** são causados por fontes identificáveis e, em princípio, podem ser eliminados ou compensados. **Erros sistemáticos** fazem com que as medidas feitas estejam sempre acima ou sempre abaixo do valor verdadeiro, prejudicando a **exatidão (ou acurácia)** da medida, que é quantificação de quão próximo do valor verdadeiro está o valor médio das medidas. Uma das principais tarefas do idealizador ou realizador de medições é **identificar e eliminar o maior número possível de fontes de erros sistemáticos**. Uma das principais causas de erros sistemáticos é a falta de uma correta calibração do instrumento.

Os **erros grosseiros** são normalmente causados por alguma distração do operador ou por alguma falha de funcionamento do equipamento. Resultam em valores muito distantes dos demais valores medidos. São normalmente facilmente identificados e devem ser eliminados do conjunto de dados.

Nas definições de erros aleatórios e erros sistemáticos, foram definidos também dois outros termos, comumente considerados como sinônimos: exatidão e precisão. Estes termos têm definições completamente diferentes, que podem ser melhor entendidas por meio de uma ilustração de "Tiro ao Alvo", apresentada na figura 1.1.

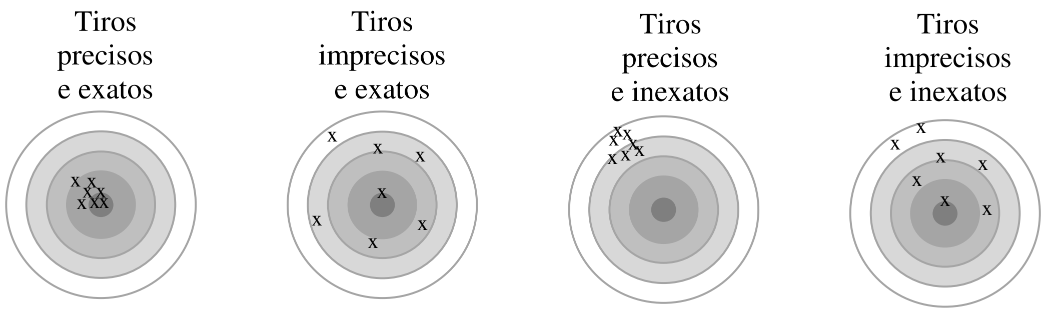

Figura 1.1. Esquema ilustrativo sobre precisão e exatidão em medições.

ATIVIDADE

Imagine duas balanças: a primeira é uma balança antiga, analógica, cuja mola já está bastante "frouxa"; a segunda é uma balança digital, mas que na ausência de qualquer peso mantém uma marcação de 1kg, ao invés, do zero. Uma pessoa de 70 kg sobe nas duas balanças na tentativa de saber o seu "peso". No primeiro caso, a pessoa fica impaciente porque o ponteiro simplesmente não pára: ele fica oscilando entre os valores de 69 kg e de 71 kg, mas a todo o momento que ele olha ele obtém um valor diferente. Já no segundo caso, a balança marca sempre 71 kg. Sem perceber que a segunda balança não estava corretamente zerada, a pessoa sai convencida de que tem 71 kg. Que tipo de erro as medidas de cada balança apresenta? Qual das duas balanças é mais precisa e qual a mais exata?

COMENTÁRIO SOBRE A ATIVIDADE

Na primeira balança, os valores variavam em torno do valor correto, 70 kg, sendo, portanto, uma balança com boa exatidão. Entretanto, a variação constante dos valores prejudicava a sua precisão. Os erros aleatórios são os responsáveis pelos desvios ao acaso, sem tendência definida, como os observados nesta balança. Já na segunda balança, o valor indicado não variava e sua precisão era excelente. Entretanto, havia um erro sistemático que alterava todos os valores medidos, fazendo com que os valores indicados fossem sempre um 1 kg a mais do que os valores corretos.

1.2. Erro Relativo

A magnitude do erro ou da incerteza, por si só, não é uma quantidade muito informativa. A sua importância revela-se em comparação com o valor medido. Se alguém fizer a seguinte afirmativa: "Na minha medida, tive um erro de 1 mm." Este erro é grande ou pequeno?

Provavelmente você não soube responder se era grande ou pequeno, porque não é possível responder mesmo. Para ilustrar a afirmação, consideremos a medição de duas distâncias, a largura de uma página A4 e o raio equatorial da Terra. Uma medição da largura de uma página A4 produziu o resultado de 209 mm. Sabendo-se que o valor verdadeiro é 210 mm, o erro cometido foi, em módulo, 1 mm. Uma determinação do raio equatorial da Terra resultou em 6375 km. Sendo o valor verdadeiro desta quantidade 6371 km, concluímos que o erro cometido é agora de 4 km, ou seja, 4.10^6 mm. O erro da primeira medição é muito menor que o da segunda, mas a verdade é que quatro quilômetros de erro na medição do raio da Terra tem uma importância relativa muito menor que o erro de um milímetro na medição da largura da página A4. Outro exemplo: afirmar que ontem tive dois convidados para jantar em casa, quando de fato foram três, cometo um erro grosseiro, mas se disser que cinqüenta mil espectadores assistiram a um jogo de futebol quando, na verdade, apenas quarenta e nove mil o presenciaram, o erro não terá sido grosseiro, apesar de ser superior ao cometido na contagem dos convidados.

Para melhor avaliar o valor relativo do erro, introduz-se uma quantidade chamada erro relativo, que é a razão entre o erro e o valor verdadeiro da quantidade medida. Para distinguir bem o erro relativo, chama-se erro absoluto a diferença entre o valor medido e o valor verdadeiro. Se x_v for o valor verdadeiro da quantidade a ser medida e o resultado da medição for x, então:

Erro ou erro absoluto: $E = x - x_v$ (1.1)

Erro relativo, expresso em porcentagem: $e = \left(\frac{x-x_v}{x_v}\right) \times 100\%$ (1.2)

A apresentação de valores em termos percentuais não é importante apenas para os erros. Os valores de incertezas também são melhores compreendidos quando apresentados em termos percentuais.

1.3. Tipos de Incertezas

A incerteza da medida é um parâmetro que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser razoavelmente atribuídos ao mensurando. Existem muitas fontes possíveis de incertezas em uma medição, entre elas: a definição incompleta do mensurando; a realização imperfeita da definição do mensurando; uma amostragem não-representativa; o conhecimento inadequado dos efeitos das condições ambientais sobre a medição ou medição imperfeita das condições ambientais; o erro de tendência pessoal na leitura de instrumentos analógicos; a resolução finita do instrumento; os valores inexatos dos padrões de medição; os valores inexatos de constantes; as aproximações e suposições incorporadas ao método e procedimento de medição; as variações nas observações repetidas do mensurando sob condições aparentemente idênticas.

Os componentes da incerteza de medição estão agrupados em duas categorias em função do tipo de avaliação: incerteza de tipo A e incertezas de tipo B. As incertezas de tipo A são aquelas estimadas por métodos estatísticos, enquanto que as de tipo B são estimadas por outros métodos. Estas categorias se aplicam às incertezas e não substituem os termos “aleatório” e “sistemático”, anteriormente utilizados.

1.4. Avaliação da Incerteza de Tipo A (σ_A)

Para avaliação da incerteza de tipo A é preciso empregar conceitos estatísticos. Os conceitos mais importantes para avaliação da incerteza de tipo A estão definidos a seguir.

