AULA 3

Cordas vibrantes

META:

Realizar um experimento para verificar a formação de ondas estacionárias em uma corda tensionada.

OBJETIVOS:

Ao fim da aula os alunos deverão ser capazes de:

Entender como se forma uma onda estacionária.

Verificar a lei que descreve a ressonância de uma corda tensa sujeita a uma força periódica externa e determinar suas freqüências naturais - a fundamental e os harmônicos.

Verificar a dependência destas freqüências naturais com a tração no fio e a sua densidade linear.

PRÉ-REQUISITOS

Ter a experiência montada.

3.1 Introdução

Existem vários instrumentos musicais, como o piano, violão, violino e violoncelo, onde cordas são levadas a vibrar, por diferentes processos. No piano, as cordas são postas a vibrar por um sistema de martelos, no violão, pelos dedos do violonista, no violino e violoncelo e outros da mesma família, pela ação de um arco. Nos seres humanos, o som é produzido quando se faz vibrar as cordas vocais. Para produzir os diferentes sons de uma escala musical estamos condicionados a mudar *alguma coisa* que age sobre as cordas. Vamos analisar as cordas de um violão para identificar do que depende o tom emitido quando vibram. Nele existem 6 cordas de espessuras e materiais diferentes, identificadas por mi, lá, ré, sol, si e mi (de cima para baixo, em ordem decrescente de espessura). Elas são afinadas usando a cravelha, impondo-se a tensão correta. Numa certa corda, já devidamente tensionada, tons diferentes são obtidos pela variação do seu comprimento em vibração, pressionando-a contra os trates do braço do violão. Assim, identificamos três parâmetros envolvidos na afinação (ou na obtenção de uma determinada tonalidade de som): a espessura e o material da corda, que podem ser representados pela densidade, a tensão aplicada e o compri mento.

Considere uma corda de comprimento L, como a de um violão, fixa nas duas extremidades e sujeita a uma certa tensão. Se um determinado ponto for forçado a vibrar, ligado a um vibrador, toda a extensão da corda será também forçada a vibrar. Em certas freqüências desta excitação externa a amplitude de vibração torna-se máxima e formam-se ondas estacionárias na corda - diz-se, então, que vibrador e corda estão em *ressonância*. O valor destas freqüências coincidem, para atrito pequeno, com as chamadas freqüências próprias ou naturais da corda.

Em uma corda fixa nas duas extremidades pode-se formar um padrão de onda estacionária, como pode ser visto na (**Fig. 3.1**), quando transferimos energia ao sistema com determinadas frequências. Neste momento a corda entra em ressonânia.

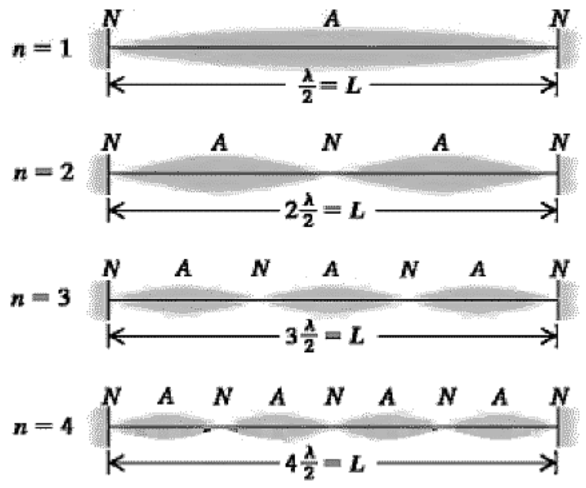

Figura 3.1: De cima para baixo são mostrados as frequências de ressonâncias fundamental ($n = 1$), o segundo ($n = 2$), terceiro ($n = 3$) e quarto ($n = 4$) harmônicos de uma corda de comprimento L. N significam nós, A significam ventres ou anti-nós,

