

# ATRITO ESTÁTICO E MOVIMENTO PARABÓLICO

## META

Realizar um experimento para determinação do coeficiente de atrito estático entre uma placa de vidro e um objeto, por dois métodos diferentes, e apresentar os conceitos do movimento parabólico por meio da realização de um experimento de lançamento oblíquo de um projétil.

## OBJETIVOS

Ao final desta aula, o estudante deverá ser capaz de:

1. Aprender a manusear um dinamômetro;
2. Determinar o coeficiente de atrito estático entre uma superfície e um objeto, utilizando um dinamômetro e massas diversas;
3. Determinar o coeficiente de atrito estático entre uma superfície e um objeto, utilizando o conceito de equilíbrio de forças em um plano inclinado;
4. Diferenciar o conceito de coeficiente de atrito e de força de atrito;
5. Distinguir os dois tipos de movimentos envolvidos no lançamento parabólico;
6. Entender o funcionamento do cronômetro digital;
7. Calcular o tempo de voo e o alcance de uma projétil em lançamento parabólico;
8. Determinar a aceleração da gravidade a partir dos dados do experimento.

## PRÉ-REQUISITO

Ter estudado todo o conteúdo da primeira aula deste livro e estar no laboratório didático com as experiências de “Atrito estático” e de “Movimento parabólico” montadas.

### INTRODUÇÃO

Olá! Tudo bem?

Aposto que você gostou de fazer as experiências passadas, mas não gostou tanto assim dos relatórios, não foi? É realmente bem mais divertido fazer o experimento. Mas o relatório é uma das partes mais importantes do aprendizado. É ao elaborar o relatório que você rever os conceitos teóricos, entende melhor o propósito do experimento e consegue chegar a resultados importantes com as medidas obtidas. Nunca é demais lembrar que prática e teoria caminham juntas. Além disso, o relatório vai fazê-lo aprimorar a habilidade de redigir um texto, e isso é importante em todas as profissões. Alguns erros comuns em relatórios são: escrever demais na introdução ou, muitas vezes, copiar literalmente de outros textos; escrever os objetivos e os procedimentos experimentais exatamente como está escrito neste livro; na discussão, se limitar a responder as perguntas aqui colocadas, como se fosse um questionário. Agora que você já fez dois relatórios, gostaria que você refletisse sobre estes erros: será que algum deles está presente nos seus relatórios? Acertar de primeira é extremamente difícil e é por isso que neste curso você fará vários relatórios. Certamente, eles irão melhorando e no final do curso você já será um craque!

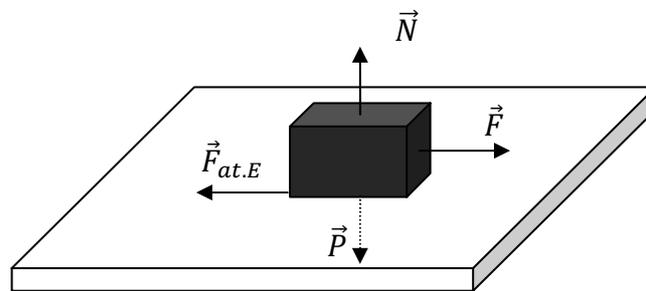
E por falar em relatórios, você está preparado para mais algumas experiências? Nesta aula, você será orientado a fazer mais duas experiências: uma sobre atrito estático e outra sobre movimento parabólico. Antes de falar de cada experimento, será sempre apresentado um resumo simplificado da teoria. Os fundamentos teóricos são limitados para que vocês tenham tempo de executar o experimento. Mas, para escrever o relatório, consulte sempre outras fontes de informação. Para ajudá-lo, ao final de cada aula, há sempre uma lista com vários livros que você pode e deve consultar.

### 3.1. Atrito Estático

Sempre que dois corpos estão em contato, existe uma resistência opondo-se ao movimento relativo dos mesmos. Este fenômeno denomina-se atrito. Sua origem é a existência das forças entre as moléculas das superfícies dos dois corpos.

A força de atrito assim gerada possui características bem particulares e, devido à grande complexidade do fenômeno, só é possível estabelecer leis empíricas. Para superfícies secas, essas leis foram estabelecidas por Coulomb, em 1781.

Considere a situação ilustrada na figura 3.1.