Na maioria das vezes são feitas medidas repetidas de um mesmo mensurando. A melhor estimativa do valor real deste mensurado é dada pelo **valor médio** das medidas:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{1.3}$$

Ou seja, o valor médio é a soma dos valores das medidas dividida pelo número de medidas.

Para quantificar o grau de dispersão das medidas em relação ao valor médio, utiliza-se o conceito de **desvio padrão da medida**:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{1.4}$$

ATIVIDADE

Olhando a figura do tiro ao alvo, responda: as medidas com maiores dispersão são inexatas ou imprecisas?

COMENTÁRIO SOBRE A ATIVIDADE

Observa-se maior dispersão das medidas no segundo e no quarto alvo. Em ambos os casos, as medidas são imprecisas. Portanto, para medir a precisão de um conjunto de medidas, deve-se observar o desvio padrão ou alguma grandeza calculada a partir dele.

Em estudos simplificados, o valor do desvio padrão da medida é muitas vezes utilizado como incerteza associada ao valor médio. Entretanto, em uma correta estimativa de incertezas, é preciso calcular tanto a incerteza estatística, que é denominada incerteza do tipo A e não é exatamente igual ao desvio padrão da medida, quanto a incerteza do tipo B, que veremos mais adiante. A incerteza de tipo A associada a um valor médio é estimada por outro tipo de desvio padrão, **o desvio padrão da média:**

$$\sigma_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{1.5}$$

Espera-se que o valor médio torne-se tanto mais exato quanto maior for o número n de medidas. Por isso, o desvio padrão da média é um conceito que "premia" o aumento do número de medidas.

1.5. Avaliação da Incerteza de Tipo B (σ_B)

A incerteza de tipo B é avaliada por julgamento científico, baseando-se em todas as informações disponíveis sobre a possível variabilidade do mensurando, que não tenham sido obtidas através de observações repetidas (avaliadas por métodos estatísticos). O conjunto de informações pode incluir dados de medidas prévias, a experiência ou conhecimento geral do comportamento e propriedades de materiais e instrumentos relevantes, especificações do fabricante, dados fornecidos em certificados de calibração e outros certificados e incertezas relacionadas a dados de referência extraídos de manuais.

A experiência, a integridade, o senso de responsabilidade e a habilidade (treinamento) do operador são partes importantes do conjunto de informações disponíveis para uma avaliação de tipo B.

Deve-se reconhecer que uma avaliação da incerteza de tipo B pode ser tão confiável quanto uma avaliação de tipo A, especialmente em uma situação de medição em que uma avaliação de tipo A é baseada em um número comparativamente pequeno de medidas.

É possível analisar muitos tipos de incertezas de tipo B, como, por exemplo, o posicionamento do instrumento de medição ou a habilidade do operador. Entretanto, neste curso, por simplicidade, a incerteza de tipo B será avaliada apenas pela incerteza instrumental, ou seja, $\sigma_B = \sigma_{instrumento}$.

1.6. Incerteza Instrumental

Em ciência e tecnologia, é fundamental medir grandezas físicas. Estas grandezas podem ser, por exemplo, comprimentos, intervalos de tempo, voltagem entre dois pontos, carga elétrica transportada, intensidade luminosa, e muitas outras.

A medição de uma grandeza consiste, na grande maioria dos casos, em fazer a leitura de uma graduação, tal como ao determinarmos um intervalo de tempo com um cronômetro de ponteiro ou um comprimento com uma régua. Efetuar a medição significa ler a posição de um índice ou ponteiro sobre uma escala (o índice pode ser a extremidade do próprio corpo, com um traço da graduação). Na figura 1.2, na leitura correspondente à posição M, a única coisa que podemos afirmar é que está entre 14 e 15.

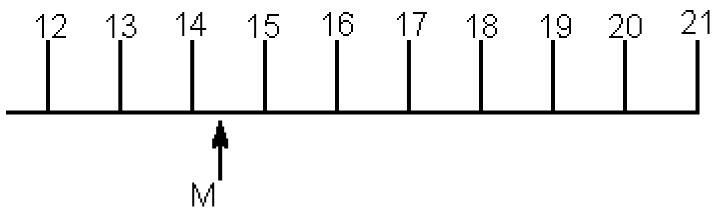

Figura 1.2. Exemplo de uma medição em uma escala graduada.

Que valor você indicaria para M?

Para fazermos esta medida, precisamos fazer uma interpolação, ou seja, imaginamos que cada um dos menores intervalos da graduação esteja dividido em partes iguais, suponhamos, em 10 partes, e lemos a posição do índice nesta escala imaginária. Certamente muitos de vocês indicaram o valor de M como 14,4, alguns como 14,3 ou até como 14,5. Mas alguém indicaria este valor como 14,0 ou 14,8? Muito dificilmente. Portanto, podemos considerar que existe um "Limite de Erro", e que qualquer erro acima dele é um erro grosseiro. Numa avaliação simplificada das incertezas no processo de medição, o "Limite de Erro" pode ser adotado como o valor da incerteza de tipo B, ou seja, a incerteza instrumental.

Muitas vezes a incerteza instrumental é indicada no próprio aparelho. Por exemplo, em um cronômetro digital, no qual vem gravado o valor 0,001 s, esta é a sua incerteza instrumental. É freqüente encontrarmos nos medidores elétricos esta incerteza indicada como percentual do "valor de fundo de escala", isto é, do maior valor que o aparelho pode medir. Por exemplo, em um voltímetro com fundo de escala 200 volts e 50 divisões, no qual se indica

2% como incerteza instrumental, isto significa que seu valor é de 4 volts, correspondente a 1 divisão da escala.

Se a incerteza não estiver indicada no instrumento, o procedimento usual é adotar como “limite de erro”: a menor divisão, para instrumentos digitais; e a metade da menor divisão, para instrumentos analógicos. **Observe que esta regra só vale se a grandeza medida permitir tal precisão**. Um objeto com irregularidades superiores à precisão da régua, ou uma corrente elétrica com flutuação superior à precisão do multímetro não poderão ser medidos dentro da precisão dos instrumentos, e requerem uma análise caso a caso.

ATIVIDADE

Quando a estimativa de uma grandeza for feita a partir de apenas uma medição, ou seja, apenas uma medida, qual é a incerteza associada a este valor?

COMENTÁRIO SOBRE A ATIVIDADE

Este medida deve ser tratada como o valor médio da grandeza e, como não há outras medidas para permitir um tratamento estatístico, a incerteza associada será a própria incerteza do instrumento.

1.7 Incerteza Combinada

Após a determinação das incertezas de tipo A e de tipo B, é preciso determinar o valor da incerteza total associada às medidas. Este valor de incerteza é denominado de **incerteza combinada (σ_c)**, e é dada por:

$$\sigma_C = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \tag{1.6}$$

1.8 Propagação de Incertezas

Para avaliação da incerteza associada a um valor médio é preciso analisar as incertezas de tipo A e tipo B envolvidas no processo de medição, e, a partir delas, determinar a incerteza combinada associada à grandeza medida. Além disso, muitas grandezas físicas obtidas no laboratório são funções de muitas variáveis. Para determinar a incerteza padrão de uma grandeza que é função de várias grandezas medidas é preciso considerar as incertezas combinadas associadas a cada uma de suas variáveis. Para tanto, é preciso usar a noção de **propagação de incertezas**.

