

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

META

Apresentar a resolução de problemas como uma metodologia de ensino.

OBJETIVOS

Ao final desta aula, o aluno deverá:

identificar a resolução de problemas como uma metodologia que pode ser utilizada a partir das quatro etapas propostas por Polya (1978) e classificar problemas matemáticos a partir da tipificação apresentada por Dante (1989).

PRÉ-REQUISITOS

aula 01 e 02, para relembrar os aspectos que dizem respeito aos entraves relacionados ao processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos.



(Fonte: <http://pt.wikipedia.org>).

INTRODUÇÃO

Para você que está iniciando o curso de Licenciatura em Matemática e que ainda tem pouco trânsito sobre os debates que acontecem durante os encontros que tratam sobre Educação Matemática, provavelmente pode causar estranhamento o fato de o foco principal desta aula ser resolução de problemas. Afinal, não é próprio da Matemática resolver problemas? É bom destacar então que a forma como o referido tema será abordado aqui não tem nenhuma relação com o que o aluno do sexto ano chama de “dever de casa”, ou com as famosas “listas de exercícios” que você que está cursando o nível superior conhece.

A opção por dedicar uma aula a essa temática se deve ao fato de que, a partir de estudos desenvolvidos no âmbito da Educação Matemática, a resolução de problemas foi aos poucos ganhando espaço nos fóruns de debate. Nesses fóruns, que já foram indicados em aulas anteriores, são apresentados estudos que identificam e procuram compreender entraves do processo de ensino e aprendizagem, que buscam caminhos que podem ser adotados em sala de aula para tratar os conteúdos matemáticos e ao mesmo tempo contribuir para que o aluno se transforme em um colaborador da aula. Além disso, essa é uma proposta que pode contribuir para que o professor rompa com o padrão descrito na nossa primeira aula, em que ele atua apenas como expositor de conteúdo. Ou seja, aqui serão abordados aspectos em defesa da resolução de problemas como uma metodologia que pode ser adotada em sala de aula.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA INTRODUÇÃO

ATIVIDADES

1. O que é um problema para você? E o que é um problema matemático?
2. Escreva dois exemplos de problemas matemáticos que você resolveu quando era aluno ou, hoje como professor, solicita que seus alunos resolvam.
3. Descreva o procedimento que você, como professor adotaria para a resolução dos problemas que você citou no item anterior.



A resposta será postada na plataforma posteriormente.

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

Não fique com receio de responder a essas três “provocações” a partir do seu entendimento pessoal, sobre resolução de problemas. Afinal você não tem obrigação de estar atualizado sobre as pesquisas e as propostas alicerçadas em pressupostos teóricos da Educação Matemática, isso é o que juntos estudaremos durante o desenvolvimento desta aula. Vale ressaltar que o principal objetivo dessa atividade é coletar exemplos de problemas que posteriormente serão tipificados por você e por seus colegas em outra atividade.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Em Dante (1989) encontra-se a seguinte indagação: o que é um problema matemático? Segundo o referido autor é “qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la” (p. 10)

É bom frisar que para a escolha do tipo de problema o professor deve ter o cuidado de selecionar uma situação que tenha a possibilidade de “agradar” a maioria da turma. Em Polya (1978) há um destaque para a importância do aluno se sentir motivado.

É triste trabalhar para um fim que não se deseja. (...) coisa tolas e tristes fazem-se muitas vezes, mas cabe ao professor evitar que elas ocorram nas suas aulas. O aluno deve compreender o problema,

mas não só isto: deve também desejar resolvê-lo. Se lhe falta compreensão e interesse, isto nem sempre será culpa sua. O problema deve ser bem escolhido nem muito difícil nem muito fácil (POLYA, 1978, p. 4)

Depois da escolha do problema o professor deverá adotar as fases propostas para a resolução de problemas a partir do que está posto em Polya (1978) e rerepresentado em Dante (1989). Segundo esses autores, as fases são:

- compreender o problema;
- estabelecer um plano;
- executar o plano estabelecido;
- efetuar o retrospecto ou verificação da solução.