**Figura 3.1: Esquema de forças sobre um bloco em um plano horizontal.**

Para colocar o corpo em movimento, é necessário aplicar uma força  $\vec{F}$  sobre o bloco, paralelamente ao plano horizontal, que tenha  $|\vec{F}|$  superior a um certo valor mínimo. Este valor mínimo corresponde ao valor máximo da força de atrito estático que é dado por:

$$|\vec{F}| = |\vec{F}_{at.E}| = \mu_E \cdot |\vec{N}| \quad (3.1)$$

$\mu_E$  é conhecido como coeficiente de atrito estático e  $N$  é o módulo da normal devido ao contato com o plano. A direção e sentido de  $\vec{F}_{at.E}$  é tal que esta força sempre se opõe ao movimento ou “tentativa” de movimento do corpo.

É possível também colocar o bloco em movimento a partir da inclinação do plano, como ilustra a figura 3.2.

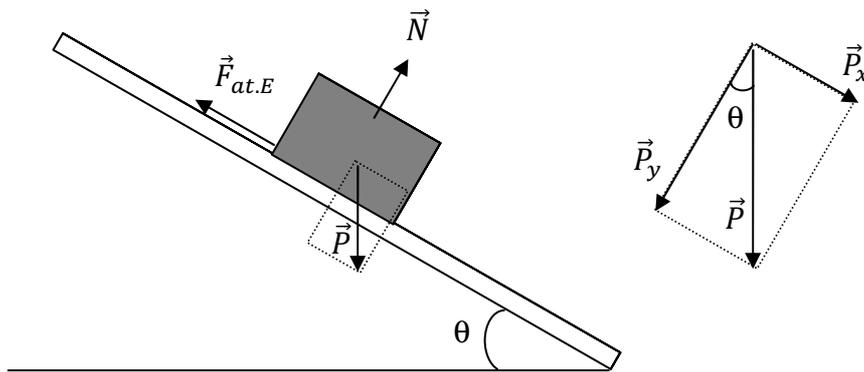


Figura 3.2: Esquema de forças sobre o bloco em um plano inclinado.

Analisando o esquema de forças da figura 3.2, têm-se:

$$|\vec{P}| \cdot \cos\theta = |\vec{N}| \quad (3.2)$$

$$|\vec{P}| \cdot \sin\theta = |\vec{F}_{at.E}| \quad (3.3)$$

mas,  $|\vec{F}_{at.E}| = \mu_E \cdot |\vec{N}|$ , portanto:

$$|\vec{P}| \cdot \sin\theta = \mu_E \cdot |\vec{N}| \quad (3.4)$$

Dividindo (3.4) por (3.2), têm-se:

$$\mu_E = \operatorname{tg}\theta \quad (3.5)$$

## O TERCEIRO EXPERIMENTO: COEFICIENTE DE ATRITO ESTÁTICO

### OBJETIVOS

Nesta experiência, você aprenderá a determinar o coeficiente de atrito estático por dois métodos diferentes.

## MATERIAIS E MÉTODOS

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- ✓ Placa de vidro
- ✓ Bloco de madeira
- ✓ Dinamômetro
- ✓ Massas aferidas
- ✓ Balança
- ✓ Transferidor

Este experimento será dividido em duas partes, cada uma delas com um método diferente para determinar o coeficiente de atrito estático. Entretanto, você deve usar a mesma placa de vidro e o mesmo bloco de madeira nas duas partes. E deve também posicioná-los igualmente nas duas partes. Assim, o esperado é que os valores encontrados nos dois casos sejam similares. Será que isso vai acontecer? Você deverá comparar os valores obtidos no seu relatório.

## ROTEIRO EXPERIMENTAL

### 1ª parte: Plano horizontal

- i. Determine a massa do bloco de madeira, utilizando a balança ou o próprio dinamômetro;
- ii. Coloque a placa de vidro na horizontal;
- iii. Coloque o bloco de madeira sobre a placa e conecte-o ao dinamômetro;
- iv. Mantendo o dinamômetro paralelo à superfície da placa, puxe-o lentamente até que o bloco comece a se deslocar (leia o comentário na lateral);
- v. Anote o valor desta força utilizando a escala do dinamômetro;
- vi. Coloque o bloco na mesma posição inicial e repita os procedimentos iv e v por mais 4 vezes (de preferência com observadores diferentes);
- vii. Acrescentando massas diferentes ao bloco, repita os procedimentos iv, v e vi por mais 4 vezes.