Suponha que uma certa grandeza física z é calculada como função de outras grandezas $x_1, x_2, x_3, \ldots$ das quais conhecemos as respectivas incertezas combinadas $\sigma_{x_1}, \sigma_{x_1}, \sigma_{x_1}, \ldots$ Ou seja, z é uma função de $x_1, x_2, x_3, \ldots$

$$z = f(x_1, x_2, x_3, \ldots) \qquad (1.7)$$

A incerteza da grandeza calculada σ_z é obtida a partir da seguinte relação:

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x_1}\sigma_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_2}\sigma_{x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_3}\sigma_{x_3}\right)^2 + \cdots} = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial z}{\partial x_i}\sigma_{x_i}\right)^2} \qquad (1.8)$$

$\frac{\partial z}{\partial x_i}$ indica a derivada parcial da grandeza calculada z em relação a grandeza medida x_i.

E como calcular a derivada parcial? Muitos de vocês ainda não devem ter aprendido a fazer este tipo de derivada. Entretanto, nos casos mais simples, onde as grandezas $x_1, x_2, x_3, \ldots$ não são dependentes entre si, é possível derivar parcialmente utilizando os conhecimentos de derivadas que você já sabe: quando você for derivar em relação a uma determinada grandeza, considere que todas as outras são constantes.

Antes de você achar estranho tanta equação, é necessário dizer que prática e teoria devem caminhar juntos e vamos fazer alguns exercícios para entender melhor o que elas significam e como devem ser aplicadas.

ATIVIDADE

Suponha que a função z é uma soma de várias grandezas medidas em laboratório, para as quais já foram calculados os valores médios e as incertezas combinadas. Por exemplo, imagine que você quer determinar o perímetro de um retângulo que você mediu cada um dos lados. Se eu sei a incerteza em cada um dos lados, eu posso calcular uma incerteza para o perímetro?

COMENTÁRIO SOBRE A ATIVIDADE

Se o z é uma soma de variáveis, podemos representá-lo como:

$z = x_1 + x_2 + x_3 \ldots$

Portanto,

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial(x_1+x_2+x_3+\cdots)}{\partial x_1}\sigma_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial(x_1+x_2+x_3+\cdots)}{\partial x_2}\sigma_{x_2}\right)^2 + \cdots}$$

(1.9)

Considerando apenas o primeiro termo, têm-se:

$$\frac{\partial(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots)}{\partial x_1}\sigma_{x_1} = \left(\frac{\partial x_1}{\partial x_1} + \frac{\partial x_2}{\partial x_2} + \frac{\partial x_3}{\partial x_3} + \cdots\right)\sigma_{x_1}$$

Exceto o termo $\frac{\partial x_1}{\partial x_1}$, que é $= 1$, todos os termos desta soma são nulos, pois se trata da derivada de uma constante. Portanto, o primeiro termo da Equação 1.9 é σ_{x_1}. Analogamente, é possível determinar todos os termos da Equação 1.9, e chegar ao resultado:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 + \sigma_{x_3}^2 + \cdots} \quad (1.10)$$

EXERCÍCIO PROPOSTO

Mostre que a expressão da incerteza propagada para uma subtração de várias grandezas é igual à expressão encontrada para a soma de grandezas.

ATIVIDADE

E se a nossa função for do tipo $z = kx_1$, onde k é uma constante, qual é a expressão para σ_z?

COMENTÁRIO SOBRE A ATIVIDADE

Substituindo a função z na Equação 1.8, temos:

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial(kx_1)}{\partial x_1}\sigma_{x_1}\right)^2}$$

Ou seja, $\sigma_z = \sqrt{\left(k\sigma_{x_1}\right)^2}$

Antes do próximo passo, é importante ressaltar que a incerteza é sempre positiva, por definição. Assim sendo, é preciso desconsiderar as raízes negativas desta equação. O resultado final é, portanto:

$$\sigma_z = |k|\sigma_{x_1} \quad (1.11)$$

ATIVIDADE

Considere agora o caso em que a função que você precisa calcular é um produto de duas variáveis, ou seja, $z = x_1 \cdot x_2$. Um exemplo ilustrativo seria se quiséssemos determinar a área do retângulo da Atividade 4. Qual seria neste caso a expressão para a σ_z?

COMENTÁRIO SOBRE A ATIVIDADE

Resposta comentada: Substituindo z na Equação 1.8, temos:

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial(x_1 \cdot x_2)}{\partial x_1}\sigma_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial(x_1 \cdot x_2)}{\partial x_2}\sigma_{x_2}\right)^2}$$
(1.12)

Neste caso, a primeira derivada parcial é $= x_2$ e a segunda é $= x_1$.

$$\sigma_z = \sqrt{\left(x_2 \cdot \sigma_{x_1}\right)^2 + \left(x_1 \cdot \sigma_{x_2}\right)^2}$$
(1.13)

ATIVIDADE PROPOSTA

Mostre que, a partir de operações matemáticas simples, é possível reescrever a Equação 1.13 da seguinte forma: $\left(\frac{\sigma_z}{z}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{x_1}}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_2}}{x_2}\right)^2$ (1.14)

A grande vantagem da Equação 1.14 é que ela é expansível para uma quantidade qualquer de termos:

$$z = f(x_1, x_2, x_3, \ldots) = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \ldots$$

$$\left(\frac{\sigma_z}{z}\right)^2 = \sum_i \left(\frac{\sigma_{x_i}}{x_i}\right)^2 \qquad (1.15)$$

ATIVIDADE PROPOSTA

Mostre que a relação 1.14 é válida também $z = x_1/x_2$.

1.9 Incerteza Expandida

Muitas vezes os resultados são expressos utilizando uma incerteza total que é um múltiplo da incerteza estimada (por exemplo, 2σ ou 3σ), que é denominada de **incerteza expandida**. O fator multiplicativo utilizado para obtenção da incerteza expandida é denominado de **fator de abrangência (*k*)** e ele é escolhido de forma a representar o resultado final dentro de um determinado intervalo de confiança P (região mais provável para o valor verdadeiro do mensurando). A cada intervalo de confiança há um **coeficiente de confiança (ou nível de confiança),** que é a probabilidade de que o mensurando esteja dentro do intervalo de confiança. O coeficiente de confiança depende do tipo de distribuição de erros e do fator de abrangência escolhido. A tabela 1.1 apresenta os valores dos níveis de confiança para duas distribuições dos valores: a distribuição normal e de uma situação simplificada, que é freqüentemente adequada para situações de medição, onde a distribuição de erros é considerada como aproximadamente normal.

Tabela 1.1. Níveis de confiança para dois tipos de distribuição de erros.

Incerteza	Intervalo de Confiança P	
$k.\sigma$	Distribuição Normal	Distribuição Aproximadamente Normal
σ	68,27%	68%
2σ	95,45%	95%
3σ	99,73%	99%

Neste curso, por simplicidade, os resultados finais podem ser apresentados sempre considerando $k = 1$.

1.10 Algarismos Significativos

Toda vez que realizamos a medida de qualquer grandeza, esta medida é sempre obtida dentro de certas limitações impostas pelo próprio processo de medição e pelo instrumento de medida empregado. As limitações do aparelho e do processo de medição devem ser representadas no resultado final do valor médio da grandeza sob análise através da indicação do número de algarismos que realmente tenham algum significado, seguido da incerteza associada e da devida unidade da grandeza. Ao proceder desta forma, mesmo uma pessoa que não tenha acompanhado o processo consegue inferir sobre a confiabilidade da medida.

O resultado final de uma medida deve ser expresso apenas utilizando **algarismos significativos**. Entender o que é um algarismo significativo é importante para expressar corretamente um resultado experimental e sua incerteza.