Para seguir esses procedimentos, o professor inicialmente apresenta a situação problema e em seguida “dá um tempo” para que o aluno ou grupos de alunos compreenda (m) o problema. No caso de identificar que eles estão com dificuldade para dar início à resolução deve efetuar perguntas do tipo:

- o que se procura com a resolução desse problema?
- o que o problema está perguntando?
- o que é dito no problema que você pode usar?
- é possível elaborar um gráfico ou um desenho?

Questões como essas fazem parte da compreensão do problema que, segundo Polya (1978), pode ser subdividida em dois estágios: familiarização e aperfeiçoamento da compreensão.

Para chegar à segunda etapa, a da elaboração do plano ou do estabelecimento de um plano, segundo Polya (1978, p.5), “o caminho pode ser longo e tortuoso. Realmente, o principal feito da resolução de um problema é a concepção da ideia de um plano. Esta ideia pode surgir gradualmente ou, então, após tentativas infrutíferas e um período de hesitação, aparecer repentinamente, num lampejo, como uma ‘ideia brilhante’”. Para acelerar o processo algumas vezes o professor deverá contribuir por meio de indagações e sugestões.

- Você já resolveu um problema semelhante a esse? Ou já viu o mesmo problema proposto de maneira um pouco diferente?
- Conhece um problema relacionado com este? Conhece algum conteúdo que já estudou que possa lhe ser útil?
- É possível resolver o problema por partes?
- É possível traçar um caminho para buscar a solução?

Segundo Polya (1978), conceber um plano não é fácil, pois além dos conhecimentos anteriores é preciso ter clareza do objetivo a ser alcançado, desde que o plano tenha sido concebido pelo aluno e não por indicações do professor. Por isso, nessa fase o professor deve deixar que o aluno experimente “seus próprios caminhos” mesmo que algumas vezes seja necessário buscar outra possibilidade, ou seja, traçar outro plano. E aqui

cabe destacar a necessidade de desenvolver o hábito para que o aluno execute a última etapa, o retrospecto ou verificação, pois ela é de suma importância para que ele tenha certeza da eficácia do plano elaborado e executado.

Dante (1989) apresenta um resumo da proposta de Polya (1978) que está reapresentado a seguir.

| Etapas | Questionamentos |
|---|--|
| Compreender o problema | <ul style="list-style-type: none"> ➤ O que se pede no problema? ➤ Quais os dados e as condições do problema? ➤ É possível fazer uma figura, um esquema ou um diagrama? ➤ É possível estimar a resposta? |
| Elaborar um plano | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Qual é o seu plano para resolver o problema? ➤ Que estratégia você tentará desenvolver? ➤ Você se lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este? ➤ Tente organizar os dados em tabelas e gráficos. ➤ Tente resolver o problema por partes |
| Executar o plano | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Execute o plano elaborado, verificando passo a passo. ➤ Efetue todos os cálculos indicados no plano. ➤ Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema. |
| Fazer o retrospecto ou verificação | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Examine se a solução obtida está correta. ➤ Existe outra maneira de resolver o problema? ➤ É possível usar o método empregado para resolver problemas semelhantes? |

As perguntas apresentadas como associadas a cada uma das etapas servem apenas como um indicativo da habilidade que você, como professor no papel de orientador/motivador, deverá desenvolver, que é a habilidade de desafiar e motivar o aluno por meio de “provocações interrogativas”. Dessa forma poderá alcançar os objetivos relacionados à resolução de problemas que, de acordo com Dante (1989), são:

- fazer o aluno pensar produtivamente;
- desenvolver o raciocínio do aluno;
- ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
- contribuir para que o aluno se envolva com aplicações da Matemática;
- tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;
- equipar o aluno com estratégias para resolver problemas.

Para atingir esses objetivos quando se trata de problemas matemáticos o professor deverá selecionar problemas variados. Para isso ele deve saber identificar os vários tipos de problemas para evitar a repetição desnecessária de situações que ao invés de contribuir para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos acabam tornando a atividade repetitiva e cansativa. Por isso nesta aula será apresentada a proposta de uma tipificação dos problemas encontrado em Dante (1989).