O maior comprimento de onda possível na corda é $\lambda_1 = 2L$, representado pelo primeiro desenho da (**Fig. 3.1**). Os demais comprimentos de onda, em ordem decrescente, são:

$$\lambda_2 = \frac{2L}{2}, \lambda_2 = \frac{2L}{3}, \lambda_2 = \frac{2L}{4}, \lambda_2 = \frac{2L}{5}, ...$$

de forma geral

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \tag{3.28}$$

onde n é um inteiro que representa o número de ventres da onda estacionária. A velocidade v de propagação da onda na corda pode ser determinada por:

$$v = \lambda_n f_n \tag{3.29}$$

Por outro lado, numa corda tensionada a velocidade da onda está associada as características do meio, ou seja, a tensão T aplicada na corda e a densidade linear $\mu = m/L$ (razão entre massa e comprimento) do meio. Esta expressão é:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{3.30}$$

Combinando as expressões (3.28), (3.29) e (3.30), obtemos para as freqüências próprias da corda:

$$f_n = \frac{n}{2L}v = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

para $n = 1$, f_1 é denominada freqüência fundamental e, para $n > 1$ temos outros harmônicos, ou seja, segundo, terceiro, etc. De modo que:

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

logo:

$$f_n = nf_1$$

As freqüências naturais dos harmônicos de corda fixa pelos extremos são, portanto, múltiplos da sua freqüência fundamental de vibração e o valor desta só depende dos parâmetros relativos ao sistema físico: comprimento L, densidade linear μ e tensão T.

3.2 Material

Cordas de nylon de diversos diâmentro, frequencímetro, cravelha para fixação da corda, gerador de tensão, roldana, balança, porta-pesos, trena, massas aferidas, plataforma com altura ajustável, autofalante, cabos e conexões diversas.

3.3 Procedimento Experimental

1. Monte a corda sobre o suporte prendendo-o à peça móvel fixada na cravelha, em uma das extremidades, e ao porta pesos, na outra. Passe o corda sobre a roldana e acrescente $100g$ ao porta pesos. Anote o valor total de massa que traciona a corda.
2. Ajuste a distância entre a cravelha e a roldana para cerca de $1,5m$ a $2,0m$, definindo o comprimento L da corda. Anote o valor exato desta distância.
3. Ajuste a posição do autofalante para que ele fique preso na peça móvel que fica pendurada na cravelha, bem como a altura da plataforma que o sustenta. A haste do autofalante deve estar fixada no mesmo ponto da peça móvel que está fixada na corda.
4. Conecte às saídas do gerador de tensão, o autofalante e o frequencímetro. Ligue o gerador e aumente a intensidade de vibração até obter uma amplitude adequada.

1ª parte: Freqüências naturais de vibração

5. Partindo de frequência bem baixa, aumente-a lentamente e observe o que acontece com a corda.
6. Sendo n, o número de ventres na corda, meça agora, para cada

n, a frequência do harmônico f_n em que ocorre a ressonância.

Tabela 1.

n									
f_n									

Observe

Quando você identifica a frequência de ressonância, você pode diminir a intensidade do sinal do gerador e observar que a corda continua vibrando. É necessária pouca energia para manter a corda vibrando

2ª parte: Dependência da freqüência com o comprimento da corda.

7. Escolha agora um valor fixo para a tensão na corda. Escolha e anote o harmônico. Determine em vários comprimentos L diferentes a frequência de ressonância da corda no harmônico escolhido.

Tabela 2.

L									
$f_{n=}$									

3ª parte: Dependência da freqüência com a tensão da corda.

8. Mantendo agora a tensão na corda e o seu comprimento constantes, meça a frequência fundamental e 2 outros harmônicos a sua escolha para 5 cordas com diferentes densidades lineares. Meça o diâmetro d das cordas.

Tabela 3.

T									
f_1									
f_2									
f_3									

4^a **Parte: Dependência da freqüência com a densidade linear da corda.**

9. Mantendo agora a tensão na corda e o seu comprimento constantes, meça a frequência fundamental e 2 outros harmônicos a sua escolha para 5 cordas com diferentes densidades lineares. Meça o diâmetro d das cordas.

Tabela 4.

d									
f_1									
f_2									
f_3									

3.4 Análise dos dados

1. Utilizando os dados da tabela 1, faça em papel milimetrado um gráfico da frequência como função do número de ventres (f_n x n). Qual é a forma esperada para a curva e o que representa seu coeficiente angular? Determine o coeficiente angular pelo método dos mínimos quadrados.

2. Com base no resultado do item anterior, calcule com este valor, a velocidade de propagação das ondas na corda e determine a densidade linear da corda e suas incertezas.