Na prática, o número de dígitos ou algarismos que devem ser apresentados num resultado experimental é determinado pela incerteza associada a ele.

O primeiro passo é determinar o valor médio e a incerteza total, evitando arredondamentos durante os cálculos. Com estes valores em mãos, deve-se olhar primeiro para a incerteza: ela só pode ter um ou dois algarismos significativos. Portanto, escolha se você quer apresentá-la com um ou dois algarismos significativos e faça o arredondamento da seguinte forma:

- de X000... a X499..., os algarismos excedentes são simplesmente eliminados (arredondamento para baixo);
- de X500...1 a X999..., os algarismos excedentes são eliminados e o algarismo X aumenta de 1 (arredondamento para cima);

- No caso X50000..., então o arredondamento deve ser tal que o algarismo X depois do arredondamento deve ser par.

Exemplos:

2,4**3**→2,4	5,6**499** →5,6	5,6**500** →5,6
3,68**8** →3,69	5,6**501** →5,7	5,7**500** →5,8

Já com a incerteza expressa de forma correta, você deve truncar o valor médio da grandeza exatamente na mesma posição onde a sua incerteza termina. Para fazer isso sem errar, é preciso que a incerteza e o valor médio estejam apresentados exatamente na mesma formatação. Veja a seguir alguns exemplos ilustrativos:

Exemplo 1: y = 256±5 cm

Neste caso, a incerteza foi apresentada apenas com um algarismo significativo que está na casa da unidade. Portanto, o último algarismo significativo da grandeza também deve ser o da casa da unidade.

Exemplo 2: y = 12000,0±1,2 s

Neste caso, a incerteza foi apresentada com dois algarismos significativos e o último dele está na primeira casa decimal. Portanto, o último algarismo significativo da grandeza também deve ser o da primeira casa decimal.

Exemplo 3: y = 0,00431±0,00008 mm ou y = 4,31E-3±0,08E-3 mm

Estes resultados são exatamente os mesmos. Entretanto, é mais recomendada a utilização da última notação, que é denominada notação científica, a fim de evitar muitos zeros à esquerda, pois eles são considerados algarismos não significativos. Também deve-se utilizar notação científica, ou trocar as unidades, em casos em que a incerteza padrão supere 99:
L = 11800±900 m é incorreto ⇒ as formas corretas: L = 1,18E4±0,09E4 m ou L = 1,18±0,09 cm

1.11 Exemplo de Estimativa de Incerteza

Considere um experimento no qual é preciso medir o comprimento de um cilindro metálico (L). O instrumento utilizado, que é analógico, tem como menor divisão 1 milímetro. São feitas 10 medidas do cilindro, dando os seguintes resultados: 13,10 cm; 13,55 cm; 13,44 cm; 13,98 cm; 13,20 cm; 13,70 cm; 13,98 cm; 13,63 cm; 13,37 cm; 13,61 cm, e o último dígito foi sempre estimado pelo operador.

Valor Médio =	13,556 cm
Desvio Padrão =	0,292772 cm
Desvio Padrão da Média =	0,092583 cm (que é a incerteza de tipo A)

Para estimar a incerteza do tipo B é preciso saber a incerteza que tem o instrumento. Caso não haja nenhuma indicação no instrumento ou num certificado de calibração, pode-se estimar considerando o limite de erro, que no caso é metade da menor escala.

Incerteza de Tipo B =	0,05 cm

Incerteza Combinada ⇒

$$\sigma_C = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} = \sqrt{(0{,}092583)^2 + (0{,}05)^2} = 0{,}105221$$

Incerteza Expandida (P=95%) ⇒

$$\sigma_T = 2\sigma_C = 0{,}210443$$

Expressão final do resultado	L = (13,5 ± 0,2) cm
Incerteza Relativa	1,5%

COMENTÁRIO

Deve-se evitar arredondar os valores dos cálculos em etapas intermediárias, para evitar distorções nos resultados finais.

É muito importante que os pesquisadores saibam como estimar e expressar as incertezas envolvidas no processo de medição. Os conceitos que foram apresentados aqui são apenas uma breve exposição sobre o assunto. Se você tiver interesse em ler mais sobre o assunto, no final da aula estão listadas algumas referências sobre este tema.

Agora é uma boa hora para uma pausa. Nas próximas páginas desta aula, um novo assunto será abordado e é importante que você descanse um pouco antes de continuar.

Os conceitos sobre estimativa de incertezas são fundamentais para uma correta obtenção dos resultados finais dos nossos experimentos. Mas, além disso, muitas vezes é importante apresentar os resultados finais por meio de gráficos.

1.12 Elaboração de Gráficos

Normalmente o estudo de um fenômeno qualquer se inicia com o tabelamento de dados. Por exemplo, analisa-se o crescimento populacional, tabelando-se o número de nascimentos e mortes a cada ano; estuda-se o desenvolvimento de animais jovens, tabelando-se suas massas em períodos regulares; estuda-se o movimento de um corpo, tabelando-se seu deslocamento em função do tempo. A partir da tabela, a construção de gráficos permite, em geral, uma visualização imediata do comportamento em estudo. Em particular, para fenômenos que apresentam reprodutividade, é possível inclusive extrair uma equação matemática para seu comportamento. Assim, os gráficos possibilitam também uma comparação de pontos experimentais com traçados de funções matemáticas corriqueiras como retas, parábolas e exponenciais, e a determinação dos seus parâmetros específicos.

1.13 Regras Básicas para Construção de Gráficos

Vamos discutir usando um exemplo. Suponha que você tenha que fazer um gráfico, em um papel milimetrado de 10 cm X 10 cm, com os pontos da Tabela 1.2, que apresenta os resultados de uma experiência de Movimento Uniforme, na qual foram feitas medidas de x e t.

Tabela 1.2: Dados de uma experiência de Movimento Uniforme.

t (s)	x (cm)
0,349	0,82
0,402	1,65
0,496	2,63
0,698	3,50
0,817	3,88
1,068	4,84
1,103	6,16
1,316	7,15
1,449	7,66
1,570	8,29

1. O primeiro passo para a construção de um bom gráfico é a definição da escala, ou seja, qual o valor que irá ser atribuído a cada <u>cm</u>. Isto é feito determinando-se qual a faixa de variação de cada variável e dividindo-se pelos centímetros disponíveis. Toma-se então um arredondamento ao valor superior mais próximo que seja de “fácil leitura”.

COMENTÁRIO

Os arredondamentos de fácil leitura são os que se encaixam dentro da divisão decimal das escalas milimetradas, ou seja, múltiplos de 10:

$0,001 \rightarrow 0,01 \rightarrow 0,1 \rightarrow 1 \rightarrow 10$
$0,002 \rightarrow 0,02 \rightarrow 0,2 \rightarrow 2 \rightarrow 20$
$0,005 \rightarrow 0,05 \rightarrow 0,5 \rightarrow 5 \rightarrow 50$

Não necessariamente a escala de cada eixo precisa começar na origem (zero, zero). O intervalo dos dados é que deve definir a origem mais conveniente.