### 2ª parte: Plano inclinado

- i. Coloque o bloco de madeira sobre a placa de vidro, mantendo a posição inicial utilizada na 1ª parte;
- ii. Posicione o transferidor, de forma a medir o ângulo ( $\theta$ ) de inclinação da placa de vidro;

*Comentário: O atrito dinâmico não é objeto de estudo desta experiência. Entretanto, ao puxar o bloco de madeira, o atrito dinâmico passa a atuar quando o bloco inicia o movimento. E vocês devem lembrar que o coeficiente de atrito dinâmico é menor do que o de atrito estático. Portanto, é esperado que no início do movimento, a escala do dinamômetro volte um pouco, devido a esta diminuição da resistência ao movimento. Para realizar as leituras corretamente, é necessário puxar o bloco muito lentamente e observar continuamente o dinamômetro. A medida mais correta é a indicada imediatamente antes do início do movimento do bloco de madeira, quando ele está sujeito à força de atrito estático máxima.*

- iii. Incline lentamente a placa de vidro até que o bloco comece a se deslocar e anote o valor do ângulo de inclinação (leia o comentário na lateral);
- iv. Coloque o bloco e o transferidor na mesma posição inicial e repita os procedimentos iii por mais 4 vezes (de preferência com observadores diferentes);
- v. Acresce massa ao bloco, repita os procedimentos iii e iv.

*Comentário: Também é importante, neste método, realizar o experimento vagarosamente. O ângulo a ser medido é o do momento imediatamente antes do início do movimento e vocês só conseguirão medir este ângulo se a inclinação da placa for feita lentamente.*

A tabela 3.1 é uma sugestão para a coleta dos dados relativos às duas partes do experimento.

## DISCUSSÃO

### 1ª parte: Plano horizontal

1. A partir dos dados obtidos, construa, em papel milimetrado, um gráfico da força aplicada versus a força peso. Levando em conta que o peso do arranjo “bloco+massas aferidas” deve ser numericamente igual à força normal da placa de vidro, qual o comportamento esperado para este gráfico?
2. Determine o valor do coeficiente angular do gráfico, com a sua respectiva incerteza, e, a partir dele, determine  $\mu_E \pm \sigma_{\mu_E}$ .

### 2ª parte: Plano inclinado

1. Como variou  $\theta$  com o aumento da massa? Este comportamento está dentro do esperado?
2. Determine  $\mu_E \pm \sigma_{\mu_E}$  a partir dos valores de  $\theta$ .
3. Qual a diferença percentual entre os valores de  $\mu_E$  determinados na 1ª parte e na 2ª parte? Esta diferença é razoável?
4. Em qual dos dois experimentos foram encontradas mais dificuldades para realização das medidas? Que dificuldades foram estas e como elas devem ter interferido nas medidas?



Antes de começar a outra experiência, pare um pouco e coloque no papel tudo que é importante sobre a prática experimental que você acabou de realizar. Não passe adiante sem fazer estas anotações ou até mesmo fazer o relatório completo. Caso contrário, você terá dificuldades de lembrar os detalhes de cada experimento.

Tabela 3.1: Dados coletados na experiência de atrito estático.

Plano Horizontal											
m (Kg)	Peso (N)	Força (N)					F (N)	$\sigma_a$ (N)	$\sigma_b$ (N)	$\sigma_c$ (N)	Resultado de F ( $\pm$ )
		Medida 1	Medida 2	Medida 3	Medida 4	Medida 5					
Massa 1										( $\pm$ )	
Massa 2										( $\pm$ )	
Massa 3										( $\pm$ )	
Massa 4										( $\pm$ )	
Massa 5										( $\pm$ )	
$\sigma_c$ em m=_____kg		→ $\sigma_c$ no peso=_____N									
Plano Inclinado											
Massa (Kg)	Peso (N)	$\theta$ (°)					$\theta$ (°)	$\sigma_a$ (°)	$\sigma_b$ (°)	$\sigma_c$ (°)	Resultado de $\theta$ ( $\pm$ )
		Medida 1	Medida 2	Medida 3	Medida 4	Medida 5					
Massa 1										( $\pm$ )	
Massa 2										( $\pm$ )	

### 3.2. Movimento Parabólico

Nesta experiência, você estudará o Movimento Parabólico que é executado por um projétil quando é lançado com uma velocidade inicial  $\vec{v}_0$ , formando um ângulo  $\theta$  com a horizontal. A trajetória parabólica ocorrerá se a resistência do ar for desprezível e a altura atingida pelo projétil for pequena, de modo que a aceleração da gravidade pode ser considerada constante. Uma ilustração deste tipo de movimento está apresentada na figura 3.3.