Vale destacar que existem outras tipificações por exemplo em Matos e Serrazina (1996) os problemas são classificados como: exercícios – aplicação direta do algoritmo; problemas de palavras – existe um contexto que serve de enredo para a posterior aplicação do algoritmo; problemas para descobrir – caracterizado por um contexto específico e que envolve em geral um truque para a solução; problemas da vida real – normalmente exige a criação de um modelo matemático que traduz a situação apresentada; situações problemáticas – contexto parcialmente explícito, implicam na reformulação e exploração de novos problemas.

| Tipo | Objetivo | Exemplo |
|-----------------------------------|---|---|
| Exercício de reconhecimento | Identificar um conceito, uma propriedade. | Dados os números 2, 5, 10, 103, 156, 2007, quais são os pares? |
| Exercício de algoritmos | Aplicar diretamente um algoritmo , ou seja, são resolvidos passo a passo. | Efetue: a) $128 + 79 =$ b) $101 - 68 =$ |
| Problemas padrão | Transformar o problema em linguagem matemática e em seguida aplicar os algoritmos. | Em uma classe há 17 meninos e 22 meninas. Quantos alunos há na classe? |
| Problemas-processo ou heurísticos | Motivar o aluno a utilizar conhecimentos prévios e a criatividade para encontrar a solução que não está contida no enunciado. | Em uma reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo? |
| Problemas de aplicação | Aplicar conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos para matematizar situações reais. | Como deve fazer o diretor de uma escola para calcular o gasto mensal de cada aluno com a merenda escolar? |
| Problemas de quebra-cabeça | Desafiar o aluno para problemas que dependem quase sempre de um "truque". | Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadrados. Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadrados? |

Você sabe o que é um algoritmo? E heurística? Pesquise sobre o significado dessas palavras, são significados importantes na tipificação dos problemas.

De posse dessa tipificação o professor poderá selecionar situações variadas e por certo acabará conseguindo motivar os alunos, pois além de propor problemas o professor deverá saber propor os problemas adequadamente, distinguindo exercício de problema, lembrando que um bom problema deve ser desafiador, real ou interessante. Na medida do possível não deve consistir em uma aplicação direta de uma ou mais operações aritméticas e deve apresentar um nível de dificuldade coerente com a série/ano em que vai ser proposto.

Vale ressaltar ainda que, além de resolver problemas, o propósito dessa atividade é desenvolver no aluno a habilidade de problematizar, não só para resolver os problemas matemáticos, mas as situações problemas que surgem fora do ambiente escolar e que precisam ser enfrentadas todos os dias. E que apenas a resolução mecânica de problemas do tipo algorítmico e as respostas “decoradas” não os habilita a resolver. É importante que o aluno sinta que é capaz de enfrentar situações desconhecidas desde que saiba buscar pistas. E a partir de conhecimentos prévios e de orientação/sugestão do professor, consiga elaborar um plano, executar e solucioná-lo, e sempre questionar se depois de executado o plano não haveria outra possibilidade de enfrentar ou resolver a situação, em menos tempo e utilizando estratégias já aprendidas em outras situações.

ATIVIDADE

Escolha um livro didático do Ensino Fundamental, de qualquer série/ano. Em seguida selecione duas situações problema, uma do tipo algoritmo e outra de aplicação. Descreva a resolução das duas situações problemas, destacando em cada uma delas as quatro fases proposta por Polya (1978).



COMENTÁRIO SOBRE A ATIVIDADE

E então, foi mais fácil para você resolver o problema algoritmo ou o de aplicação utilizando as etapas de Polya (1978)? No problema do tipo algoritmo você acha que existe um desafio? E no de aplicação? Qual das duas situações é mais motivadora? Reflita sobre isso na hora de selecionar os problemas matemáticos. Além dessa reflexão é objetivo também dessa atividade que você aos poucos perceba que o seu aluno precisará de um tempo para resolver e compreender cada uma das etapas. Assim como você terá que controlar sua ansiedade ou pressa para cumprir o planejamento, pois ao abrir mão do seu papel de expositor, você terá que exercitar o papel de incentivador, facilitador, mediador das ideias apresentadas pelos alunos, de modo que a atividade se torne produtiva e contribua para que o aluno adquira ou aprofunde o seu entendimento sobre os conteúdos matemáticos.

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UMA METODOLOGIA

A aplicação da resolução de problemas em sala de aula é um tema que merece atenção por parte de todos nós que somos ou seremos professores de Matemática. Isso é importante porque normalmente é uma das habilidades que os alunos devem adquirir no ambiente escolar para aplicar em situações que extrapolam os limites da sala de aula.