Considerando os dados da Tabela 1.2, há dois intervalos: t (0,349 – 1,570 s) e x (0,82 – 8,29 cm). Para assinalar estes dados no papel milimetrado de 10 cm X 10 cm, temos:

- Eixo horizontal: Faixa de variação de t = 1,570 – 0,349 = 1,221

n^o de cm disponíveis = 10 cm
$\Rightarrow$ 0,1221 unidades/cm
um arredondamento acima deste valor, de fácil leitura é: **0,2 unidades/cm**

- Eixo vertical: Faixa de variação de x = 8,29 – 0,82 = 7,47

n^o de cm disponíveis = 10 cm
$\Rightarrow$ 0,747 unidades/cm
um arredondamento acima deste valor, de fácil leitura é: **1 unidades/cm**

2. Após a definição da escala, é preciso marcá-las no papel milimetrado. Sobre os eixos, devem ser marcadas apenas as posições que definam a escala usada, como apresentado na figura 1.3.

Figura 1.3: Definição das escalas horizontal e vertical.

COMENTÁRIO

A marcação da escala de cada eixo deve ser feita antes da colocação dos pontos do gráfico. É muito comum o aluno marcar no eixo as coordenadas dos pontos, mas isto não está correto, porque dificulta a compreensão do gráfico.

3. Após a marcação das escalas, deve-se colocar os títulos do gráfico e dos eixos, explicitando as unidades, como mostra a figura 1.4.

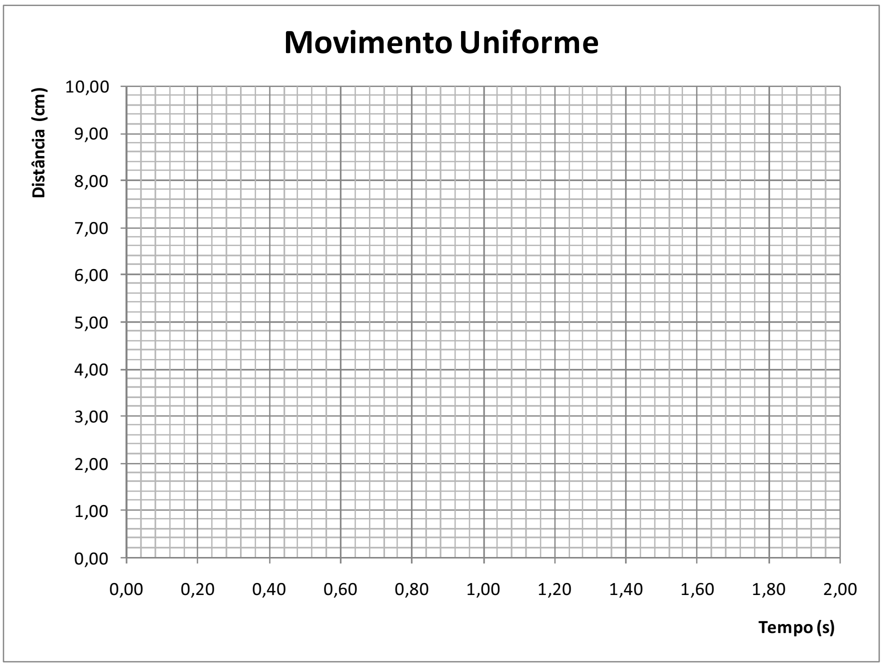

Figura 1.4: Definição dos títulos do gráfico e dos eixos.

4. Com os eixos já definidos e marcados, deve-se assinalar no gráfico a posição dos pontos tabelados sem escrever suas coordenadas, como mostra a figura 1.5.

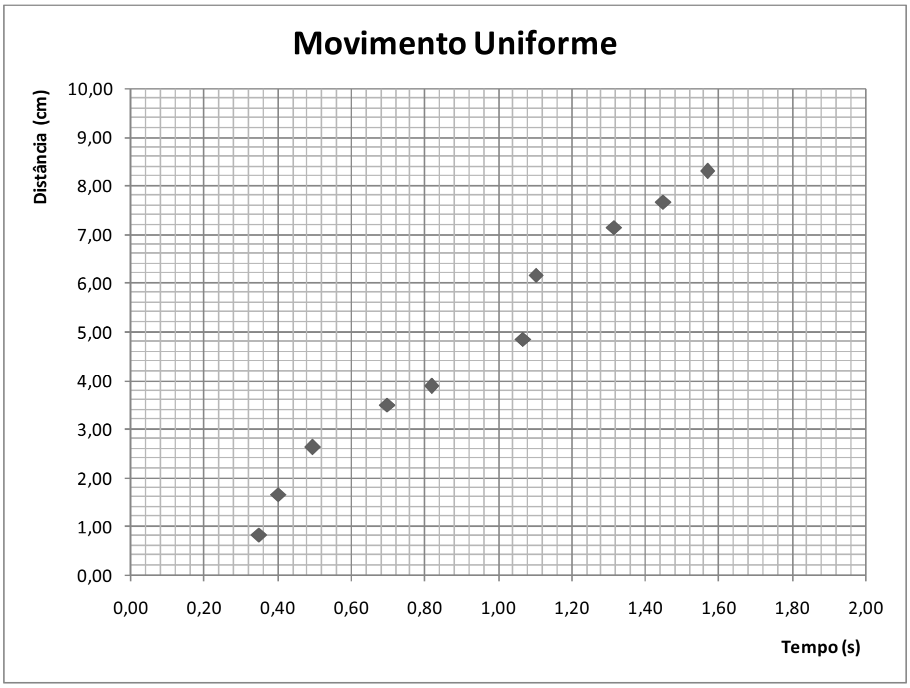

Figura 1.5: Marcação dos pontos.

5. Em processos que apresentam comportamento funcional reprodutível, os pontos marcados delineiam este comportamento. Nestas situações, deve-se traçar uma curva média cujos deslocamentos em relação aos pontos tendam a se anular uniformemente ao longo do traçado. Não é correto ligar os pontos ou traçar uma curva que se distancie ora toda à esquerda ora toda à direita dos pontos. A figura 1.6 apresenta dois exemplos de bons ajustes, no primeiro caso para uma reta que passa pela origem e no segundo para uma reta qualquer. Já a figura 1.7 apresenta dois exemplos de ajustes inadequados.

(A) (B)

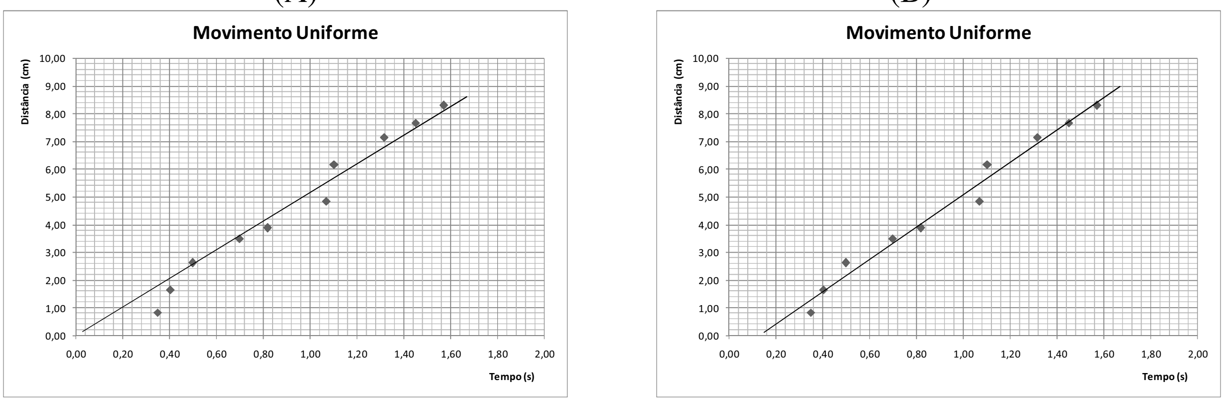

Figura 1.6: Exemplos de bons ajustes: (A) Ajuste linear passando pela origem, y=m.x; (B) Ajuste linear sem restrição para o coeficiente linear, y=m.x+n.