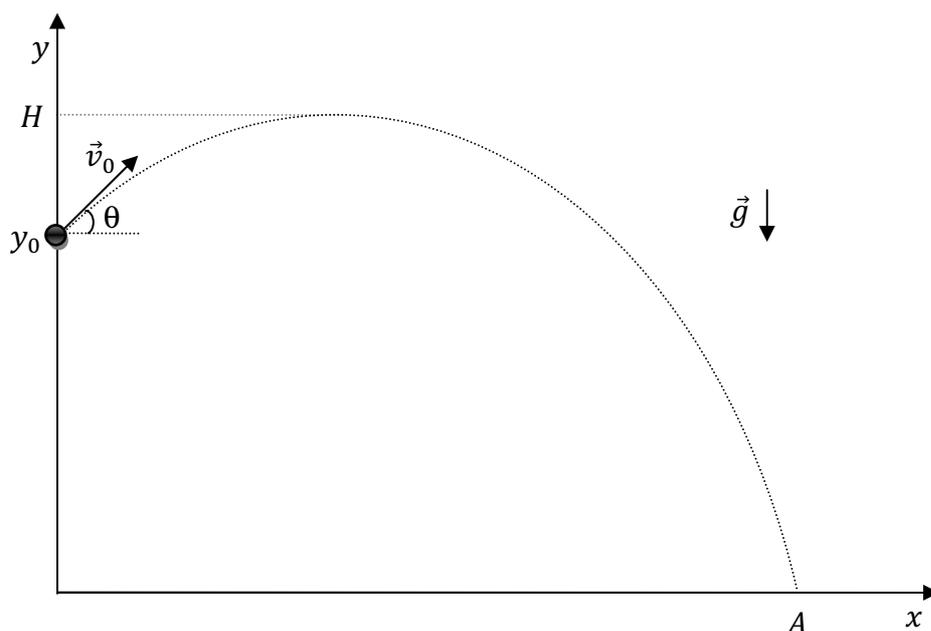


Figura 3.3: Ilustração de um movimento parabólico.

Podemos decompor o movimento do projétil nas direções  $x$  e  $y$ . Desprezando a resistência do ar, a única força que age sobre o corpo após o lançamento é a força peso, que tem direção vertical (direção  $y$ ). Assim sendo, o movimento na direção  $x$  é retilíneo uniforme e na direção  $y$  é retilíneo uniformemente variado, sob ação da aceleração da gravidade. Considerando que o projétil é lançado no instante  $t_0 = 0$  com velocidade  $\vec{v}_0$ , têm-se:

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t \quad (3.6)$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (3.7)$$

$v_{0x}$  e  $v_{0y}$  são as componentes da velocidade inicial nas direções de  $x$  e  $y$  respectivamente e valem:

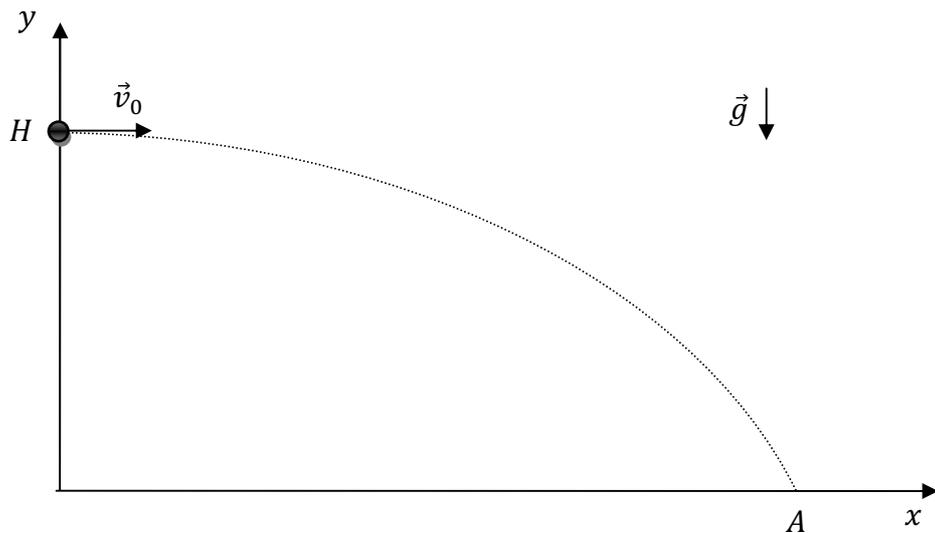
$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta \quad (3.8)$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin\theta \quad (3.9)$$