3. Utilizando o valor da densidade linear obtido no anterior e o valor das massas que tracionam o fio, calcule o valor da velocidade de propagação das ondas na corda a partir de $v = \sqrt{T/\mu}$ e compare com o valor experimental anterior. Adote sempre $g = 9,78 m/s^2$.

4. Com os dados da tabela 2, faça um gráfico de de f_1 versus L.

Linearize o gráfico. Aplique o método dos mínimos quadrados e calcule o coeficiente angular e linear da reta e compare com seus valores esperados "teoricamente". Determine, então, a densidade linear da corda e compare com o valor obtido anteriormente.

5. Com os dados da tabela 3 e utilizando a relação teórica entre f e T, linearize e trace o gráfico.

6. Na 3^a parte, para qual dos harmônicos a determinação da densidade linear contem o menor erro? Justifique!

7. Com os dados da tabela 4, faça um gráfico da frequência versus $1/d$, inverso do diametro da corda. É uma reta? Porque? (dica: considere a corda com uma seção reta circular e suponha que todas a cordas da nylon tenham a mesma densidade $\rho = 1,15 g/cm^3$ http://en.wikipedia.org/wiki/Nylon). Aplique o método dos mínimos quadrados.

3.5 Conclusão

O fenômeno de ressonância é explorado em diversas aplicações de engenharia. O sistema de sintonia de um radio está baseado na ressonânia das ondas de rádio com o circuito de sintonia. Pontes devem ser construídas de tal forma que seja evitado que o vento ou outras fontes de energia externa coloquem a estrutura em vibração acarretando a destruição da mesma. O mesmo vale para a engenharia aplica a uma asa de avião. Prédios em zona sujeitas a terremo devem ter construidos de maneira a não entrar em ressonância com as ondas sísmicas. No processo da afinação de um violão, um afinador emite sons calibrados na frequências das notas musicais permitindo que o violão seja afinado pela ressonâncias das cordas. Em medicina a destruição de cálculo renais é feita pela emissão de ondas sonoras cujo comprimento de onda são próximas as dimensões dos cálculos. Estes cálculos entram em ressonâncias, absorvem energia e acabam sendo destuidos. Existem inúmeras aplicações do fenômeno de ressonância. Tente agora descobrir outras!

RESUMO

Nesta terceira aula você realizou o experimento de cordas vibrantes. Os conceitos físicos tratados aqui envolvem a propagação de ondas em meio material, ondas estacionárias e o fenômeno de ressonância. Com relação ao primeiro, foi possível medir a velocidade de propagação da onda na corda e perceber que esta depende de duas quantidades físicas, a tensão no meio e a densidade linear da corda. A formação de ondas estacionárias está ligada a vinculação do meio e ocorre de modo quantizado (valores discretos). A ressonânia ocorre quando a frequência caracteristica do sistema, ou seja a corda, coincide com a frequência do forçador externo.

PRÓXIMA AULA

Em nossa próxima aula iremos estudar o fenômeno de propagação de luz descritas através da teoria da óptica geométrica.

ATIVIDADES

Deixamos como atividades a seguinte tarefa:

ATIV. 3.1. Tente conseguir um violão para:

1. Procurar o segundo harmônico em cada corda.

2. Escolha um corda e procure em outra corda a mesma nota musical, ou seja, a mesma frequência, precionando a corda com o dedo.

3. No procedimento anterior tente induzir a ressonância, movendo a cravelha para afinar o violão. A medida que as frequências de duas cordas começa a coincidir começa a surgir o fenômeno do batimento. Procure descobrir o que é.

LEITURA COMPLEMENTAR

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A.; SEARS, Francis W.; ZEMANSKY, Mark W. Fisica. 10ª São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2005. v.2 e v.3

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. Fundamentos de física. 7ª Rio de Janeiro: LTC, 2006. v.2 e v.4

TIPLER, Paul A. Fisica para cientistas e engenheiro. 3ª Rio de Janeiro, RJ: Livros Técnicos e Científicos, 1995. v.2, v.3 e v.4

ALONSO, Marcelo; FINN, Edward J. Física: um curso universitário. 2ª rev. São Paulo: Edgard Blücher, 2005. v.1 e v.2