(A) (B)

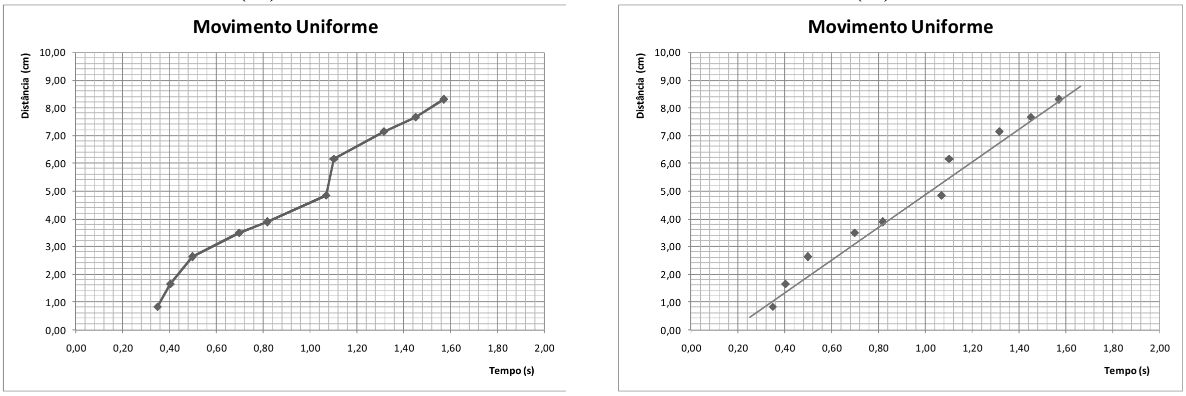

Figura 1.7: Exemplos de ajustes inadequados: (A) Pontos ligados, sem obedecer a um comportamento funcional; (B) Ajuste linear com tendência evidente para os pontos inferiores.

1.14 Determinação Gráfica dos Parâmetros de uma Reta

O comportamento funcional mais comum nas experiências de Laboratório de Física A é o linear. Por isso, agora iremos estudar como determinar a equação de uma reta ajustada.

A equação geral de uma reta é:

$$y = m.x + n \qquad (1.16)$$

m é o coeficiente angular da reta e está diretamente relacionado à inclinação da reta; e n é o coeficiente linear e é determinado pelo ponto em que a reta cruza o eixo das ordenadas.

Para determinação dos parâmetros m e n de uma reta, é necessário conhecer dois pontos da reta. Considerando dois pontos sobre uma determinada reta, Q com coordenadas (x_0, y_0) e P com coordenadas (x_1, y_1), é possível obter m e n por meio do desenvolvimento algébrico apresentado a seguir.

Se Q e P são pontos sobre a reta, eles precisam obedecer à Equação 1.16:

$$y_0 = m.x_0 \qquad (1.17)$$

$$y_1 = m.x_1 + n \qquad (1.18)$$

Neste sistema de equações m e n são as incógnitas e x_0, y_0, x_1 e y_1 são os pontos conhecidos.

Resolvendo este sistema, tem-se:

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \quad (1.19)$$

e n é obtido pela substituição do valor de m em qualquer das equações 1.17 ou 1.18.

$$n = y_1 - m.x_1$$

$$n = y_1 - \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}.x_1 \quad (1.20)$$

É importante lembrar que os pontos Q e P devem estar sobre a reta ajustada.

Continuando com o exemplo da tabela 1.2, a figura 1.8 apresenta um ajuste linear, como o da figura 1.6B, com a escolha de dois pontos (Q e P).

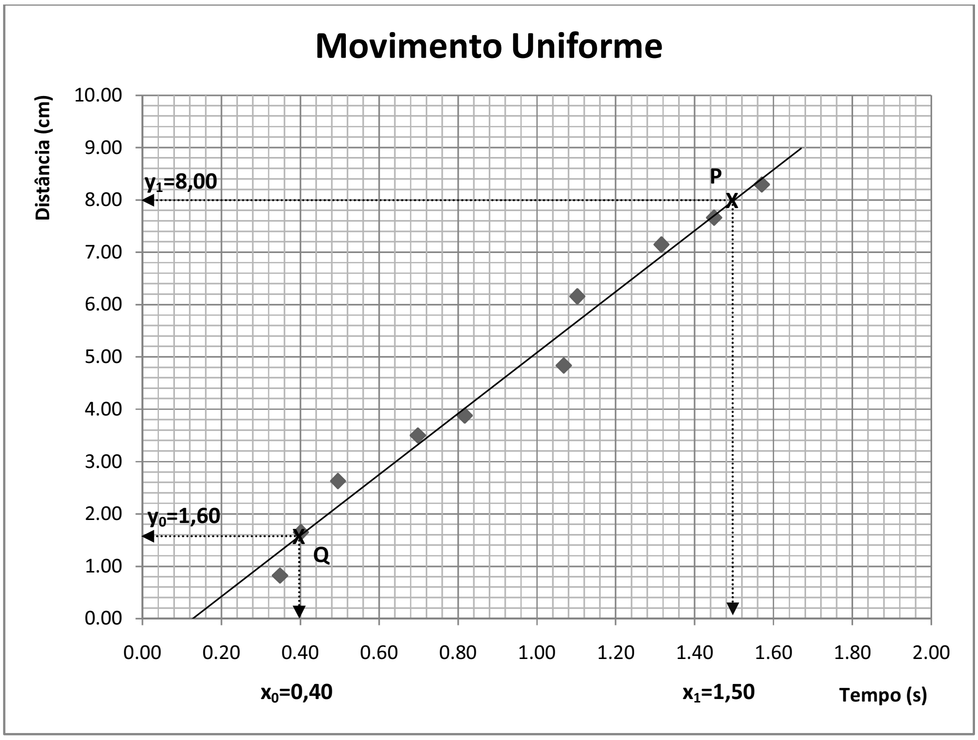

Figura 1.8: Escolha dos pontos para determinação da equação da reta.

Pelos dados da Figura 1.8, é possível determinar m e n:

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{8{,}00 - 1{,}60}{1{,}50 - 0{,}40} = \frac{6{,}40}{1{,}10} = \mathbf{5{,}8\ cm/s}$$

$$n = y_1 - m.x_1 = 8{,}00 - 5{,}8.1{,}50 = \mathbf{-0{,}7\ cm}$$

E a equação da reta ajustada é:

$$y = 5{,}8.x - 0{,}7$$

1.15 Determinação Gráfica da Incerteza dos Parâmetros de uma Reta

Os dados referentes a uma experiência terão sempre incertezas associadas a eles. Nos exemplos dos gráficos apresentados até agora, não foram assinaladas as incertezas associadas aos pontos e não foram estimadas as incertezas associadas a m e n. Entretanto, é importante que os gráficos sejam completos, incluindo também as incertezas nos pontos.

Na Tabela 1.3, são apresentadas as incertezas referentes aos dados do nosso exemplo.