Considerando um caso mais simples, ilustrado na figura 3.4, no qual o projétil é lançado horizontalmente da posição inicial  $y_0 = H$  e  $x_0 = 0$ , ou seja, com  $\theta = 0$ ,  $v_{0y} = 0$  e  $v_{0x} = v_0$ , as equações 3.6 e 3.7 se reduzem a:

$$x = v_0 \cdot t \quad (3.10)$$

$$y = H - \frac{1}{2}gt^2 \quad (3.11)$$



**Figura 3.4: Ilustração de um movimento parabólico simplificado (lançamento horizontal).**

O alcance ( $A$ ) do projétil é definido como a distância em  $x$  entre o ponto de lançamento e o ponto de impacto com o solo. O instante de impacto é denominado de  $t_A$ .  $A$  e  $t_A$  são determinados fazendo  $y(t_A) = 0$  e  $x(t_A) = A$  nas equações 3.10 e 3.11. Desta forma:

$$t_A = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (3.12)$$

$$A = v_0 \cdot t_A = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (3.13)$$

# O QUARTO EXPERIMENTO: MOVIMENTO PARABÓLICO

## OBJETIVOS

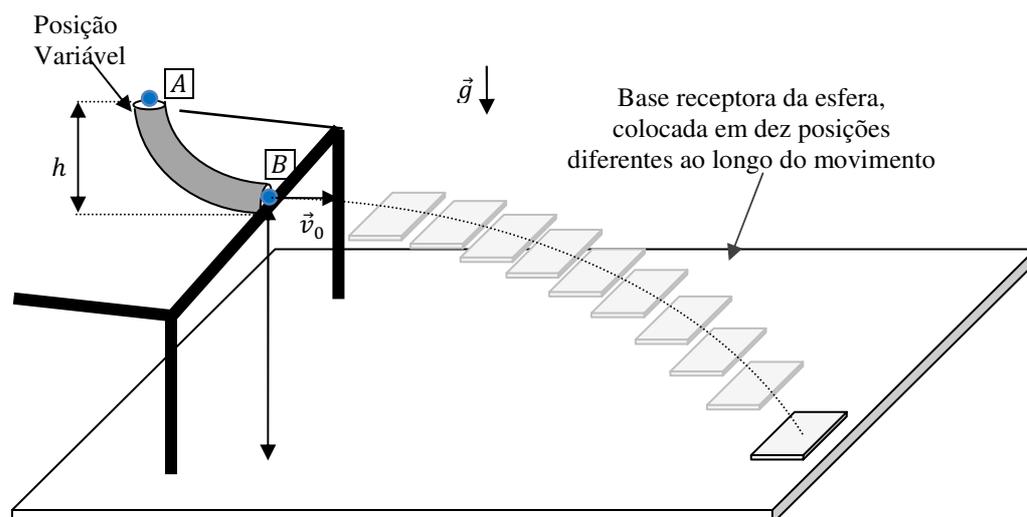
O objetivo desta experiência é contribuir para a compreensão das equações que regem os movimentos parabólicos por meio do lançamento horizontal de uma esfera metálica. Além disso, levar você a comparar dados calculados a partir de valores teóricos e condições iniciais do sistema, com dados obtidos experimentalmente. O último objetivo é a determinação do valor da aceleração da gravidade a partir dos dados experimentais.