Vale ressaltar, ainda, que isso não significa utilizar o que é denominado pela maioria das pessoas como “problemas do cotidiano”, porque nesse caso os conteúdos matemáticos ficam limitados às quatro operações, à identificação das formas e ao cálculo de área. Deve-se estar ciente que o “cotidiano” pode não ser o próximo do aluno, mas sim o de profissionais que algumas vezes não fazem parte do ambiente escolar, ou seja, são rotinas do cotidiano de outros profissionais. E às vezes você como professor terá que buscar em outras áreas do conhecimento problemas para que os alunos compreendam a aplicação e o significado de um determinado conteúdo matemático. Além disso, deve ressaltar que existem aplicações que poderão não fazer parte da vida do aluno nem mesmo no futuro, a depender da profissão que ele escolher.

Outro aspecto que deve ser destacado em relação à resolução de problemas é que para aplicá-la como uma metodologia em sala de aula o professor terá que romper com o papel de expositor que foi descrito na primeira aula. E nesse caso ele terá que desenvolver a habilidade para atuar como incentivador, facilitador, mediador das propostas apresentadas pelos alunos. É claro que essa mudança não vai acontecer de forma muito rápida se o professor já adotou “o modelo de seu professor preferido da época em que cursava o ensino fundamental ou médio”.

Vale ressaltar ainda, a resolução de problemas, que já era uma proposta amplamente discutida nos fóruns sobre Educação Matemática, “ganhou força” com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática (1998), que adotam o ponto de vista dos referidos pesquisadores, conforme está posto na citação que segue.

A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança (PCN ‘s, 1998, p. 40).

Pelo que está posto na citação anterior fica claro que a resolução de problemas como uma metodologia pode ser um procedimento que extrapola o limite do mero tratamento de conteúdos matemáticos. A tentativa é romper com o principal modelo existente, em que só depois que o professor realizava toda exposição do conteúdo é que chegava o momento da “resolução da lista de exercícios”. E muitas vezes as listas são compostas por uma série de problemas do tipo algoritmo, em que só são alterados os valores numéricos. Os primeiros questionamentos sobre as possibilidades da resolução de problema podem ser encontrados em Polya (1978). Mas no caso do Brasil, como foi explicitado na aula anterior, com o desenvolvimento da Educação Matemática como um campo profissional e científico, essa é uma temática de constante investigação.

E como consequência desses estudos a resolução de problemas vem sendo indicada como uma metodologia que pode contribuir para minimizar problemas relacionados ao processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos. E isso ocorre também em outros países, como é o caso de Portugal, destacado por Ponte e Serrazina (2000), que toma a proposta do NCTM (1998, p.76) para destacar a importância da resolução de problemas, ao recomendar que em Portugal, os programas de Matemática deveriam centrar-se na resolução de problemas para que o aluno:

- construa novo conhecimento matemático trabalhando problemas;
- desenvolva a disposição para formular, representar, abstrair e generalizar situações dentro e fora da matemática;
- aplique uma ampla variedade de estratégias e adapte essas estratégias a novas situações, monitore e reflita sobre o pensamento matemático enquanto resolve problemas.

O que fazer para adotar a proposta da resolução de problema no fazer diário da sala de aula e romper com o “modelo pronto de professor”?

Romper com o modelo exige que o professor organize sua rotina pedagógica utilizando estratégias que alterem desde a seleção das atividades didáticas até a organização das carteiras dos alunos, que não precisam ficar sempre enfileiradas. Para isso a proposta é que os alunos trabalhem em duplas, grupos ou com a turma toda organizada em formato de “u”, “semicírculo” ou “meia-lua”. Para o professor deve estar claro que a resolução de problemas não é só para ser adotada depois que o professor expôs todo o conteúdo, mas que ela pode e deve ser tomada como uma opção para desencadear atividades relacionadas à formação de um conceito matemático.