Tabela 1.3: Dados de uma experiência de movimento uniforme.

t (s)	x (cm)	σ_t (s)	σ_x (cm)
0,349	0,82	0,039	0,13
0,402	1,65	0,028	0,21
0,496	2,63	0,023	0,17
0,698	3,50	0,035	0,16
0,817	3,88	0,048	0,27
1,068	4,84	0,056	0,29
1,103	6,16	0,039	0,35
1,316	7,15	0,052	0,35
1,449	7,66	0,087	0,27
1,570	8,29	0,066	0,30

Para marcar os pontos com as incertezas, deve-se colocar uma barra simétrica em relação ao ponto assinalado, que tenha comprimento igual ao dobro da incerteza. Ou seja, o primeiro ponto de ser assinalado em t=0,349 s e deve ser colocada uma barra que vá de (0,349-0,039) a (0,349+0,039). A figura 1.9 apresenta o gráfico construído com os pontos e as incertezas associadas a cada ponto.

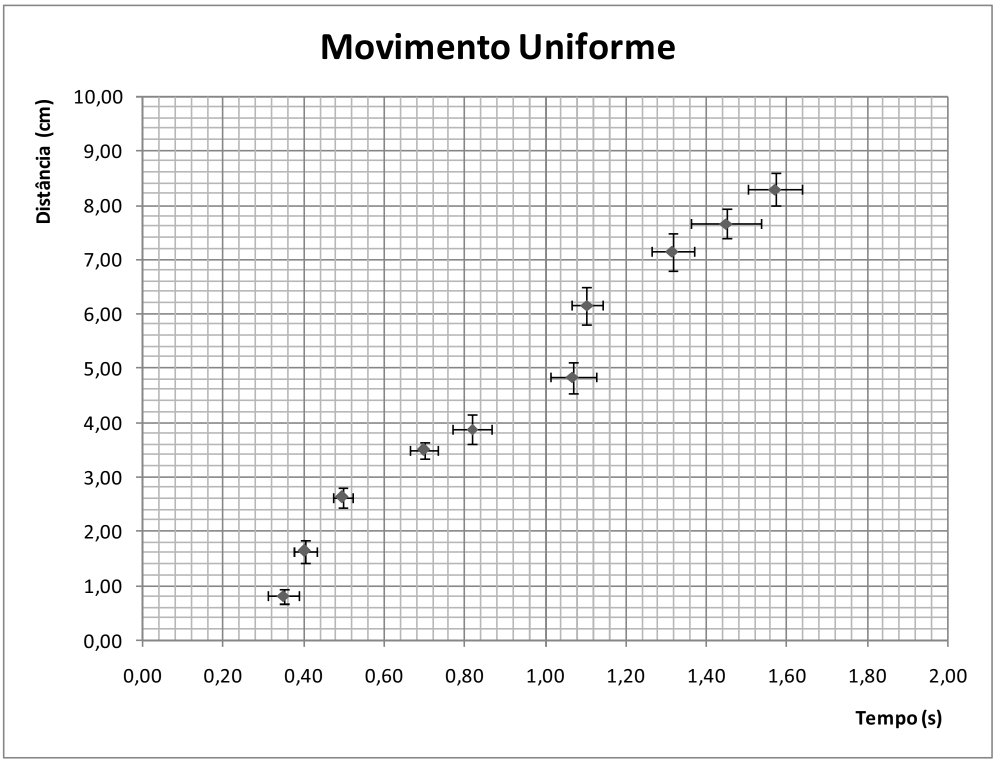

Figura 1.9: Gráfico construído com as incertezas associadas a cada ponto.

Depois de marcar os pontos com os dados e suas incertezas, é preciso determinar qual o ajuste a ser aplicado e determinar os parâmetros deste ajuste. No nosso exemplo, deve-se fazer o que já foi apresentado na figura 1.8.

E as incertezas em m e n? Também é possível determiná-las graficamente.

Para determinar estas incertezas, é preciso traçar duas paralelas à reta ajustada: uma paralela superior e uma paralela inferior, de tal forma que a grande maioria dos pontos e das barras de incertezas fique contida na região entre as retas. Estas retas não podem ser traçadas distante dos pontos. Para traçar as paralelas, é preciso usar um par de esquadros. Estas paralelas definem, com as retas que delimitam a região dos pontos marcados, um quadrilátero $\overline{ABCD}$, como ilustra a figura 1.10. As retas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ devem ser verticais e traçadas logo após o término do intervalo de pontos.

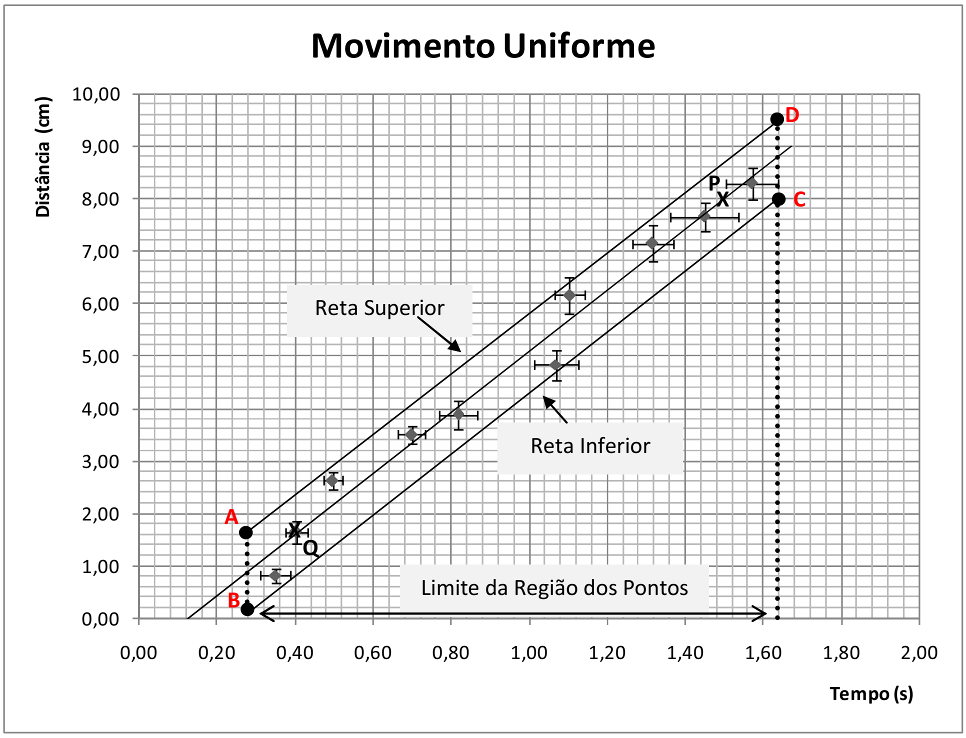

Figura 1.10: Quadrilátero traçado para determinar as incertezas de m e n.

A partir dos vértices deste quadrilátero, ou seja, dos pontos A, B, C e D, é possível determinar as equações das duas diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, ilustradas na Figura 1.11.