## MATERIAIS E MÉTODOS

Os materiais necessários para realização deste experimento são:

- ✓ Dispositivo para lançamento horizontal de projéteis
- ✓ Esfera de aço
- ✓ Dispositivo para receber a esfera
- ✓ Bases de apoio
- ✓ Haste de sustentação
- ✓ Banco óptico
- ✓ Cronômetro digital
- ✓ Réguas com marcadores
- ✓ Trens
- ✓ Fios diversos

A figura 3.5 apresenta um esquema do aparato experimental utilizado.



**Figura 3.5: Esquema do aparato experimental.**

O dispositivo de lançamento é um tubo que tem uma extremidade fixa na base do lançador e outra extremidade móvel. A velocidade de lançamento é regulada pela altura da extremidade móvel do tubo e pode ser calculada por conservação de energia entre os pontos A e B da figura 3.5. Considerando que em A o projétil só tem energia potencial e em B ele só tem energia cinética, têm-se:

$$\begin{aligned} mgh &= \frac{mv_0^2}{2} \\ v_0 &= \sqrt{2gh} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Quando a esfera é lançada, o cronômetro digital é disparado e, ao atingir o apoio, o cronômetro trava medindo o tempo de percurso entre disparo e o momento do toque no apoio.

## ROTEIRO EXPERIMENTAL

- i. Discuta uma forma de determinar experimentalmente a velocidade inicial da esfera neste arranjo e realize as medidas necessárias para tanto;
- ii. Escolha um sistema referencial e discuta uma forma de medir as coordenadas de posição ( $x$  e  $y$ ) da esfera neste referencial;
- iii. Que tipo de movimento você espera para as componentes  $x$  e  $y$  como função do tempo?
- iv. Posicione o sistema receptor da esfera de tal forma a interceptar a esfera em algum ponto ao longo do seu movimento, ou seja, numa posição em que a esfera, ao ser lançada, caia na região central da base de apoio;

## Laboratório de Física A

- v. Coloque uma folha de papel com um carbono na base de apoio para que o ponto de impacto seja registrado;
- vi. Para cada posição escolhida do sistema receptor, realize pelo menos três lançamentos da esfera, anote os valores do tempo de vôo em cada lançamento e observe as 3 marcações de impacto no papel da base de apoio;
- vii. Meça as coordenadas  $x$  e  $y$  do ponto médio de impacto, em relação ao referencial escolhido inicialmente (leia o comentário lateral);
- viii. Repita os procedimentos de iv a vii para outras nove posições diferentes ao longo do movimento.

A tabela 3.2 é uma sugestão para a coleta dos dados relativos à experiência de movimento parabólico.

*Para que você não perca a informação sobre os deslocamentos, a posição do papel tem que ficar constante durante os três lançamentos e até que as medidas de deslocamentos horizontais sejam efetuadas.*

*Uma maneira prática de se obter o ponto médio de impacto é assumir os três pontos de impacto como "três partículas" de mesma massa e calcular o centro de massa destas "partículas".*

## DISCUSSÃO

1. Com os valores médios obtidos para  $x$ ,  $y$  e  $t$ , com as respectivas incertezas, faça dois gráficos: um de  $x$  versus  $t$  e outro de  $y$  versus  $t^2$  em papel milimetrado. Marque as incertezas associadas a todos os pontos e, para tanto, é preciso determinar a incerteza de  $t^2$ , a partir da incerteza em  $t$ , por propagação de incertezas;
2. Discuta os gráficos. Estão dentro do esperado?
3. A partir do gráfico  $x$  versus  $t$ , determine a velocidade inicial da esfera, com sua respectiva incerteza;
4. A partir do gráfico de  $y$  versus  $t^2$ , determine o valor experimental da aceleração da gravidade, com incerteza. Compare este valor com o valor de  $g = 9,78 \text{ m/s}^2$  (valor da aceleração da gravidade a aproximadamente  $6^\circ$  de latitude sul).
5. Supondo que a energia da bolinha se conserva no movimento dentro do tubo, calcule o valor teórico esperado para a velocidade inicial da bolinha. Compare este valor com o valor experimental de  $v_0$ . Adote  $g = 9,78 \text{ m/s}^2$ .
6. Utilizando o valor do  $H$  e o valor teórico de  $g$ , determine  $t_A$  e  $A$  através das Equações 3.12 e 3.13;
7. Determine  $t_A$  e  $A$  a partir dos gráficos de  $x$  versus  $t$  e  $y$  versus  $t^2$ , e compare com os valores obtidos no item anterior;
8. Os valores experimentais e teóricos foram similares?
9. O que, no experimento, pode ser uma fonte de erros, ocasionando desvios entre as medidas e os valores esperados?