CONCLUSÃO

Nesta aula, ao apresentar a resolução de problemas como uma proposta metodológica, busquei alimentar o debate sobre um entendimento ainda corrente, que os problemas só aparecem como atividades de conclusão do fazer matemático, seja no final da aula como dever de casa, seja como uma lista de exercício no final de uma unidade. A resolução de problemas deve ser entendida como uma alternativa possível de ser adotada pelo professor de Matemática para conduzir uma aula em que um novo conteúdo matemático será trabalhado. Claro que nesse caso o professor deverá selecionar uma situação que permita que o aluno, a partir de conhecimento prévio, se sinta motivado o suficiente para levantar questionamentos e elaborar um plano para solucioná-los, executar e o plano e validar o resultado. E seu papel, na maioria das vezes, se reduz a sistematização final do conceito, teorema ou definição que embasa a solução. Perceba que nesse caso o professor só terá a efetiva participação na hora de selecionar a atividade/problema e na hora de sistematizar. Durante o processo, por meio de questionamentos, irá orientar para a chegada do caminho mais viável ou mais adequado para o conteúdo que deseja abordar. Como já dito anteriormente, esse é um papel diferenciado para o professor que deixa de ser o mero “expositor”, “condutor”, para ser um “orientador”, um “motivador” que vibra com o sucesso do aluno e entende que o erro é apenas um desvio do caminho que pode ser tomado como um novo ponto de partida para superar dificuldades relacionados a conteúdos anteriores e que pode ser fonte para uma nova aprendizagem.

RESUMO

A resolução de problemas como uma proposta metodológica deve ser adotada com um entendimento diferenciado, seja em relação ao tratamento dos conteúdos matemáticos, seja em relação papel do professor, seja em relação ao papel do aluno. O professor ao optar pela resolução de problemas pode investigar a forma como pode contribuir para a constituição dos conceitos matemáticos, fazendo o aluno pensar produtivamente, e se instrumentalizar para enfrentar situações novas. A depender da situação selecionada o aluno terá a oportunidade de identificar e compreender aplicações da matemática dentro e fora do ambiente escolar. E dessa forma torna-se um colaborador e condutor de suas ações em sala de aula. Enquanto isso o professor passa a ser orientador, observador, organizador, consultor, mediador, incentivador da aprendizagem e questionador das ações e opções dos alunos para resolver a situação proposta. Para a aplicação de uma proposta dessa natureza deve haver mudança também na forma de organização e dis-



tribuição dos alunos em sala de aula, para que seja possível a interação entre eles, e entre eles e o professor. Ao final da atividade, depois de estabelecido um consenso sobre as possibilidades de resolução encontradas, acontece o momento de sistematização para que definições, propriedades e demonstrações sejam postas de acordo com os preceitos da disciplina Matemática.

ATIVIDADES

Escolha um conteúdo matemático e elabore uma proposta de atividade didática para ser executada em uma aula de Matemática. A recomendação é que a proposta utilize a resolução de problemas como o principal procedimento metodológico. Para sistematização da atividade utilize o modelo de roteiro apresentado a seguir.



Título:

Conteúdo explorado:

Objetivo(s):

Recurso(s):

Procedimentos:

Referências bibliográficas:

COMENTÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES

Você teve dificuldade em elaborar o roteiro? Espero que não, pois a tentativa aqui é que você, desde agora, se coloque como um professor em sala de aula que terá por objetivo superar o desafio de sempre elaborar atividades didáticas motivadoras e planejadas com antecedência. Por isso, acredito que você tenha escolhido um conteúdo e proposto, por exemplo, uma abordagem utilizando um problema para desencadear a situação didática. Se essa foi a sua opção, lembre de colocar em prática as etapas da resolução de problemas: compreender o problema, elaborar o plano, executar o plano e validar o resultado.



PRÓXIMA AULA

A temática vista nesta aula por certo auxiliará a próxima aula que versará sobre Modelagem Matemática.



AUTO-AVALIAÇÃO

Será que no dia-a-dia em sala de aula serei capaz de abrir mão do meu papel de expositor e apenas orientar o aluno no processo de compreender, elaborar um plano, executar e verificar a solução encontrada? Sabe-rei respeitar o “tempo” do meu aluno?

REFERÊNCIAS

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Editora Ática, 1989.

MATOS, J. M.; SERRAZINA, M. de L. **Didáctica da Matemática**. Lisboa: Universidade Aberta, 1996.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução Heitor Lisboa de Araujo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PONTE, J. P. da; SERRAZINA, M. de L. **Didáctica da Matemática do 1º ciclo**. Lisboa: Universidade Aberta, 2000.