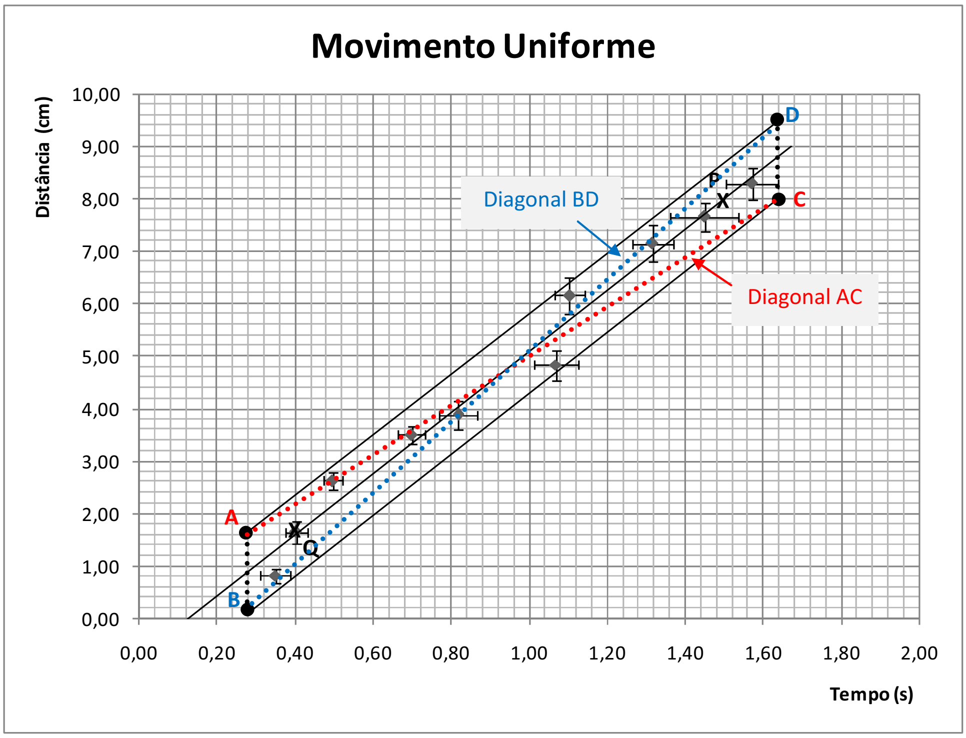

Figura 1.11: Diagonais do quadrilátero $\overline{ABCD}$.

As incertezas em m e n são determinadas, portanto, pelos parâmetros das duas diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, pelas equações 1.21 e 1.22.

$$\sigma_m = \frac{m_{max} - m_{min}}{2} \quad (1.21)$$

$$\sigma_n = \frac{n_{max} - n_{min}}{2} \quad (1.22)$$

onde m_{max} é o maior coeficiente angular entre as duas diagonais e m_{min} é o menor, e n_{max} é o maior coeficiente linear entre as duas diagonais e n_{min} é o menor.

A tabela 1.4 apresenta as coordenadas dos pontos A, B, C e D para o exemplo da figura 1.11, assim como os parâmetros das diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$.

Tabela 1.4: Parâmetros do quadrilátero $\overline{ABCD}$.

	X	Y
A	0,28	1,60
B	0,28	0,20
C	1,64	8,00
D	1,64	9,60
Reta AC	m	4,71
	n	0,28
Reta BD	m	6,91
	n	-1,74

A partir destes dados, é possível calcular as incertezas em m e n:

$$\sigma_m = \frac{6{,}91 - 4{,}71}{2} = 1{,}1\ cm/s \qquad \sigma_n = \frac{0{,}28 - (-1{,}74)}{2} = 1{,}0\ cm$$

Portanto $\boldsymbol{m = (5,8 \pm 1,1) cm/s}$ e $\boldsymbol{n = (-0,7 \pm 1,0) cm}$.

É importante ressaltar as incertezas em m e n só podem ser estimadas em gráficos onde os pontos tiverem sido assinalados com as suas respectivas incertezas.

ATIVIDADE PROPOSTA

Construa o gráfico referente aos dados da tabela 1.5 e determine os parâmetros m e n, com as respectivas incertezas.

Tabela 1.5: Exemplo 1 - dados obtidos em um experimento didático.

P (N)	F_{at} (N)	σ_P (N)	σ_F (N)
80	4,5	20	1,0
220	10,0	20	1,0
340	14,5	20	1,5
380	20,5	20	1,5
500	24,5	20	2,0
580	30,0	20	2,0
740	34,5	20	2,5
820	39,5	20	3,0
880	44,0	20	3,0

CONCLUSÃO

Muito embora esta seja uma disciplina prática, foi necessário introduzir alguns conceitos teóricos para que você saiba o que fazer com as suas medidas e saiba elaborar um relatório corretamente, de modo que os resultados sejam apresentados de forma adequada. Depois desta aula, você deve ser capaz de calcular os valores médios das grandezas medidas, com suas incertezas, e deve saber apresentá-los com o correto número de algarismos significativos. Além disso, você deve saber elaborar gráficos e escrever um relatório organizado e completo. Os conceitos apresentados nesta aula podem parecer confusos em um primeiro momento, e você possivelmente terá muitas dúvidas na elaboração dos primeiros relatórios. Não deixe de recorrer a esta aula quando isto ocorrer. Com o passar do tempo, entretanto, você deve perceber que o conhecimento aprendido nesta aula, na verdade, facilita a elaboração do relatório e permite que qualquer pessoa possa entender o que está sendo apresentado no seu texto.

RESUMO

Nesta aula, foram apresentados os conceitos teóricos necessários para a elaboração dos relatórios sobre os experimentos. Para elaborar corretamente um relatório, é importante entender que ele é dividido em seções e que se deve apresentar um determinado conteúdo em cada uma destas seções. Além disso, os relatórios devem ter uma linguagem apropriada: o texto deve relatar em detalhes o experimento anteriormente executado pelo grupo e não deve ser escrito como um guia de laboratório. A seção mais importante do relatório é certamente a seção Resultados e Discussões. É nela que devem ser apresentados os dados obtidos no experimento e, a partir deles, devem ser determinados os resultados solicitados. Para determinar corretamente os resultados, é necessário saber como trabalhar estatisticamente com os dados, como determinar as incertezas e os erros, quando for possível, e como elaborar um gráfico e, a partir, dele tirar as informações desejadas. O conhecimento desta aula é pré-requisito para todas as aulas seguintes e devem ser aplicados em todos os relatórios elaborados neste curso.

AUTO-AVALIAÇÃO

- Eu sei como devo dividir o relatório e o que devo apresentar em cada seção?
- Eu sei o que preciso fazer para calcular a incerteza total associada ao resultado?
- Eu sei quantos algarismos significativos pode ter a incerteza?
- Eu sei como determinar o arredondamento do resultado, a partir do valor da incerteza?
- Eu sei fazer um gráfico?
- Eu sei determinar os coeficientes angulares e lineares de um ajuste linear? E as incertezas dos coeficientes?

PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, você realizará as primeiras duas experiências do curso e poderão aplicar todos os conhecimentos teóricos estudados nesta aula.

REFERÊNCIAS

1. Vuolo, JH. Fundamentos da teoria de erros. 2ª Ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
2. ISO. Guide to the expression of uncertainty in measurement. Geneva, 1995.
3. ABNT/INMETRO. Guia para a expressão da incerteza de medição. 3ª Edição Brasileira. Rio de janeiro, 2003.
4. Hugh D. Young e Roger A. Freedman: “Física I – Mecânica”; Tradução de Adir Moysés Luiz. Editora Addison Wesley, São Paulo. 10ª Edição, 2003.
5. Frederick J. Keller, W. Edward Gettys e Malcolm J. Skove: “Física”, Volume 1; Tradução de Alfredo Alves de Farias. Editora Makron Books, São Paulo. 1ª Edição, 1997.
6. Robert Resnick, David Halliday e Kenneth S. Krane: “Física 1”; Tradução de Pedro M. C. L. Pacheco, Marcelo A. Savi, Leydervan S. Xavier, Fernando R. Silva. LTC Editora, Rio de Janeiro. 5ª Edição, 2003.