**Tabela 3.2: Dados coletados na experiência de movimento parabólico.**

Altura do lançamento (H) = ( ± ) m		Tempo (s)			t	$\sigma_s$	$\sigma_b$	$\sigma_c$	Altura do cano do dispositivo de lançamento (h) = ( ± ) m		
y (m)	x (m)	Medida 1		Medida 3	(s)	(s)	(s)	(s)	$t^2$ (s <sup>2</sup> )	$\sigma_D$ (s <sup>2</sup> )	Resultado de t <sup>2</sup>
		Medida 1	Medida 2	Medida 3							
Altura 1											( ± )
Altura 2											( ± )
Altura 3											( ± )
Altura 4											( ± )
Altura 5											( ± )
Altura 6											( ± )
Altura 7											( ± )
Altura 8											( ± )
Altura 9											( ± )
Altura 10											( ± )

$\sigma_s$  em y e em X = \_\_\_\_\_ m

### CONCLUSÃO

Ufa! Mais uma experiência terminada. Quer dizer, não é bem assim porque ainda tem o relatório. É hora sentar mais uma vez com o seu grupo para elaborá-lo. Não se esqueça de atentar para os comentários do início da aula e para as correções indicadas nos relatórios passados. Com o passar das práticas, você deve ficar cada vez mais familiarizado com os instrumentos e com a elaboração do relatório. À medida que isso for acontecendo, aproveite para ir mais além nos experimentos; se questione sobre outros aspectos que não são os indicados neste livro.

### RESUMO

Nesta aula, foram realizados mais dois experimentos. O primeiro experimento foi sobre a força de atrito estático e permitiu que você determinasse o coeficiente de atrito estático por dois métodos diferentes. Ao analisar o esquema de forças em cada configuração, você pôde entender melhor a ação da força de atrito estático e aprender a relacioná-la com o coeficiente de atrito. Além disso, você pôde aprimorar suas habilidades experimentais, uma vez que, em ambos os casos, o experimento precisou ser realizado com muita cautela, pois as medidas foram difíceis de serem obtidas de forma correta. O segundo experimento foi sobre um lançamento horizontal de uma esfera metálica. A prática permitiu que você mapeasse toda a trajetória da esfera e obtivesse valores de deslocamento e tempo em vários pontos do percurso. Com isso, foi possível fazer um estudo bastante rico sobre vários valores associados ao movimento, como a aceleração da gravidade, a velocidade inicial da esfera, o alcance e o tempo de voo referente a este alcance.

## AUTO-AVALIAÇÃO

- Eu sei quando é preciso considerar a força de atrito estático?
- Eu sei qual é a relação da força de atrito estático com o coeficiente de atrito estático?
- Eu sei o que acontece com o ângulo em que o carrinho começa a cair, em um plano inclinado, quando a massa no carrinho aumenta?
- Eu sei decompor o movimento parabólico em dois movimentos independentes?
- Eu sei como determinar a velocidade inicial de lançamento da esfera por conservação de energia e avaliar se este método é válido para este arranjo experimental?
- Eu sei como determinar o deslocamento horizontal e o deslocamento vertical no aparato experimental?
- Eu sei o que é alcance e tempo de voo e como determiná-los experimentalmente?
- Eu entendi como determinar a aceleração da gravidade a partir deste experimento?

## PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, vocês realizarão experiências utilizando o trilho de ar.

## REFERÊNCIAS

1. Hugh D. Young e Roger A. Freedman: “Física I – Mecânica”; Tradução de Adir Moysés Luiz. Editora Addison Wesley, São Paulo. 10ª Edição, 2003.
2. Frederick J. Keller, W. Edward Gettys e Malcolm J. Skove: “Física”, Volume 1; Tradução de Alfredo Alves de Farias. Editora Makron Books, São Paulo. 1ª Edição, 1997.
3. Robert Resnick, David Halliday e Kenneth S. Krane: “Física 1”; Tradução de Pedro M. C. L. Pacheco, Marcelo A. Savi, Leydervan S. Xavier, Fernando R. Silva. LTC Editora, Rio de Janeiro. 5ª Edição, 2003.